

1971 г.

3

2

2

МРТУ 19 № 183--65

4

1

ДИА  ИЛЬМ

**ВНЕШНИЕ
И
ВНУТРЕННИЕ
УГЛЫ
ВЫПУКЛОГО
МНОГОУГОЛЬНИКА**



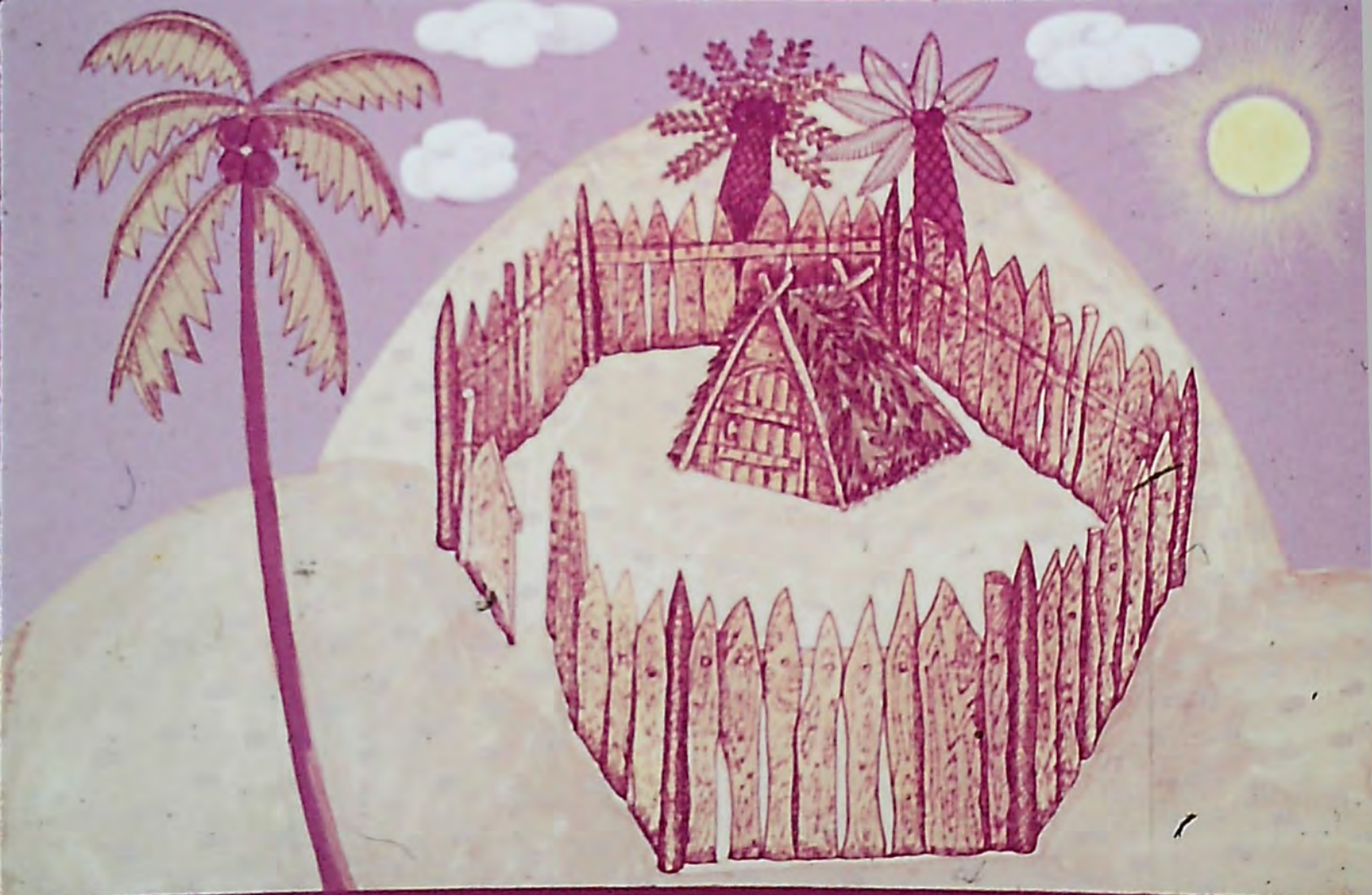
Знаменитый математик и путешественник Инс с юнгой Иг-
реном обследовали малоизученный уголок Тихого океана.



Внезапно разыгрался шторм. Яхту, потерявшую управление, разбило о скалы, а путешественников волной вынесло на берег необитаемого острова.

Когда океан утих, к берегу
прибило доски — остатки ях-
ты. Инс и Игрэн решили
использовать их для соору-
жения жилища и изгороди.





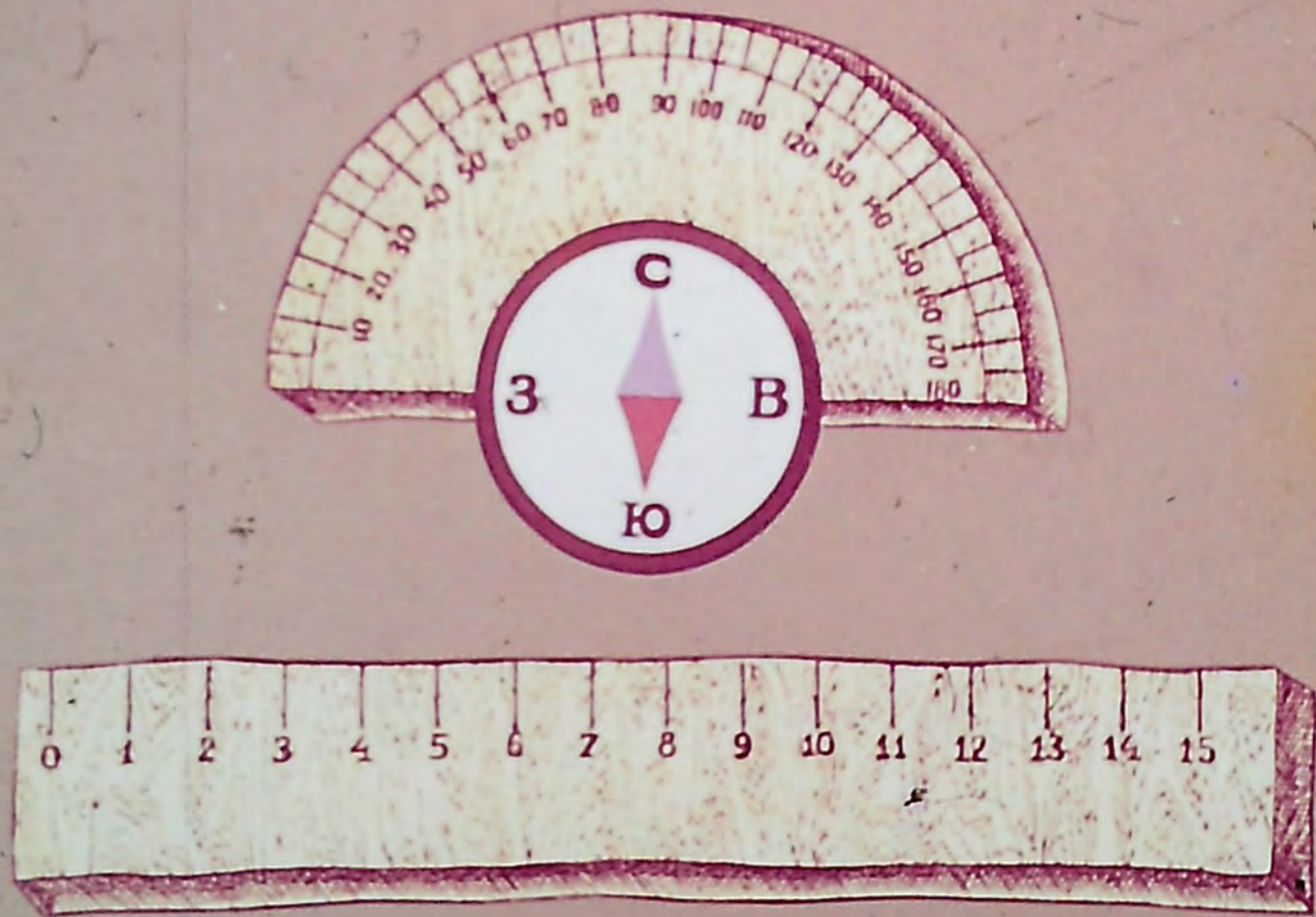
Вскоре домик в виде шалаша и прочная изгородь были готовы. Изгородь выглядела, как настоящая крепость в форме выпуклого шестиугольника.



