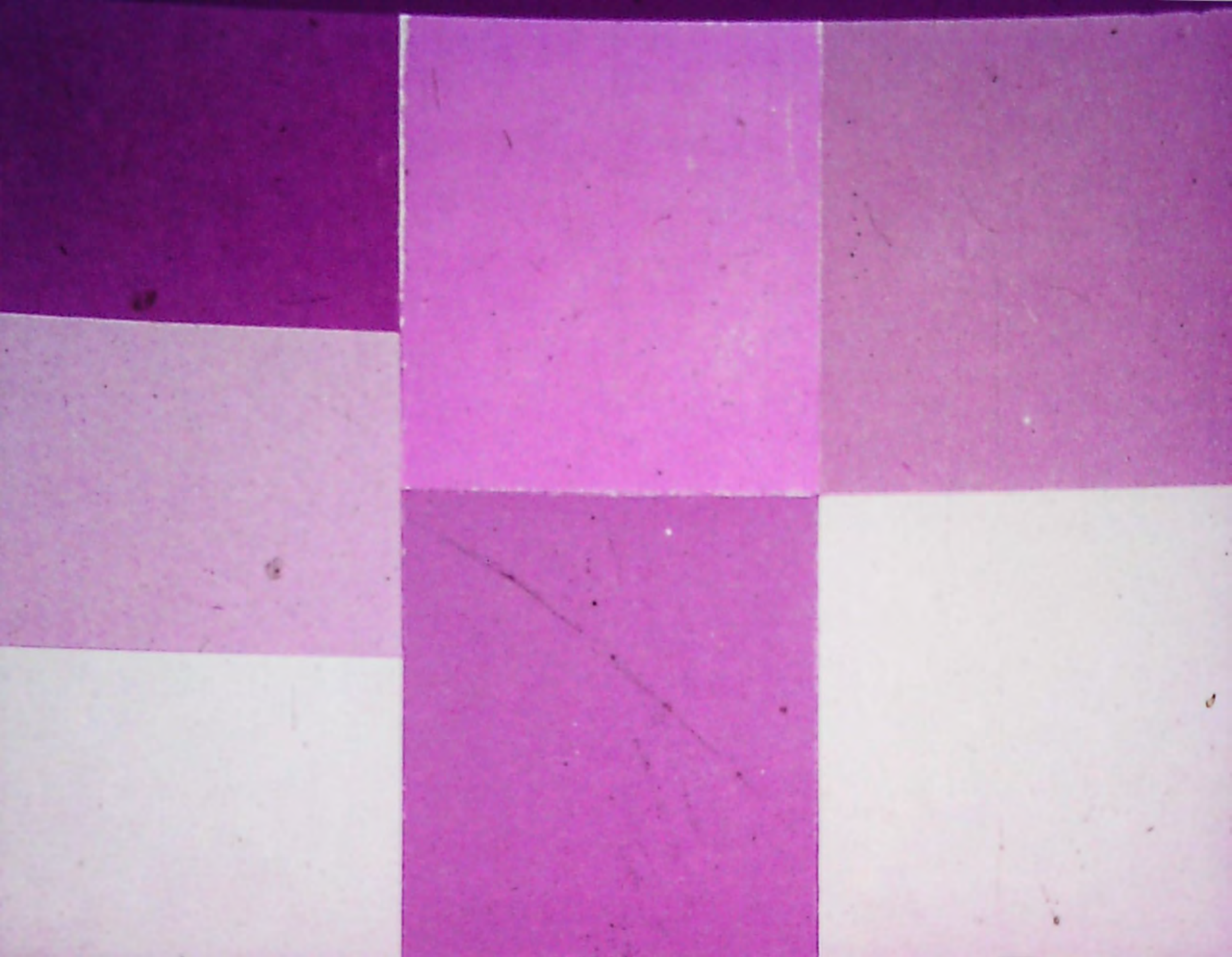


X 1974

9 9 7

ТУ 19—32—73

6

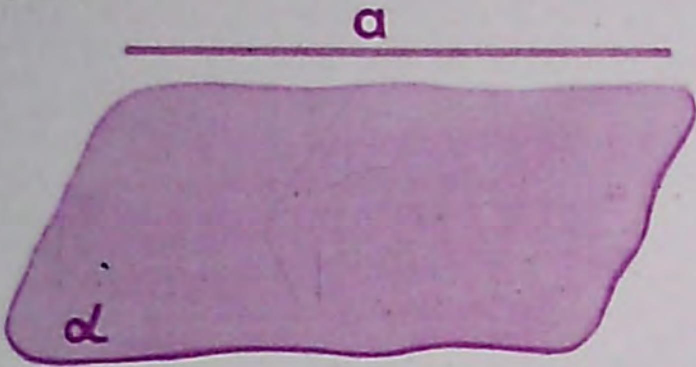
1

ДИАФИЛЬМ

07—3—258

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

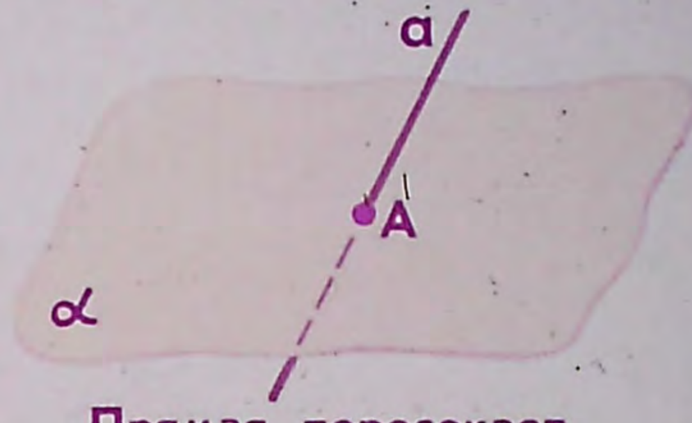
1. Общих точек нет.



Прямая параллельна плоскости.

$a \cap \alpha = \varnothing \Longrightarrow a \parallel \alpha$

2. Одна общая точка.

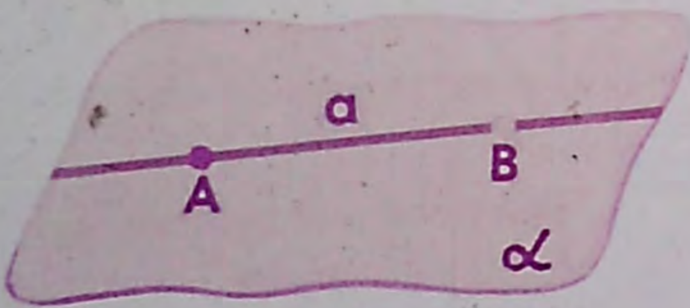


Прямая пересекает плоскость.

$a \cap \alpha = A \Longrightarrow a \times \alpha$

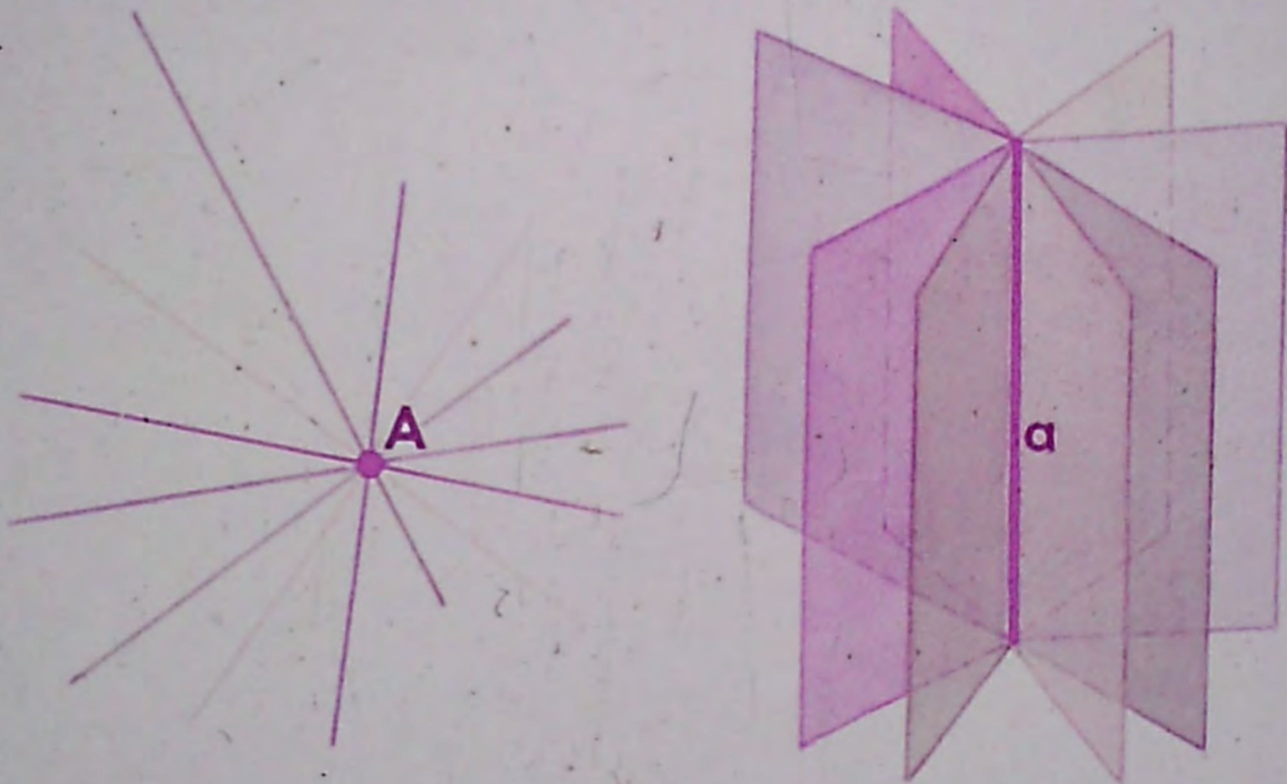
3. Две (и более) общие точки.