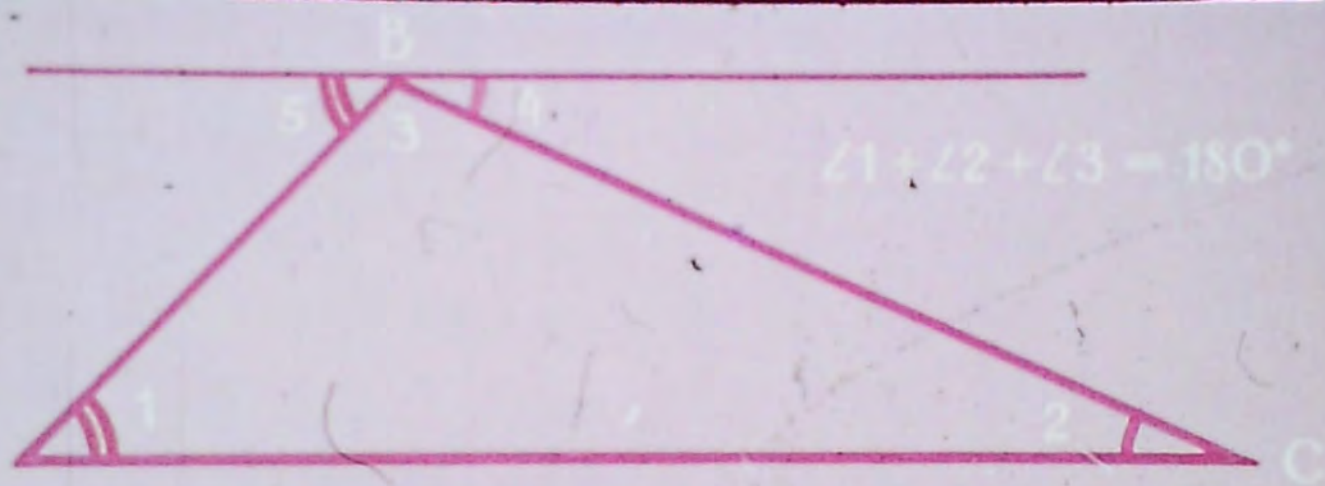
—Смотрите, как здорово!— обрадовался Игрёк. — Где бы мы ни находились внутри изгороди, нам будет видно друг друга! А всё потому, что многоугольник выпуклый.



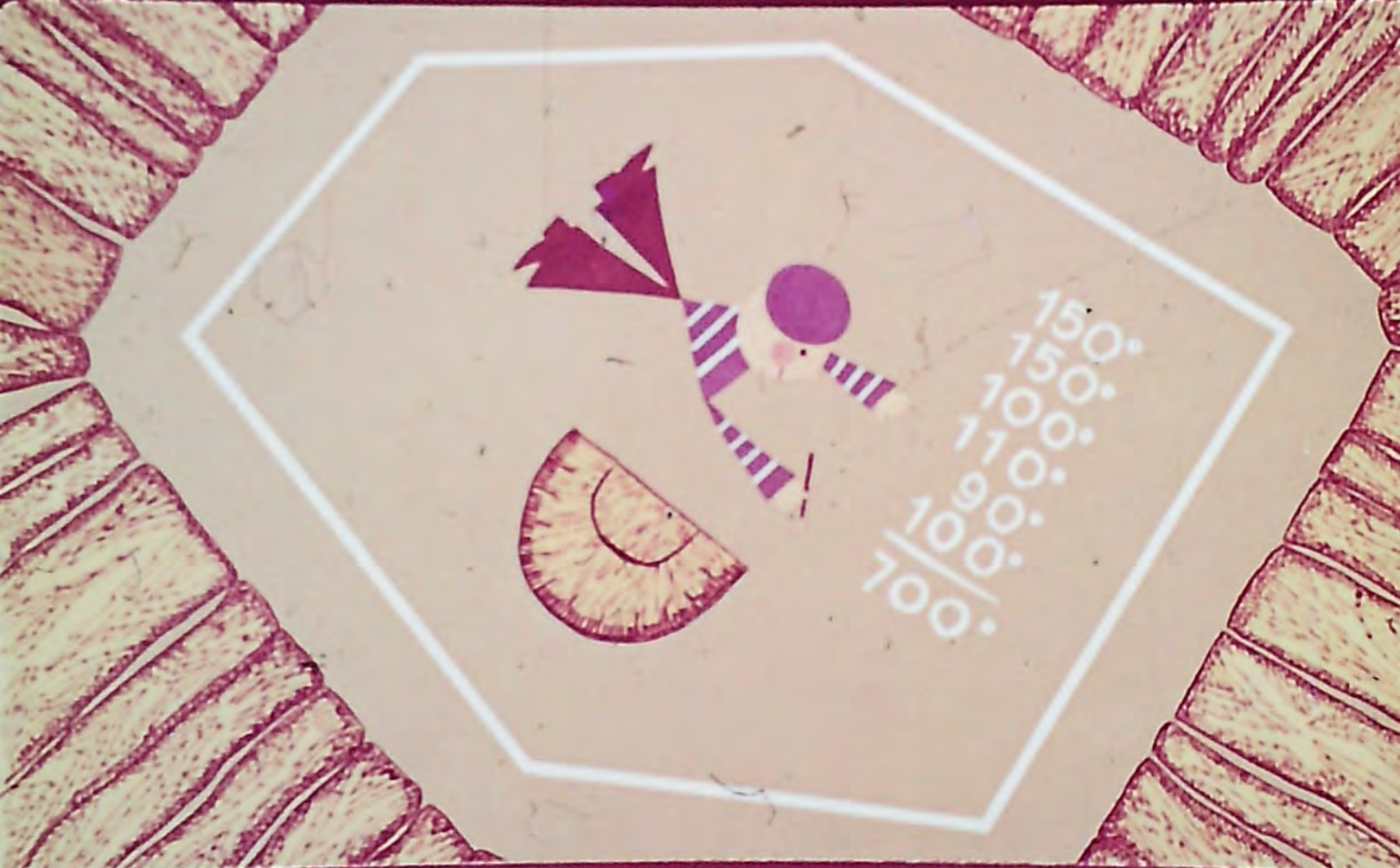
Но долго жить на острове Инс и Игрэн не собирались и из остатков досок стали мастерить плот.



Для измерения отрезков и углов они сделали линейку и (с помощью компаса, который был у Инка) транспортир. Инструменты получились грубые, но пригодные к работе.



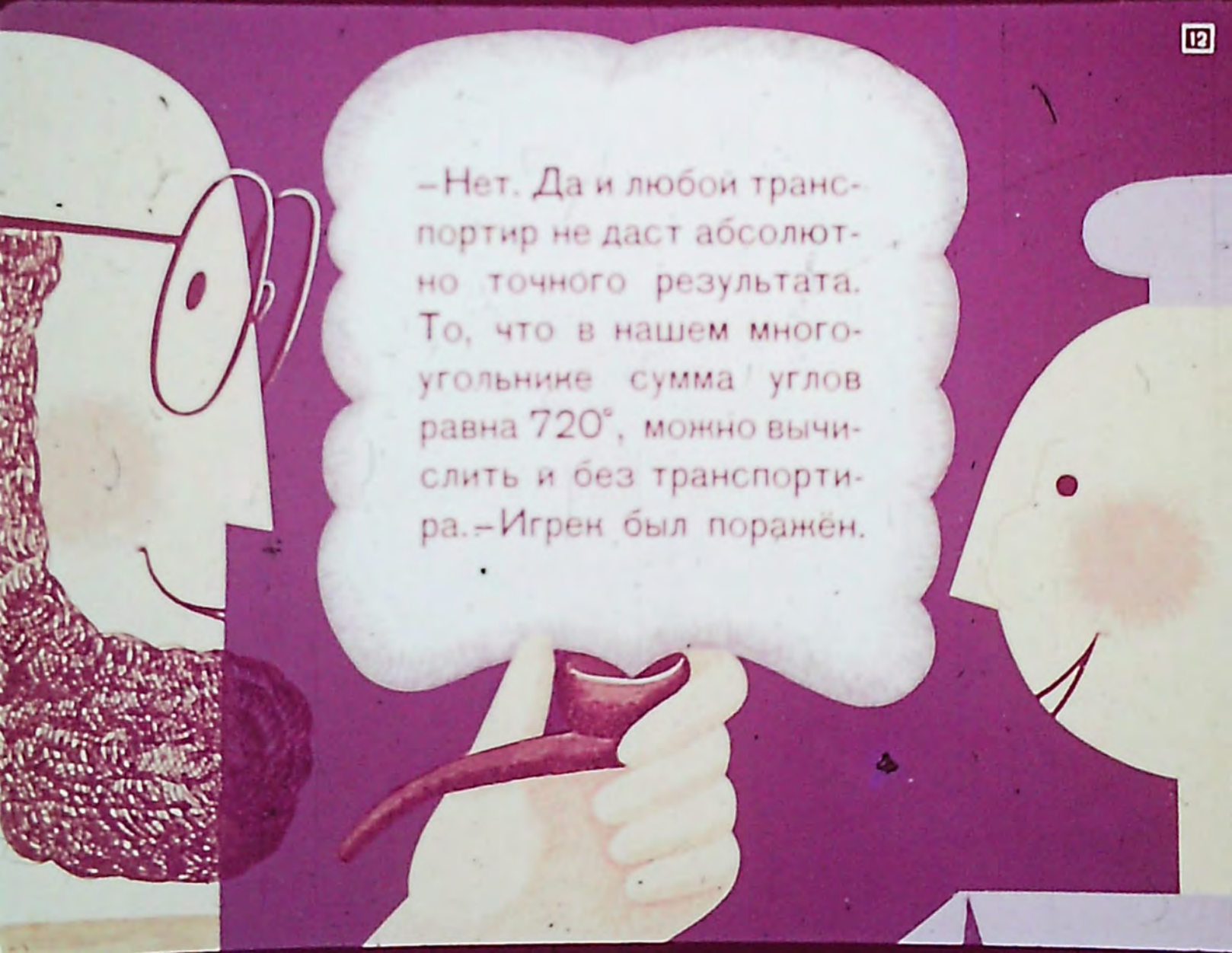
Вечерами Инс учил юнгу геометрии. Очень понравилась Игрену теорема о сумме внутренних углов треугольника.



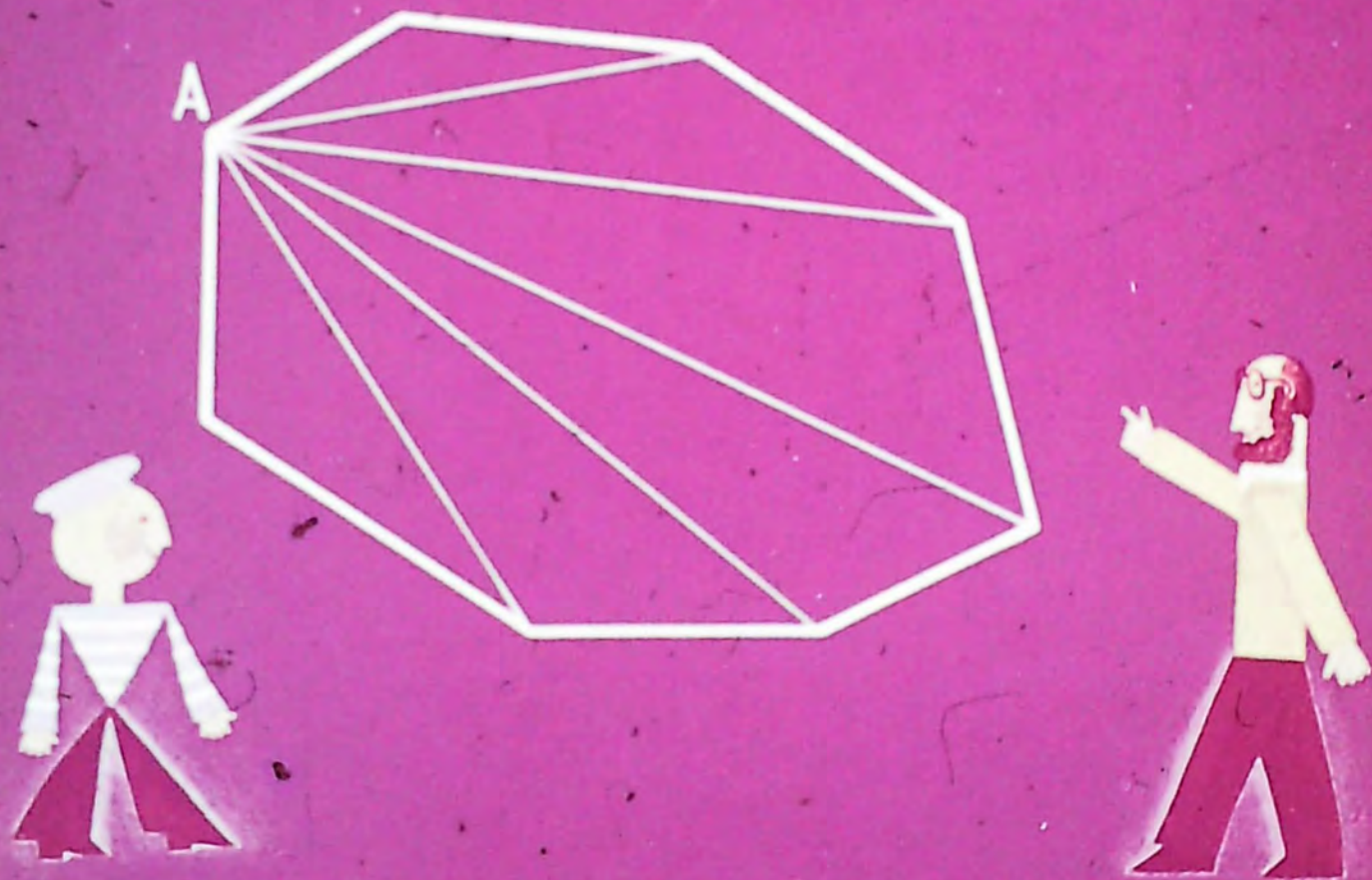
„Значит, в нашем шестиугольнике сумма углов будет равна 360° “, — подумал юнга и решил это проверить. Внутри изгороди Игрек начертил прямые, параллельные её сторонам, транспортиром измерил углы между ними и сложил результаты. □