Прямая лежит в плоскости.



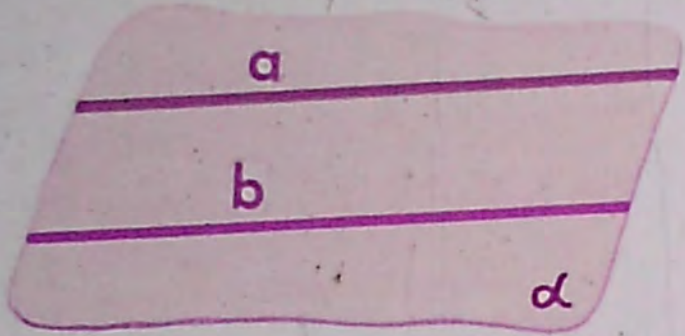
$$\begin{cases}(A;B) \in \alpha \\ (A;B) \in a\end{cases} \Longrightarrow a \in \alpha$$

Взаимное расположение прямой и плоскости.



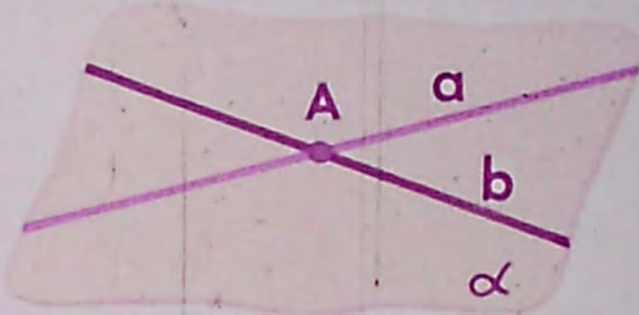
В пространстве через одну точку можно провести бесконечное множество прямых; через одну прямую можно провести бесконечное множество плоскостей.

I. Взаимное расположение двух прямых.



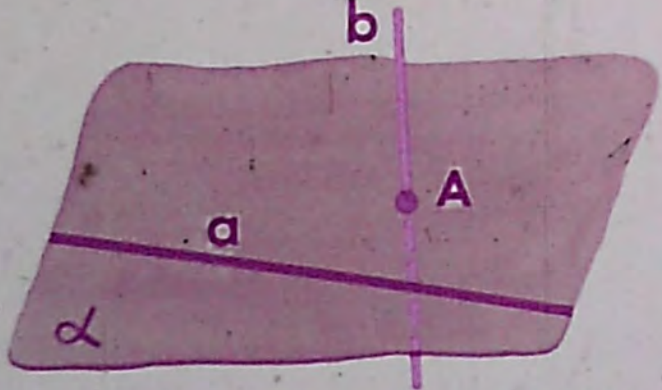
1. Прямые параллельны:

$$\left.\begin{array}{l} a;\, b \subset \alpha \\ a \cap b = \varnothing \end{array}\right\} \Rightarrow a \parallel b$$



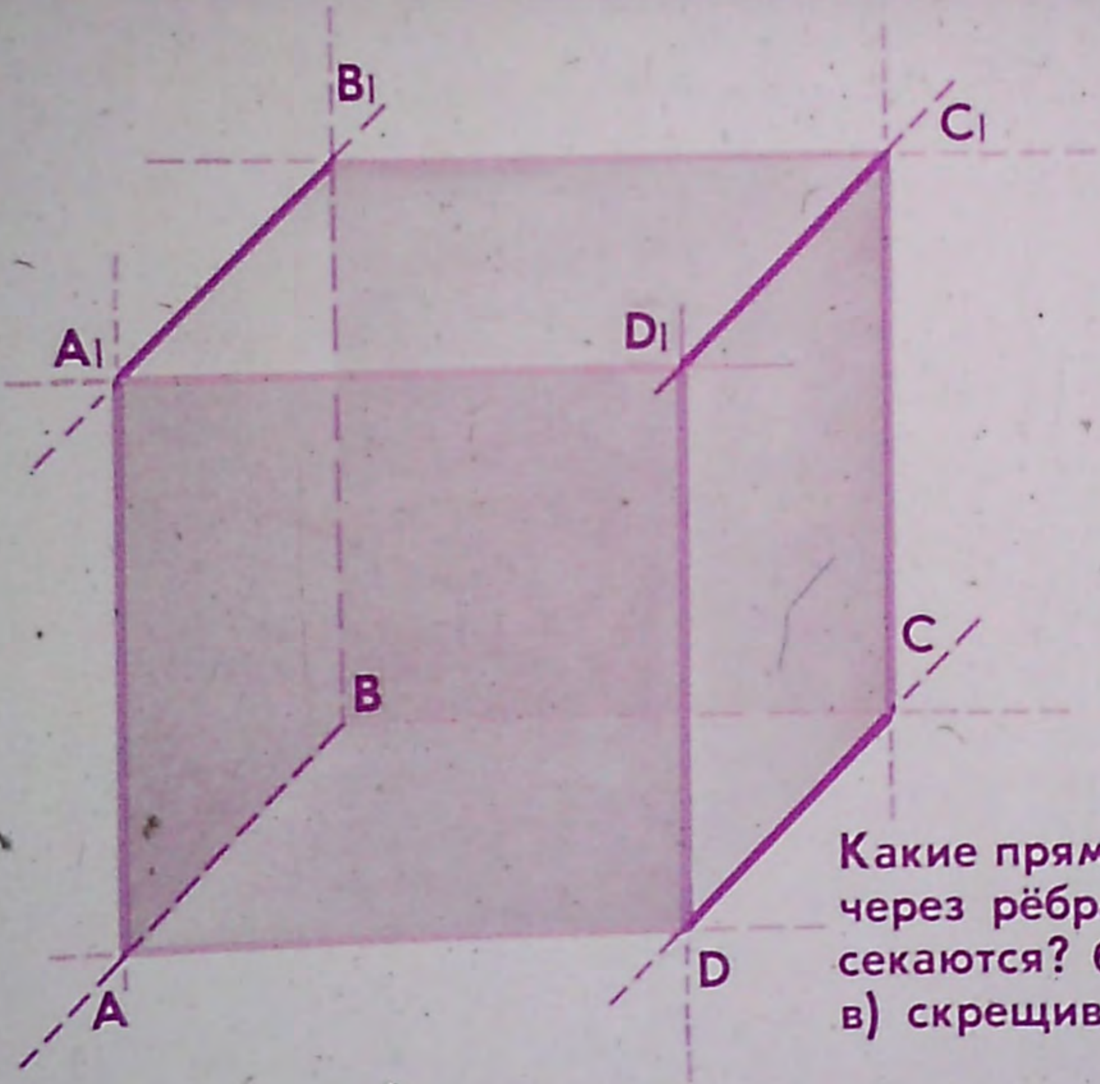
2. Прямые пересекаются:

$$a \cap b = A \Rightarrow a \times b$$

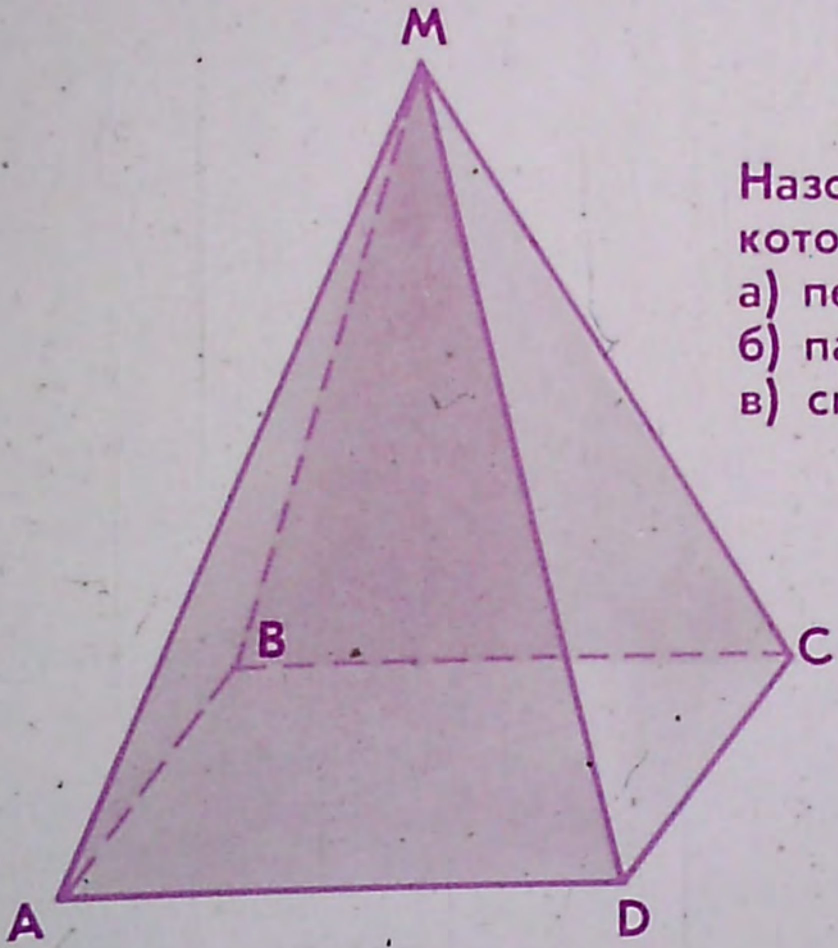


3. Прямые скрещиваются:

$$\left.\begin{array}{l} a \subset \alpha \\ b \cap \alpha = A \\ A \notin a \end{array}\right\} \Rightarrow a \lambda b$$



Какие прямые, проходящие через рёбра куба: а) пересекаются? б) параллельны? в) скрещиваются?

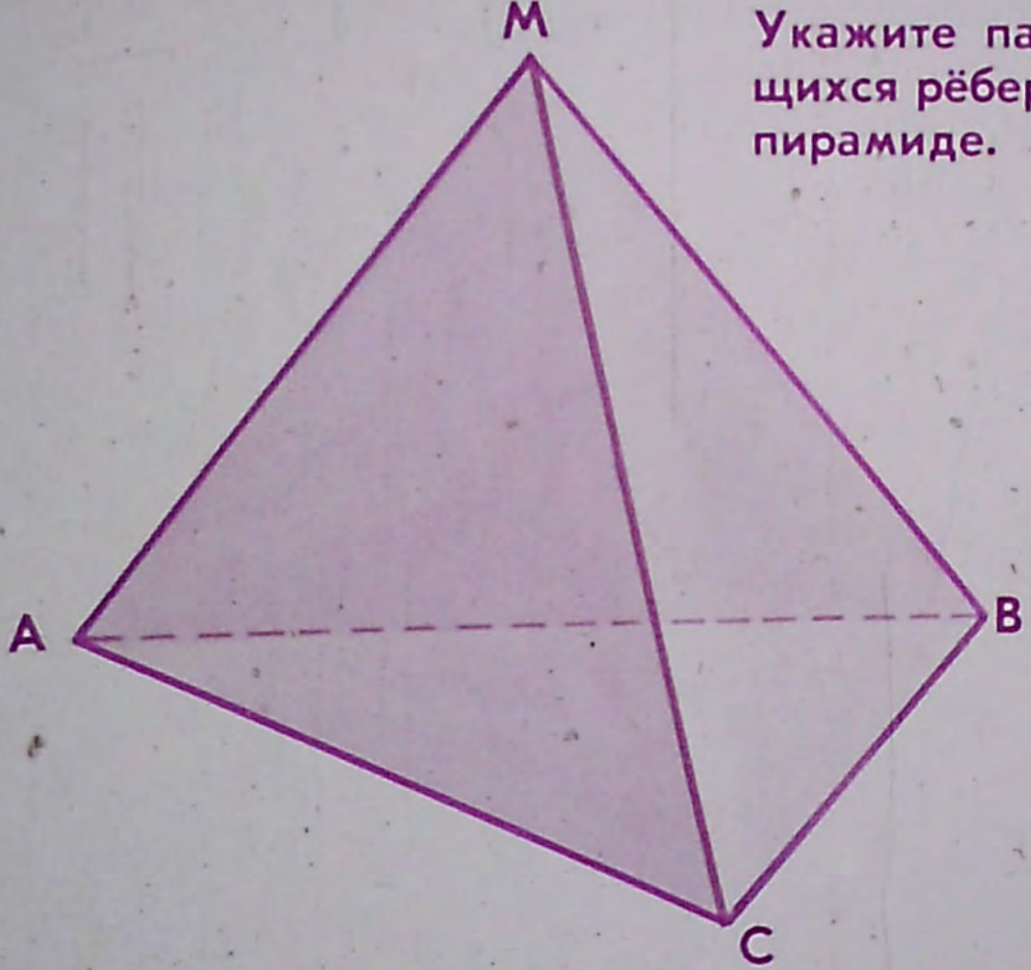


Назовите рёбра пирамиды, которые:

а) пересекаются;

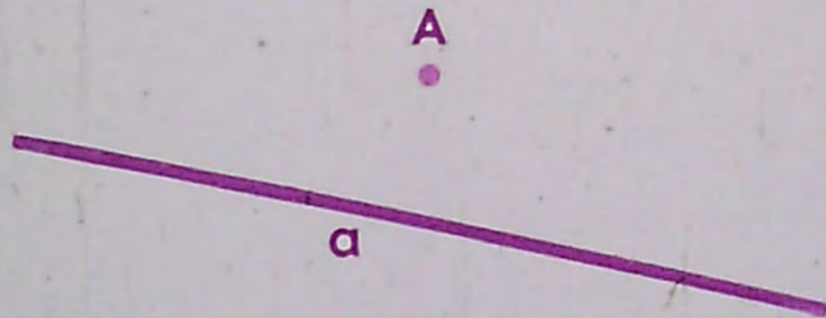
б) параллельны;

в) скрещиваются.



Укажите пары скрещивающихся рёбер в треугольной пирамиде.

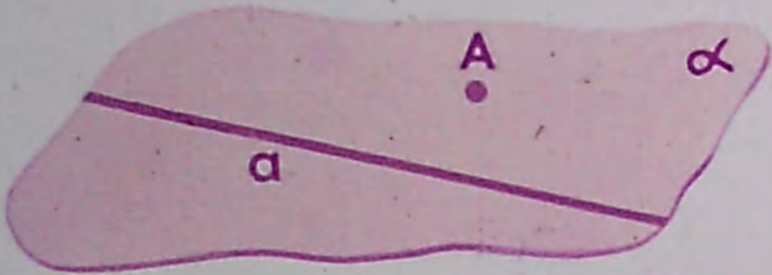
Задача 1. **Через точку, не лежащую на данной прямой, провести в пространстве прямую, параллельную данной прямой.**



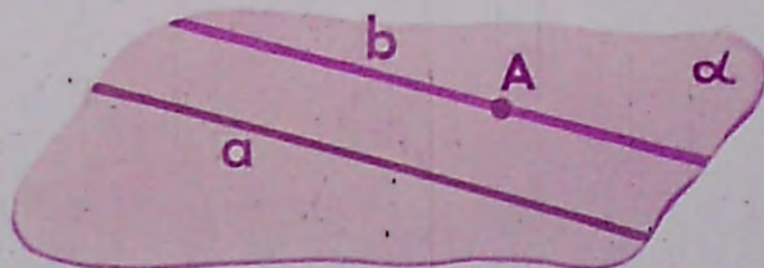
Дано: $A \notin a$

Провести прямую b: $A \in b$; $b \parallel a$.

Проведём плоскость $\alpha : (A;\ a) \subset \alpha$.



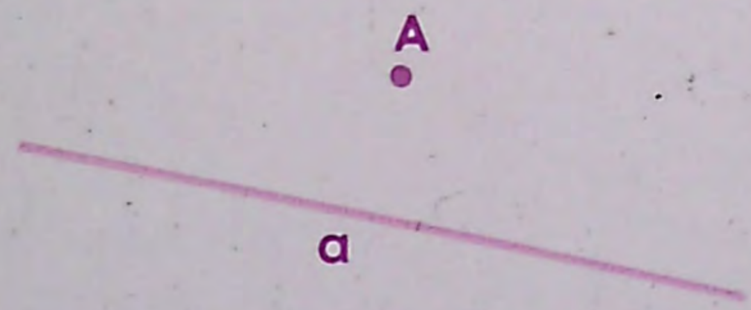
В плоскости α построим прямую $b : A \in b;\quad b \parallel a$.



b — искомая прямая.

Сколько решений имеет задача?

Задача 2. **Через данную точку, не лежащую на данной прямой, провести прямую, скрещивающуюся с данной прямой.**



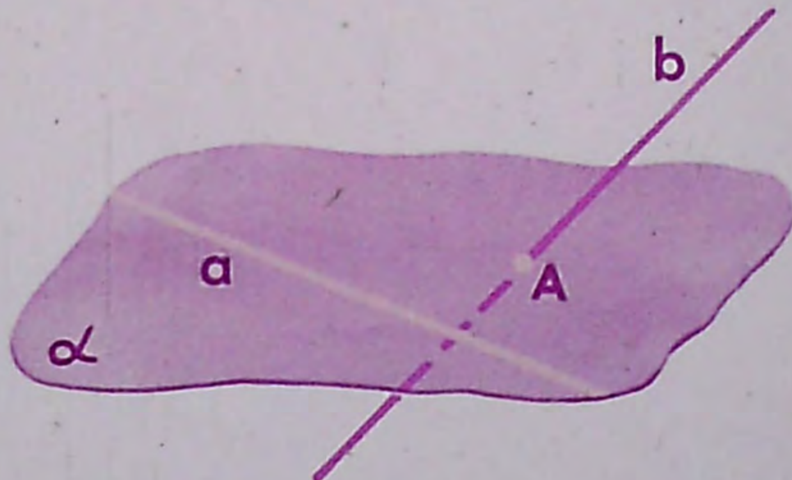
<u>**Дано:** $A \notin a$</u>

Провести прямую b : $b \leftthreetimes a$; $A \in b$.