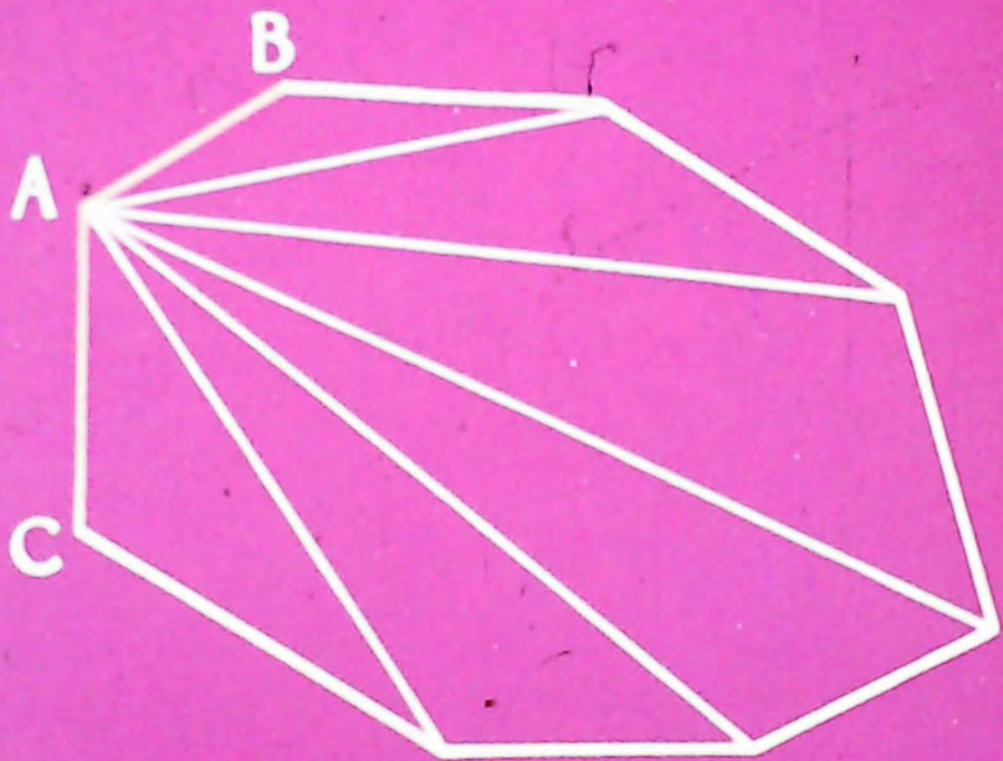
Обескураженный, пришёл он к Иксу. — „Я думал, что сумма углов нашего многоугольника равна 360° , а у меня получилось 700° “. — „Тебя подвёл транспортёр, — ответил Икс. — Должно получиться 720° “. — „Откуда вы знаете? Разве у вас есть другой транспортёр?“

The illustration features a dark purple background. On the left, a stylized profile of a man's head is shown, wearing large, round, thin-rimmed glasses and a thick, textured, dark purple beard. On the right, a stylized profile of a woman's head is shown, with a large, soft, pinkish-red blush on her cheek and a simple line for a smile. In the center, a white, cloud-like speech bubble contains Russian text. Below the speech bubble, a hand is depicted holding a dark pipe. The entire scene is rendered in a minimalist, graphic style.

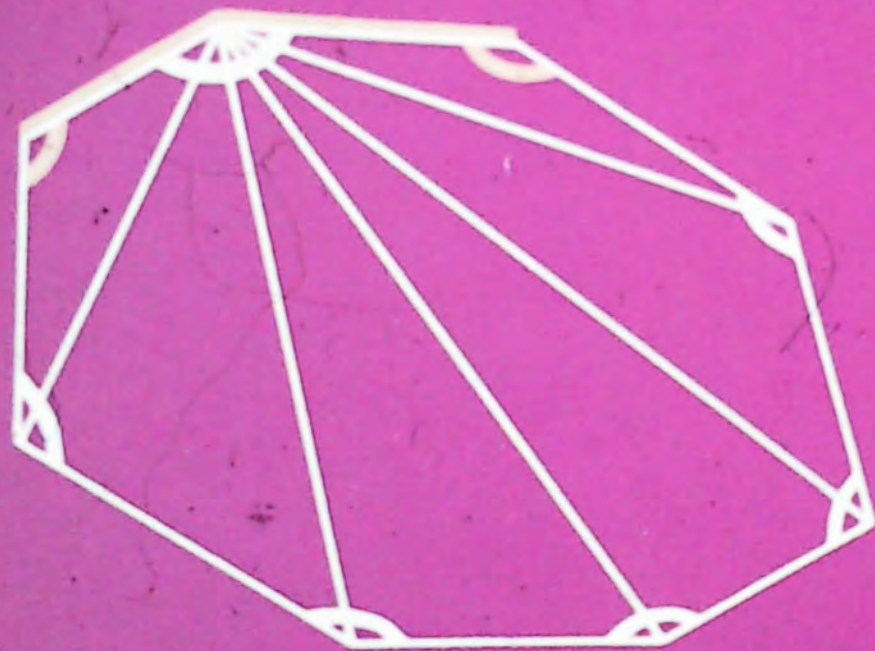
—Нет. Да и любой транспор-
тир не даст абсолют-
но точного результата.
То, что в нашем много-
угольнике сумма углов
равна 720° , можно вычи-
слить и без транспор-
тира.—Игрэн был поражён.