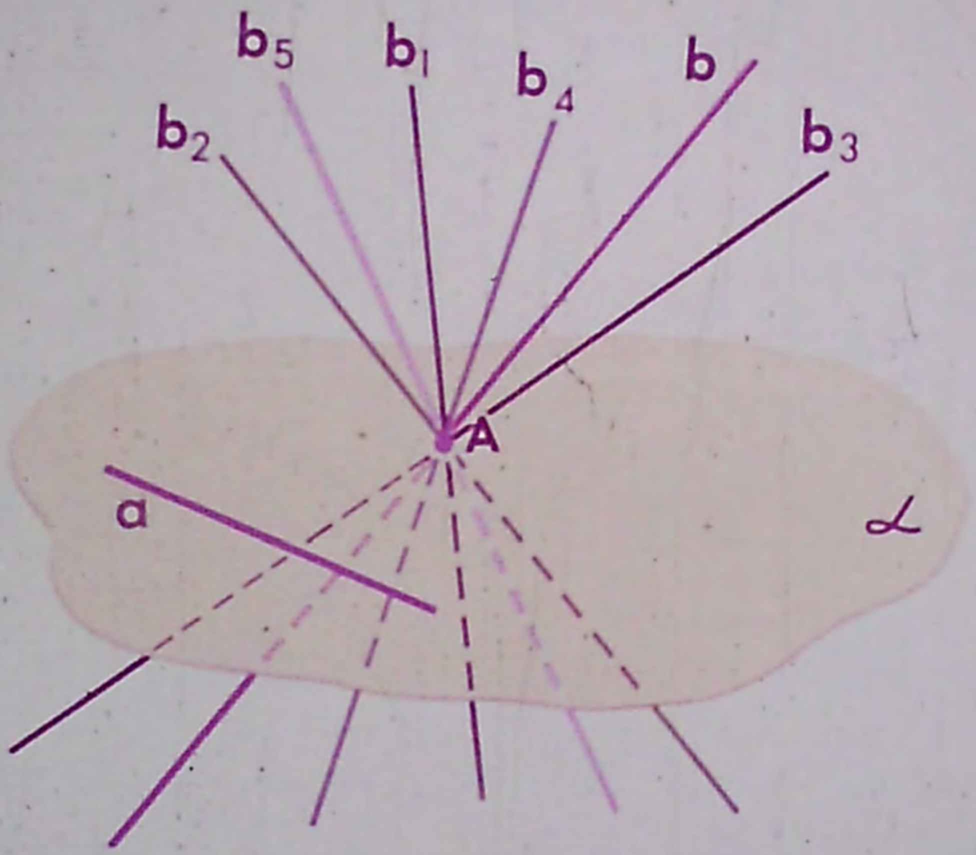
Проведём: плоскость α,
$(A;\ a) \subset \alpha$;

прямую b:
$b \cap \alpha = A$.

b—искомая прямая.

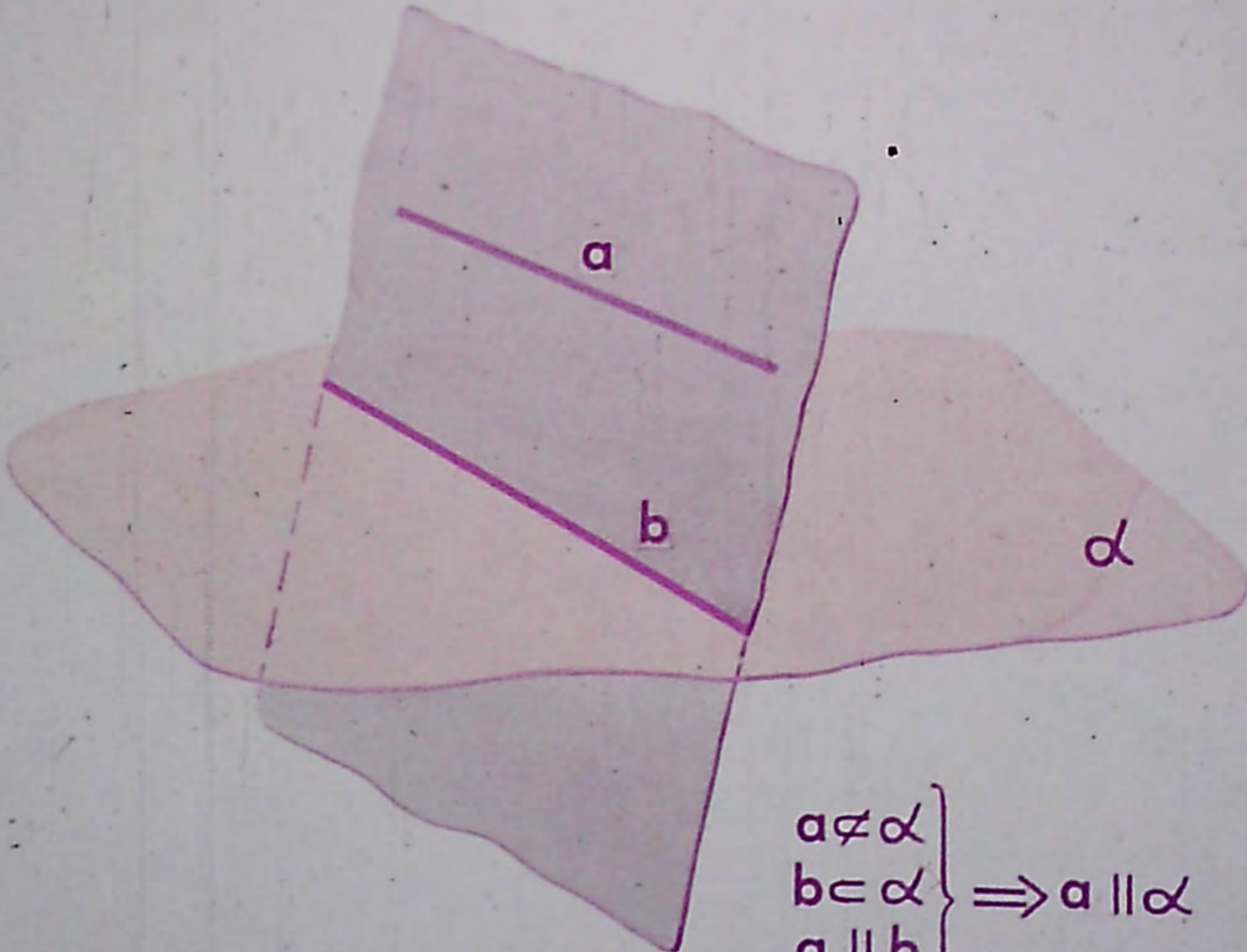


Сколько решений имеет задача?

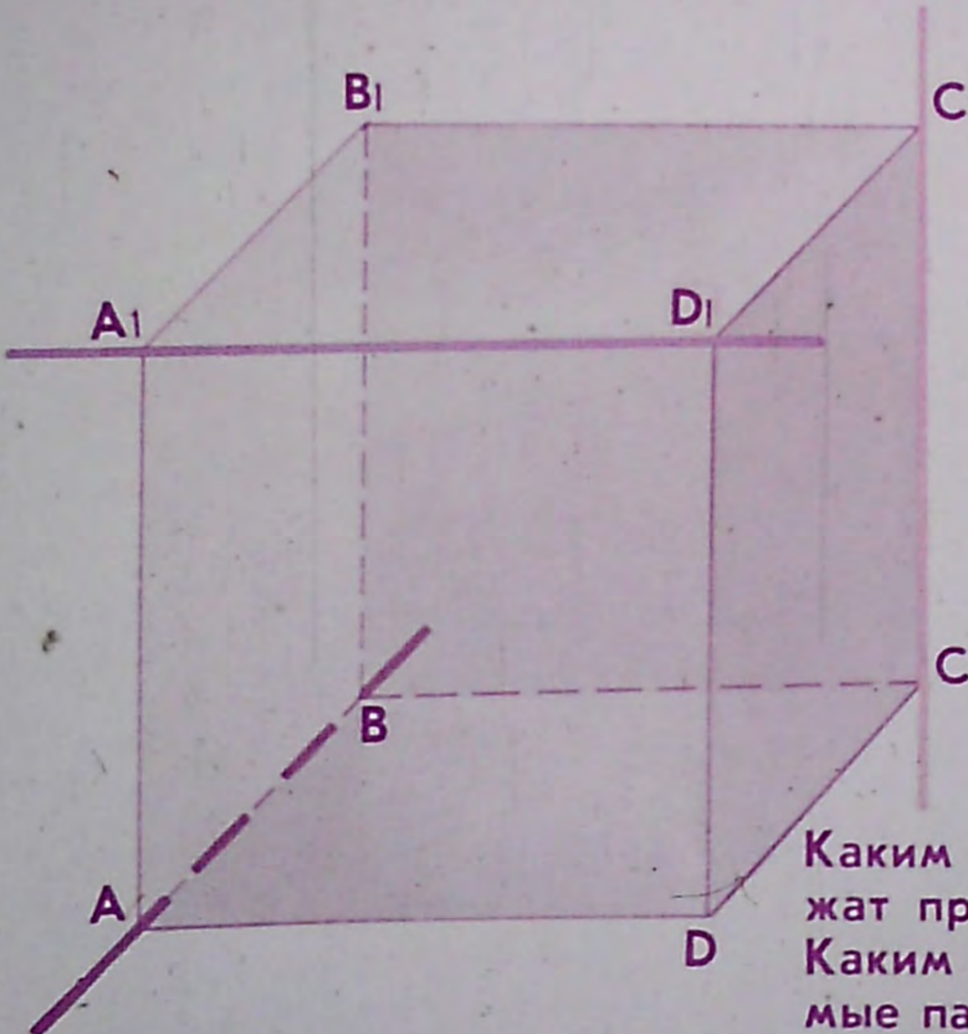


Решений бесконечное множество.

II. Признак параллельности прямой и плоскости.



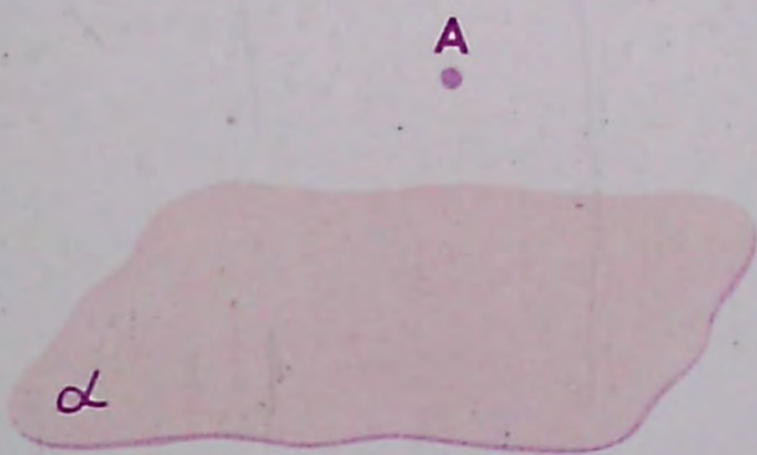
$$\left.\begin{matrix} a \not\subset \alpha \\ b \subset \alpha \\ a \parallel b \end{matrix}\right\} \Longrightarrow a \parallel \alpha$$



Каким плоскостям принадлежат прямые AB, A_1D_1, C_1C? Каким плоскостям эти прямые параллельны? Почему?

В правильной четырёхугольной пирамиде через ребро CD проведены плоскости, пересекающие противоположную грань. Какую форму имеют сечения?

Задача 1. Через точку А, не лежащую в данной плоскости, провести прямую, параллельную данной плоскости.

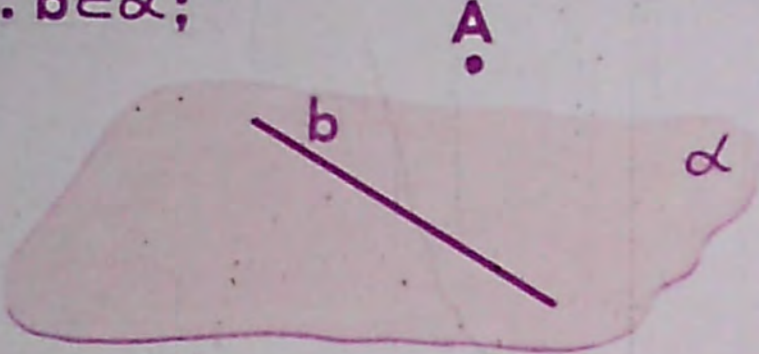


Дано: $A \notin \alpha$

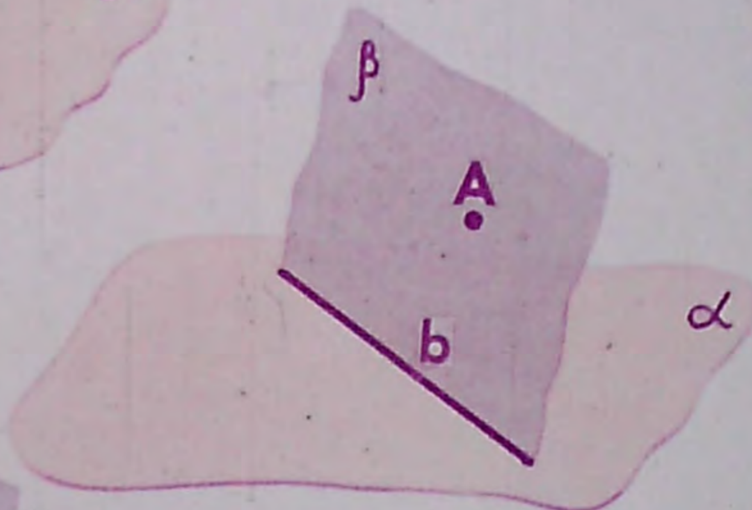
Провести прямую $a \parallel \alpha$; $A \in a$.

Проведём:

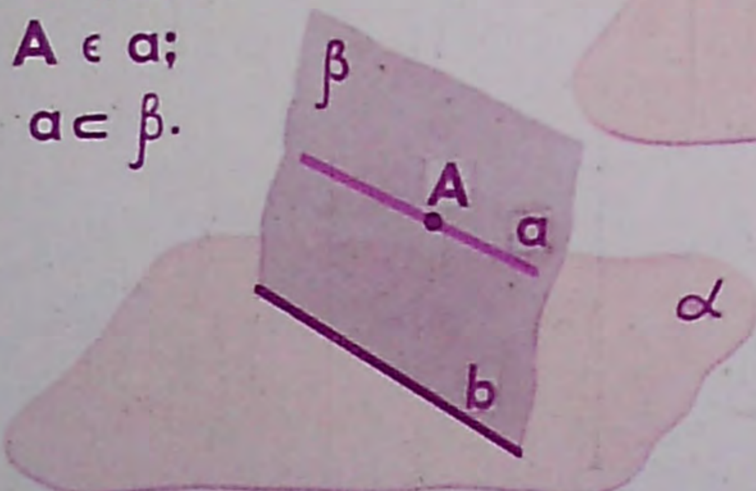
1. $b \subset \alpha$;



2. $(A; b) \subset \beta$;

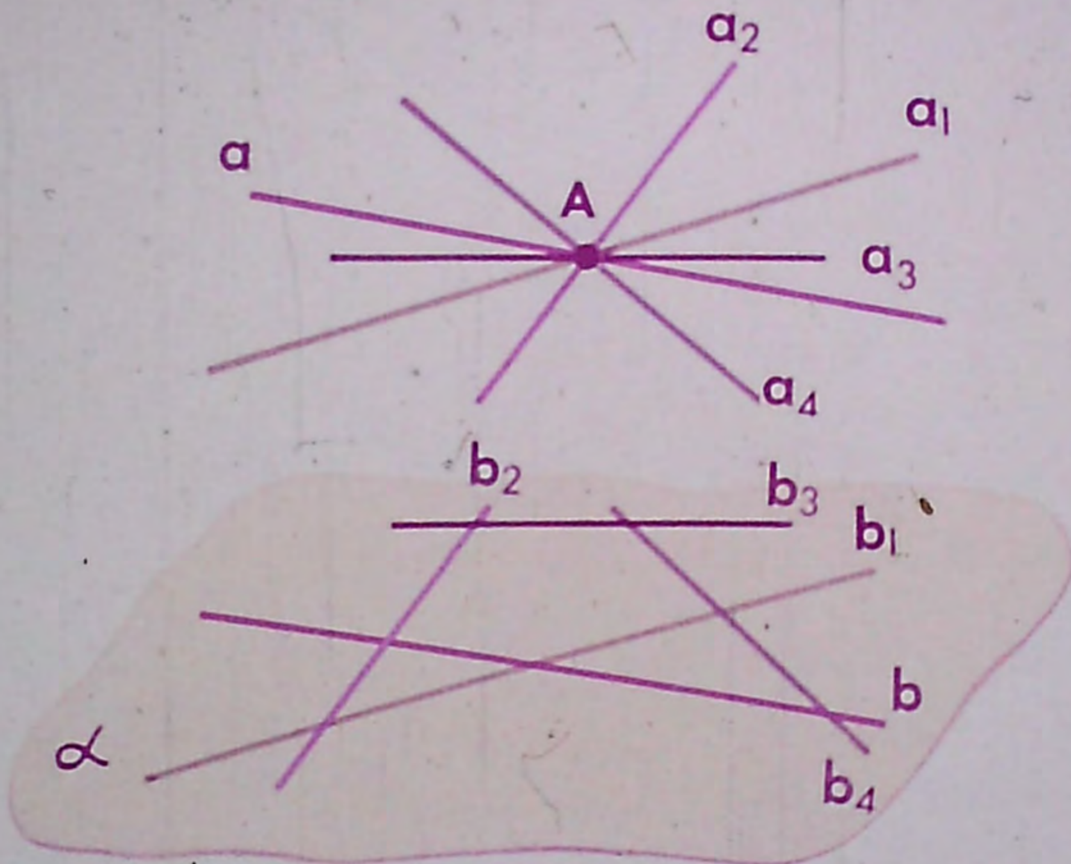


3. $a \parallel b$;
$A \in a$;
$a \subset \beta$.