Инс объяснил: „Возьми любой выпуклый многоугольник с числом сторон n . Одну из его вершин A соедини отрезками — диагоналями — со всеми несоседними вершинами. На сколько треугольников разделится n -угольник?“




—Получится $n - 2$ треугольника, — сообразил Игрень. — Ведь только две стороны: АВ и АС — не будут иметь своих отдельных треугольников.



$$S_n = 180^\circ(n-2)$$



— „Верно, — похвалил Инс. — А сумма внутренних углов каждого треугольника равна 180° . Так чему же равна сумма внутренних углов выпуклого n -угольника? — „ $180^\circ(n-2)$ “, — догадался юнга.

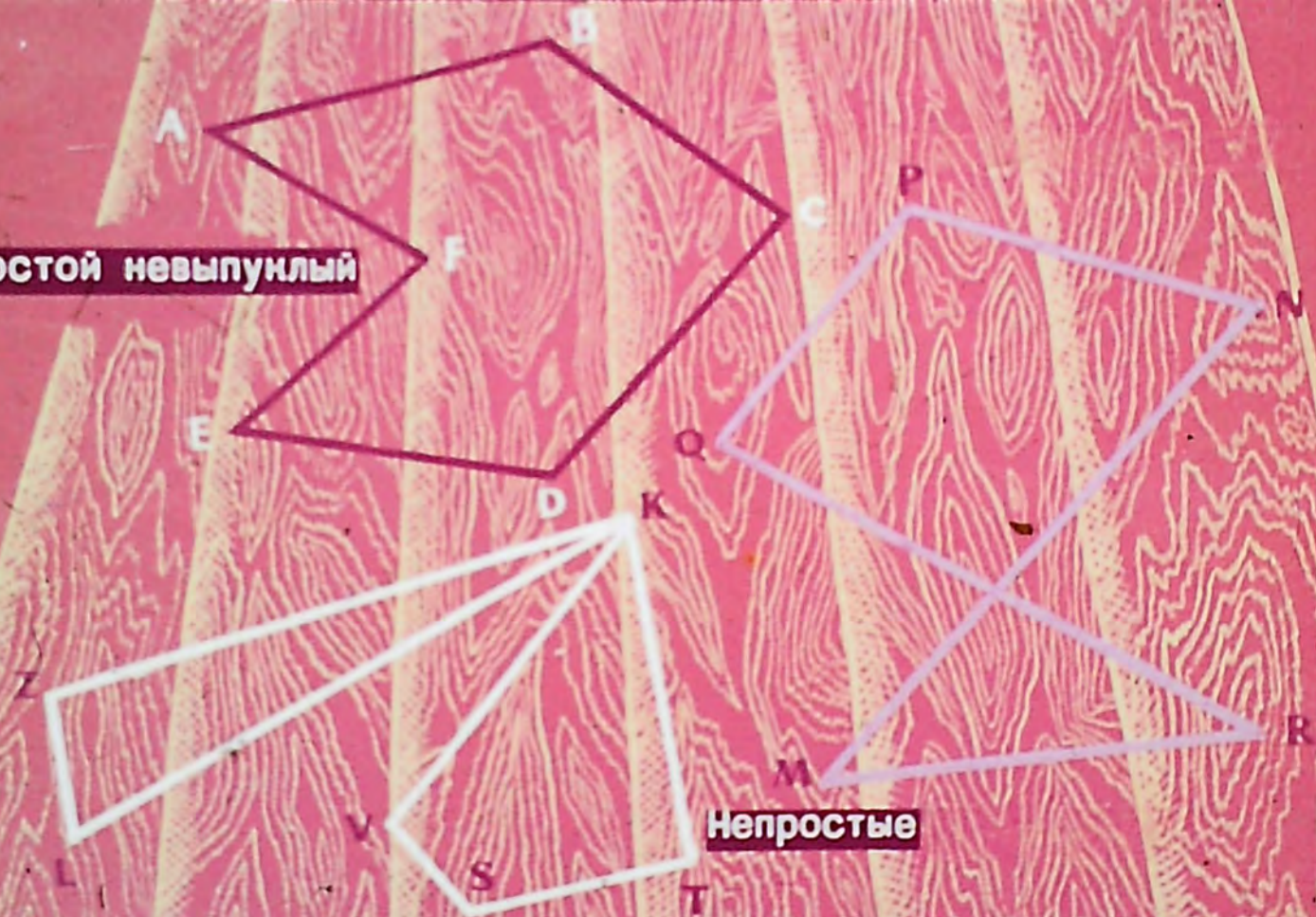

$$S_6 = 720^\circ$$

—А так как в нашем многоугольнике 6 сторон, то сумма его углов равна $180^\circ \cdot (6 - 2) = 720^\circ$.




Весь следующий день Игрэн думал об этой теореме, а вечером сказал: „У меня к вам два вопроса. Первый: верна ли теорема о сумме углов многоугольника для невыпуклых многоугольников?“