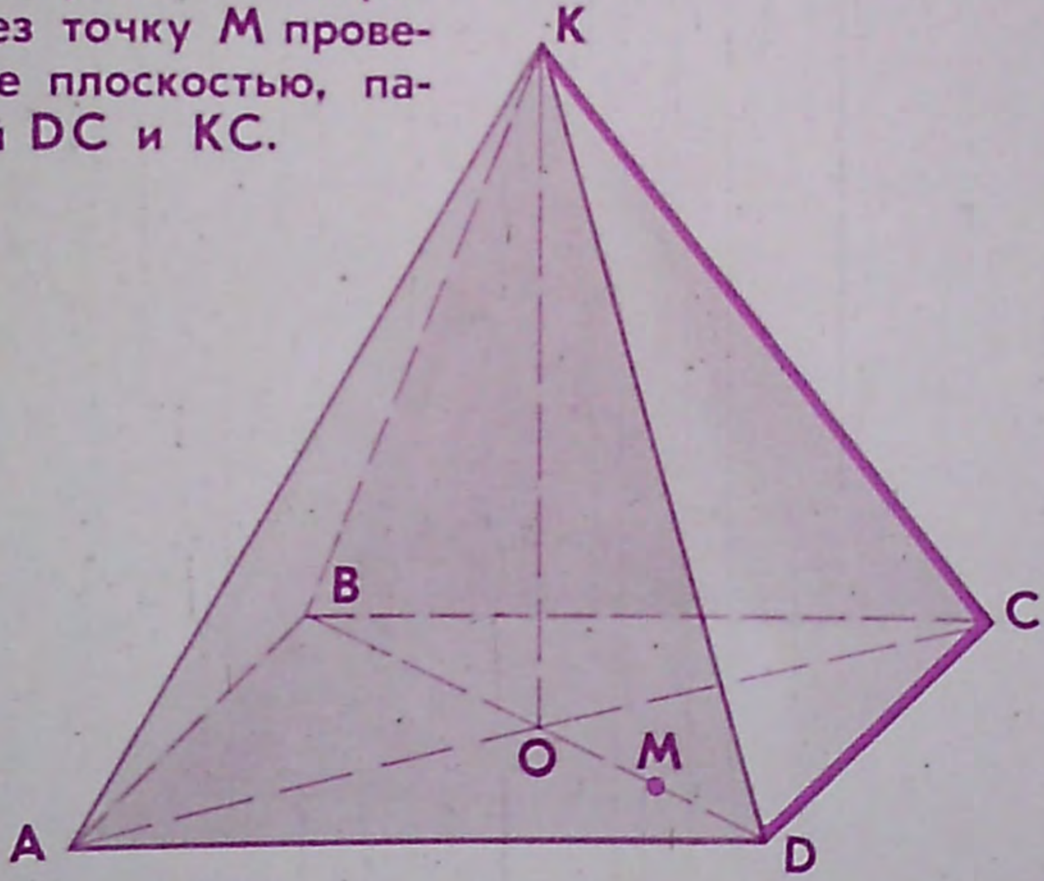
Прямая a — искомая.

Сколько решений имеет задача?

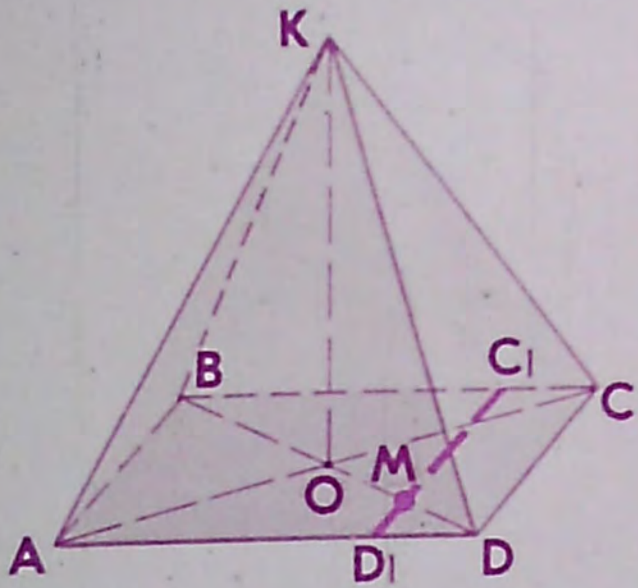


Решений бесконечное множество.

Задача 2. KABCD—правильная четырёхугольная пирамида. Через точку M провести сечение плоскостью, параллельной DC и KC.



Проведём:

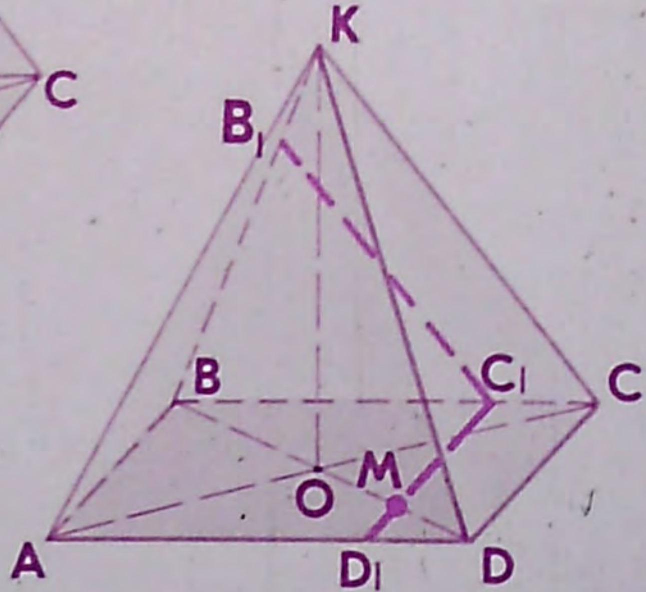


1. в плоскости ABCD:

$D_1C_1 \parallel DC$;

$M \in D_1C_1$;

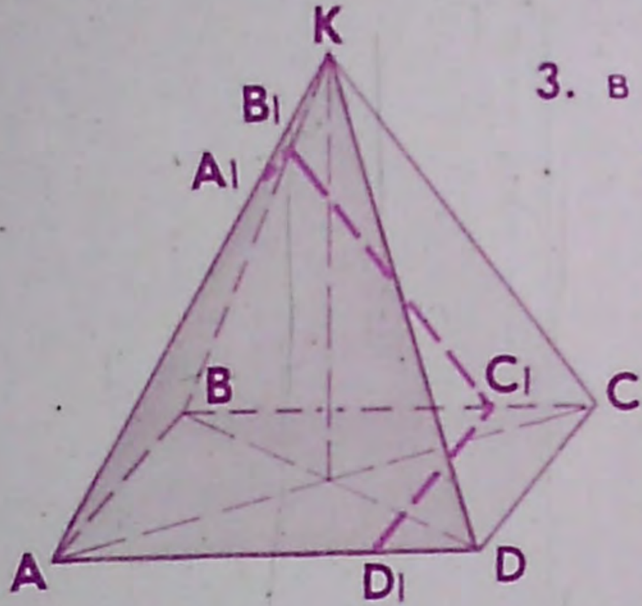
(почему?)



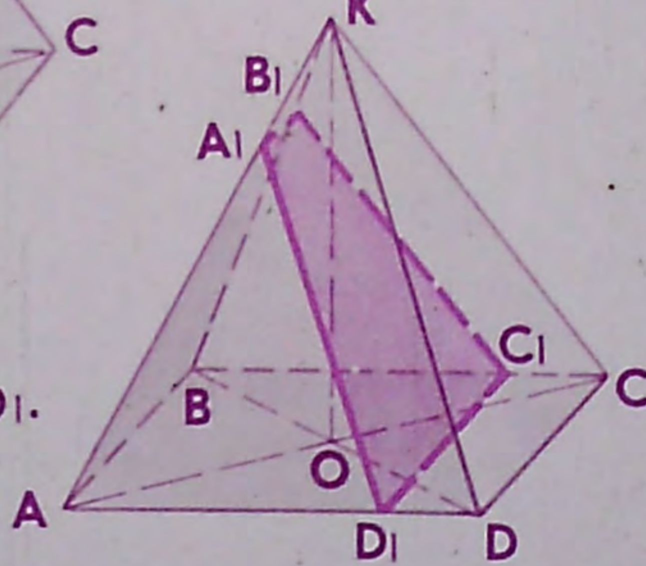
2. в плоскости KBC:

$C_1B_1 \parallel KC$;

(почему?)



3. в плоскости ABK проводим $A_1B_1 \parallel D_1C_1$; (почему?)