Простой невыпуклый



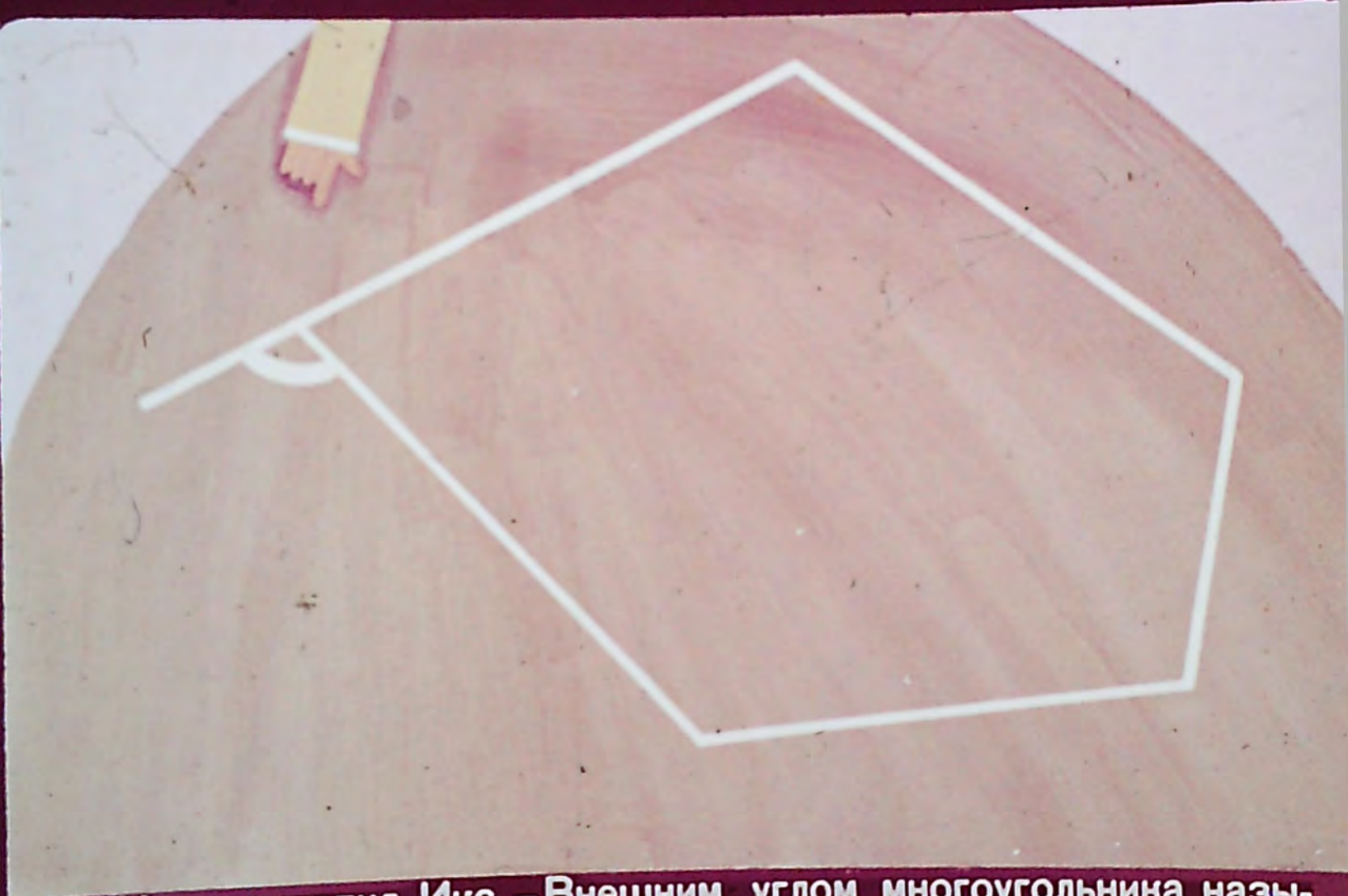
— Да, — ответил Инс, — но только в том случае, если многоугольник простой, то есть, если его стороны не пересекаются во внутренних точках и в каждой вершине сходятся ровно две стороны.

A stylized illustration in a limited color palette. Two men stand on a large, rounded, reddish-brown hill. The man on the left has a beard and glasses, wearing a yellow shirt and dark pants, holding a long stick. The man on the right wears a striped shirt and a purple cap, with his arms raised. To the left of the hill are two palm trees. A large red circle, representing the sun or moon, is on the left side of the image. The background is a light, textured surface. The bottom of the image features a dark red rectangular box containing white text.

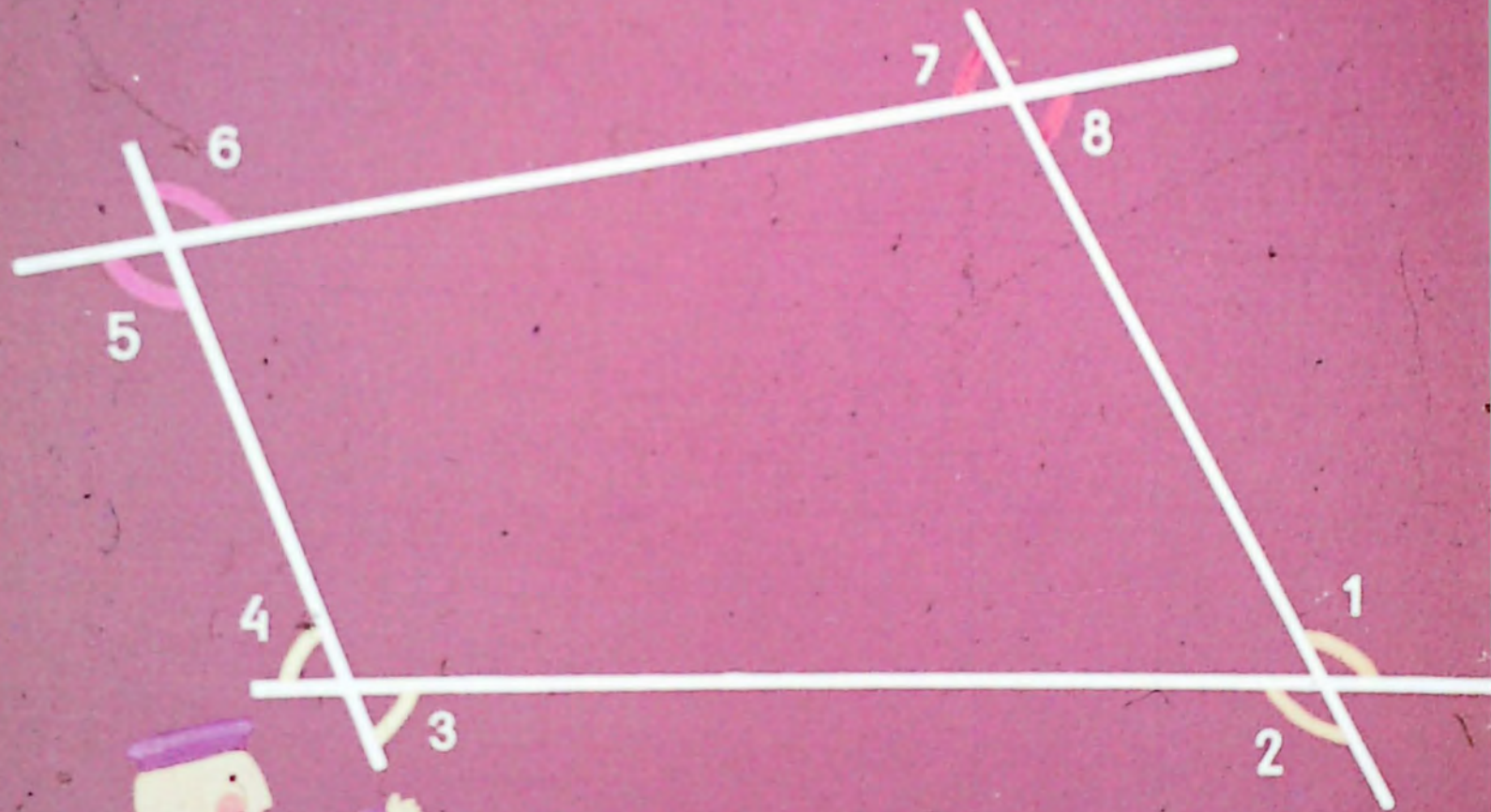
— „А какой твой второй во-
прос?“ — „Вот вы всё время
говорите о внутренних углах
многоугольника. А бывают
внешние углы?“ — „Бывают“.



—Этот угол — внешний? — спросил Игрек.



— Нет, — ответил Икс. — Внешним углом многоугольника называют угол, смежный с одним из внутренних углов. Как ты думаешь, сколько внешних углов у выпуклого n -угольника?



Юнга задумался.— „ $2n$, потому что у каждого внутреннего угла есть два смежных“.



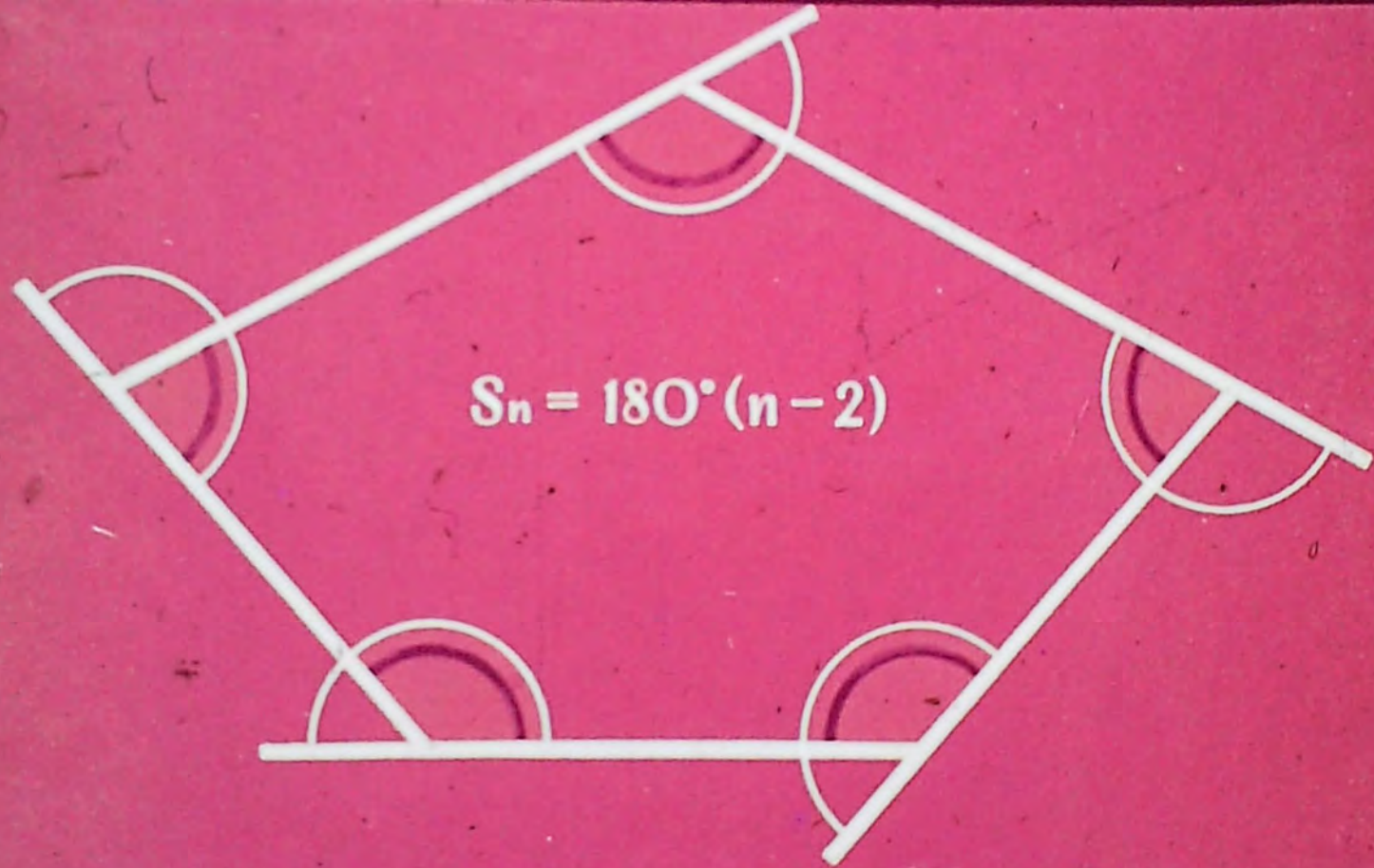
— „Верно. Но когда говорят о сумме внешних углов многоугольника, то считают по одному внешнему углу при каждой вершине“. — „А разве всё равно, какой из двух углов выбирать?“
Ребята! Игрек, наверное, просто устал. Помогите ему разобраться.



На другой день юнга решил измерить сумму внешних углов своего многоугольника. Не доверяя на этот раз транспортиру, он взял компас, сориентировал его и, держа в руках, обошёл изгородь.



Вернувшись в прежнюю точку, Игрен увидел, что стрелка компаса описала полный круг и снова указывает на прежнее деление шкалы.