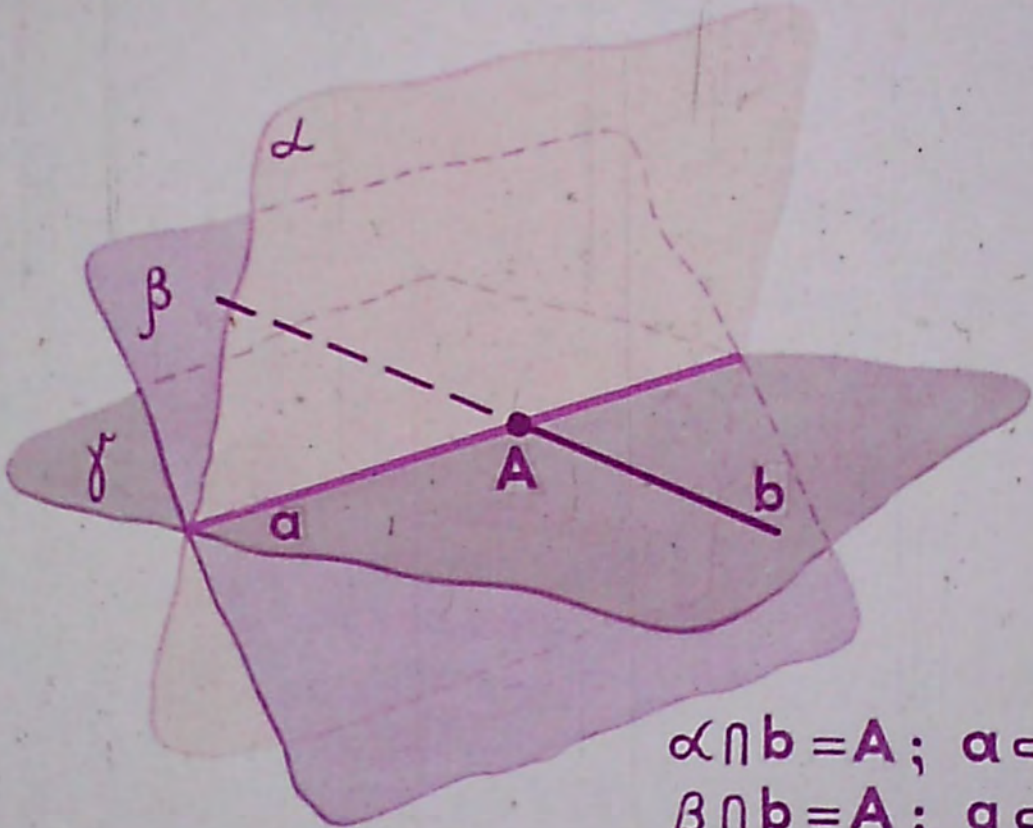


4. соединим точки A_1 и D_1. Сечение построено.

Задача 3. Через данную прямую провести плоскость, параллельную другой данной прямой.

$$\frac{\text{Дано: } a;\ b \text{ — прямые}}{\text{Провести плоскость } \alpha \parallel b;\ a \subset \alpha.}$$

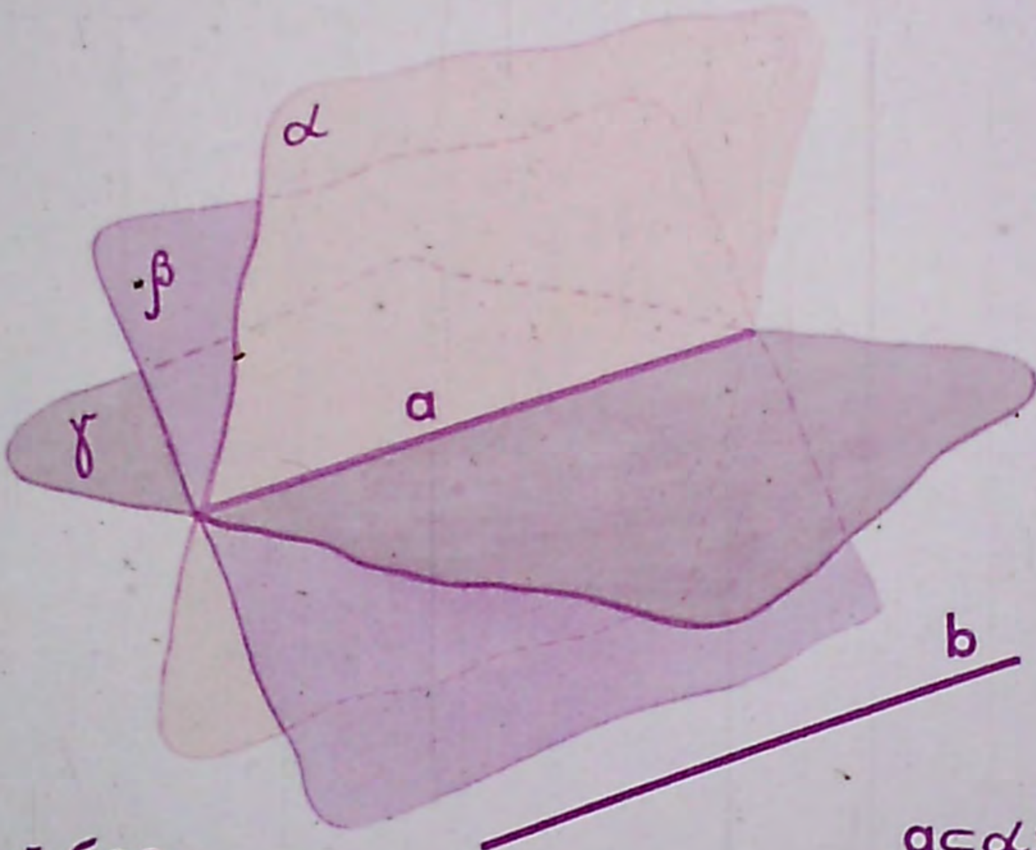
I-й случай: $a \times b$.



$$\alpha \cap b = A;\quad a \subset \alpha$$
$$\beta \cap b = A;\quad a \subset \beta$$
$$\gamma \cap b = A;\quad a \subset \gamma$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Решений нет.

2-й случай: $a \parallel b$.



Решений бесконечное множество.

$a \subset \alpha;\ \alpha \parallel b$

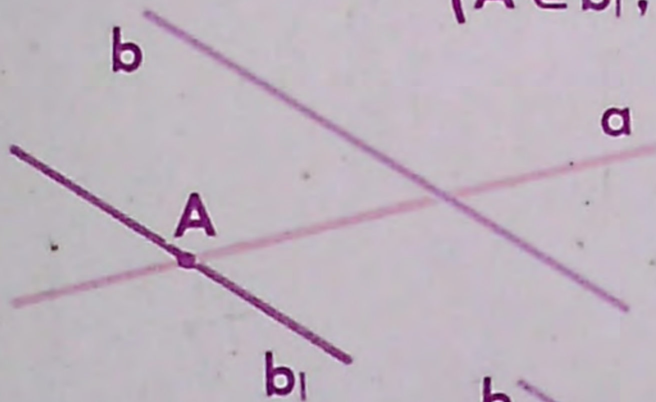
$a \subset \beta;\ \beta \parallel b$

$a \subset \gamma;\ \gamma \parallel b$

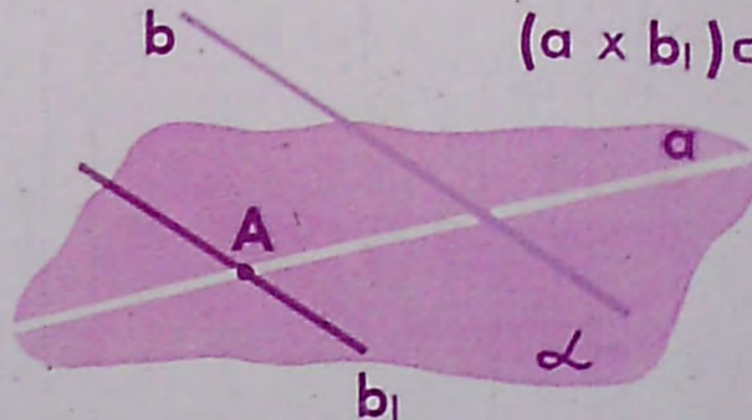
. . . .

3-й случай: $a \leftthreetimes b$. Проведём: $b_1 \parallel b$

$(A \in b_1; \quad A \in a)$.