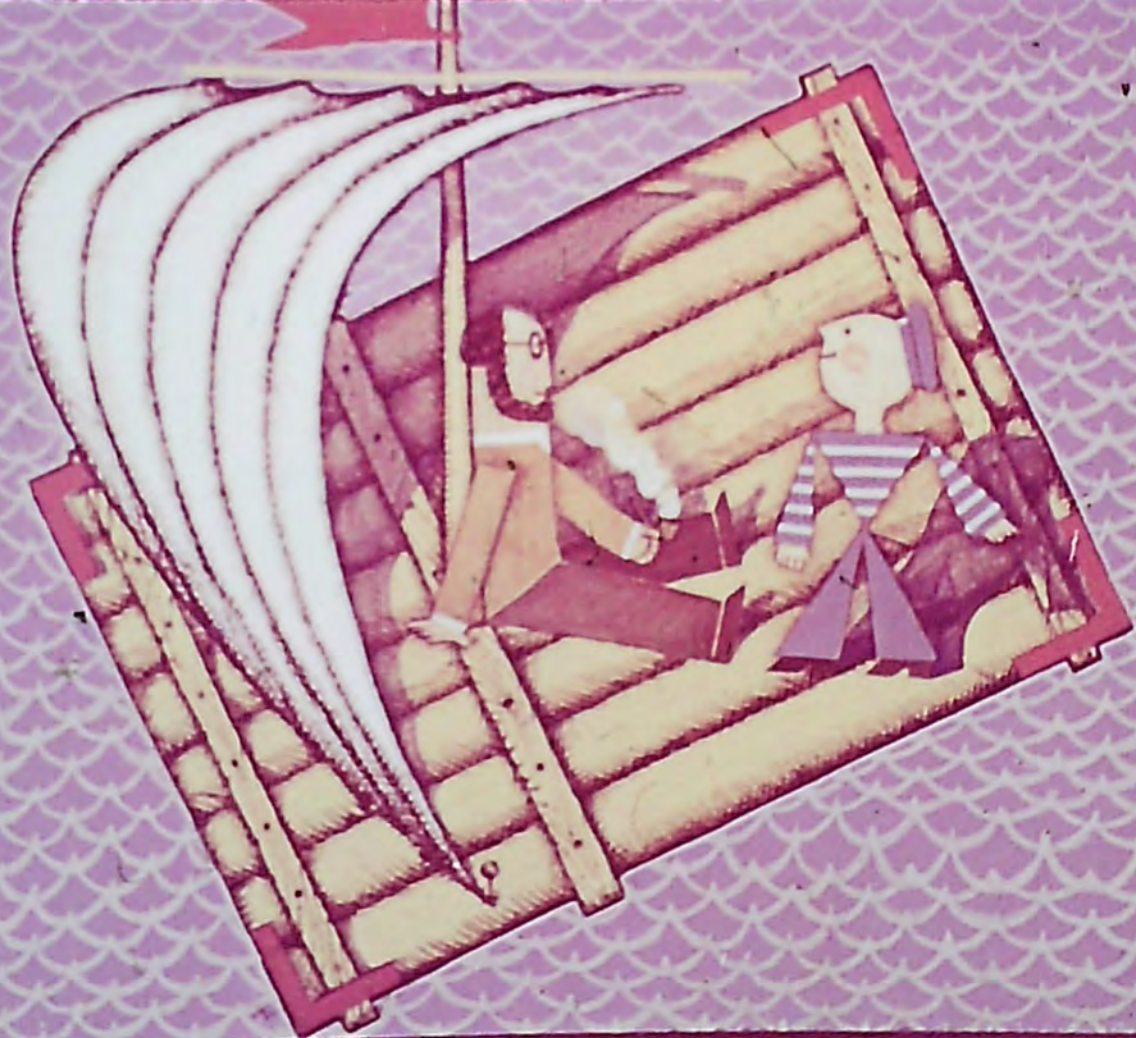
$$S_n = 180^\circ(n - 2)$$

$$180^\circ n - [180^\circ(n - 2)] = 180^\circ n - 180^\circ n + 180^\circ \cdot 2 = 360^\circ$$

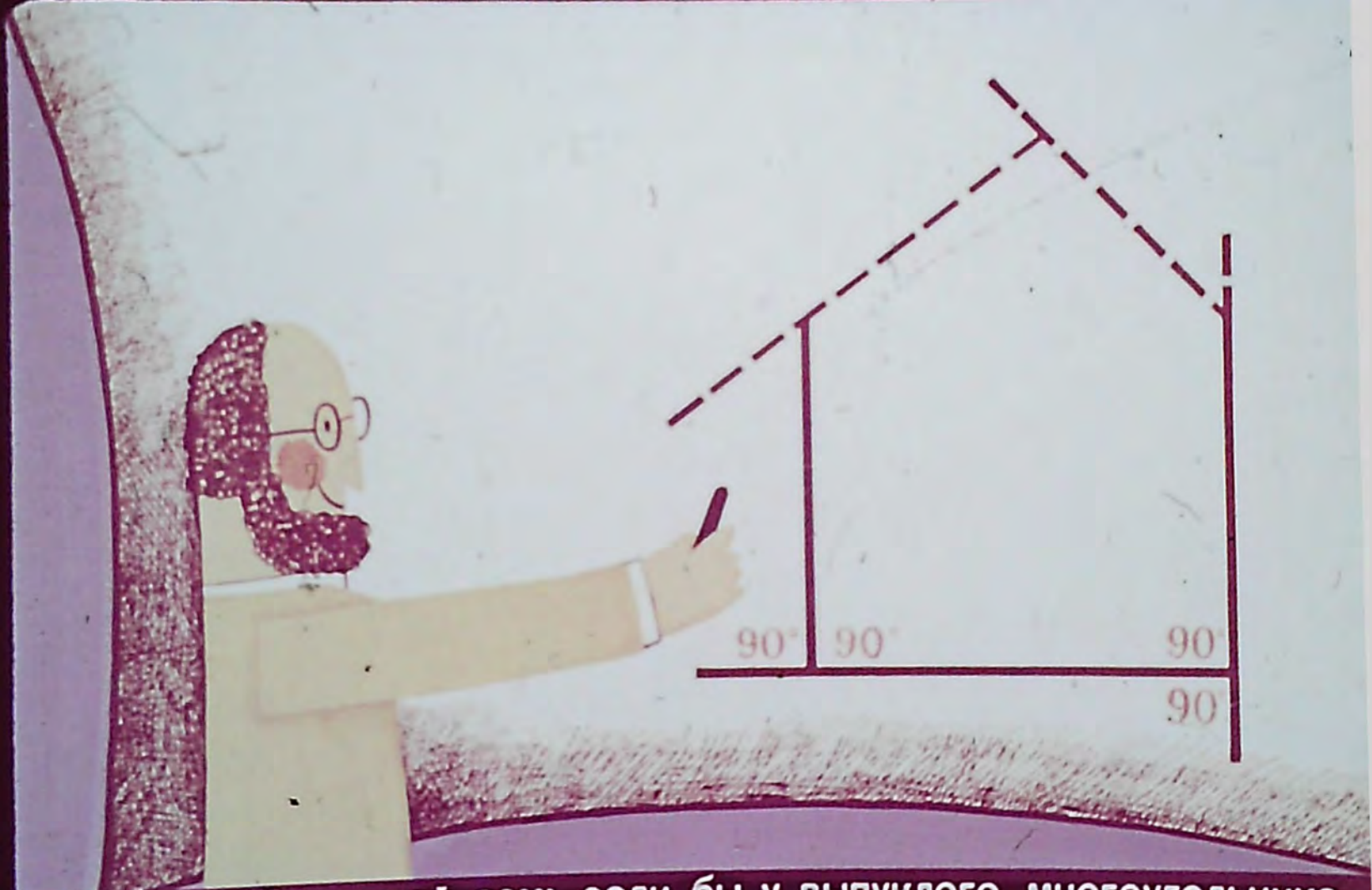
Тогда он сказал Инсу: „Сумма внешних углов многоугольника равна 360° “. — Инс остался очень доволен успехами юнги и показал ему другое доказательство этой теоремы.



Между тем строительство плота было завершено. Дождавшись хорошей погоды, Инс и Игрек погрузили на него своё нехитрое имущество, подняли самодельный парус и пошли к Большой земле.



— Вот у нашего плота четыре прямых угла, — вдруг произнёс Игрёк. — А бывает выпуклый многоугольник с пятью прямыми углами?



—А ты подсчитай сам: если бы у выпуклого многоугольника было пять внутренних прямых углов, то у него должно было бы быть и пять внешних прямых углов.

— Ну, конечно! — воскликнул Игрек. — И сумма внешних углов оназалась бы больше 360° , чего не может быть! — После этого он немножко подумал и сказал: — А я знаю, почему в выпуклом многоугольнике не может быть четырёх острых углов!

Как он рассуждал?





Инс и Игрек благополучно доплыли до Большой земли и, условившись о новой встрече, разъехались по домам.



По дороге домой Игрёк пытался понять, верна ли теорема о сумме внешних углов для невыпуклого многоугольника. Помогите ему, ребята!

КОНЕЦ

**Диафильм по математике для 7 класса
сделан по заказу Министерства просвещения РСФСР**

Автор Г. Левитас

Художник Г. Равинская

Художественный редактор А. Морозов

Редактор Л. Нинишникова

Студия „Диафильм“, 1969 г.

Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Д-273-69

Цветной 0-30