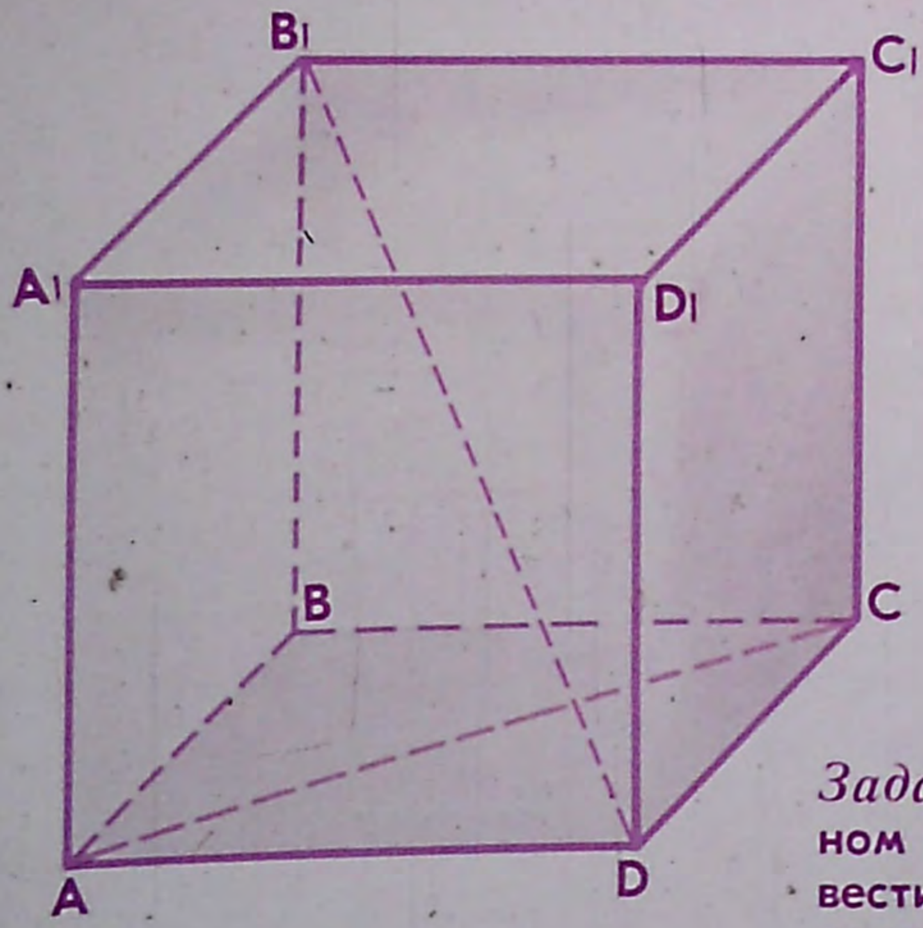


$(a \times b_1) \subset \alpha$.



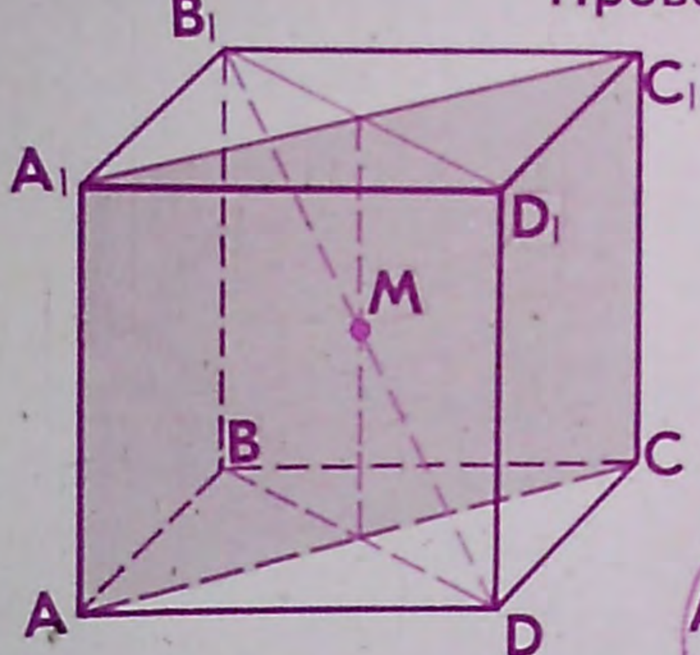
α —искомая плоскость.

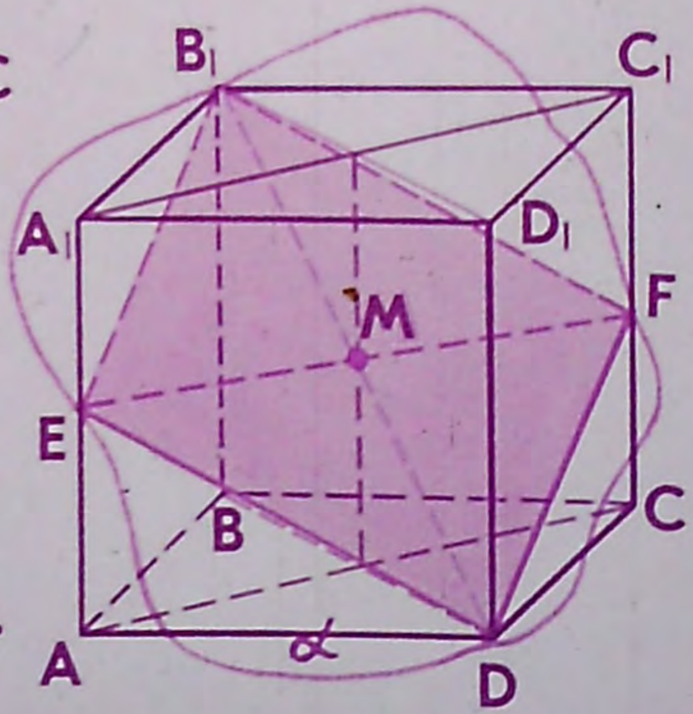
Сколько решений имеет задача?



Задача 3. **В прямоугольном параллелепипеде провести сечение плоскостью, проходящей через его диагональ B_1D, параллельно диагонали основания AC.**

Проведём: I. плоскость AA_1C_1C,
$B_1D \cap AA_1C_1C = M$.





2. $EF \parallel AC$, $M \in EF$,
$(EF \times B_1D) \subset \alpha$.

α — секущая плоскость.

B_1FDE — искомое сечение.

1. $\alpha \cap \beta = \varnothing \Rightarrow \alpha \parallel \beta$

Плоскости параллельны.

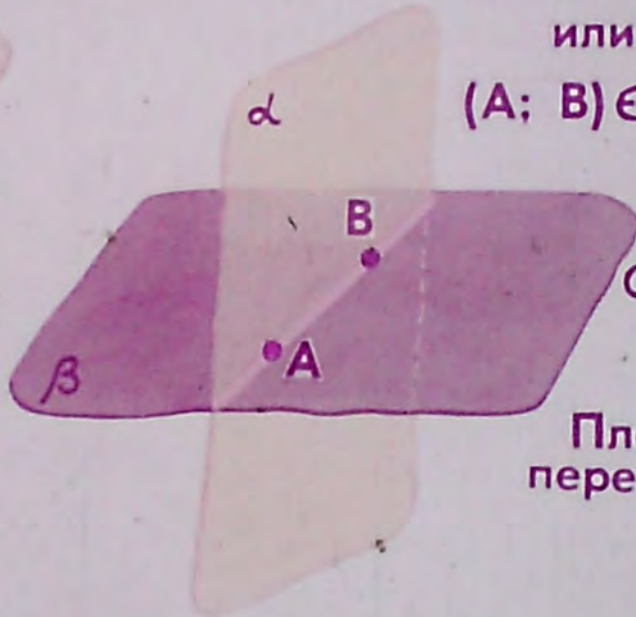
2. $A \in \alpha \cap \beta$

или

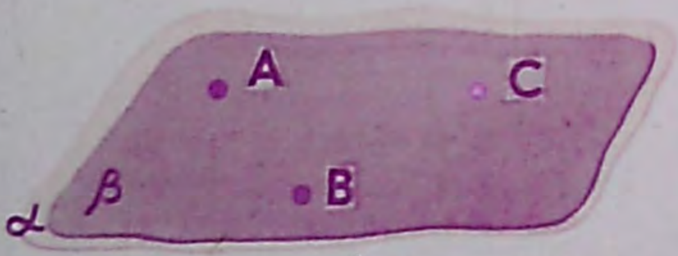
$(A;\ B) \in \alpha \cap \beta$

$\Downarrow$

$\alpha \times \beta$



Плоскости пересекаются.



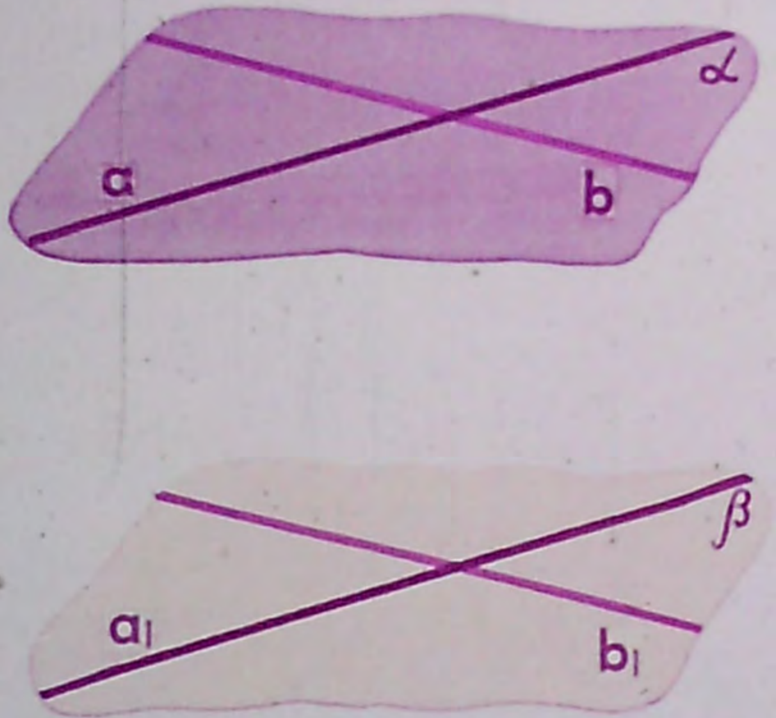
3. A, B, C — неколлинеарны

$(A;B;C) \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \alpha \equiv \beta$

(или более)

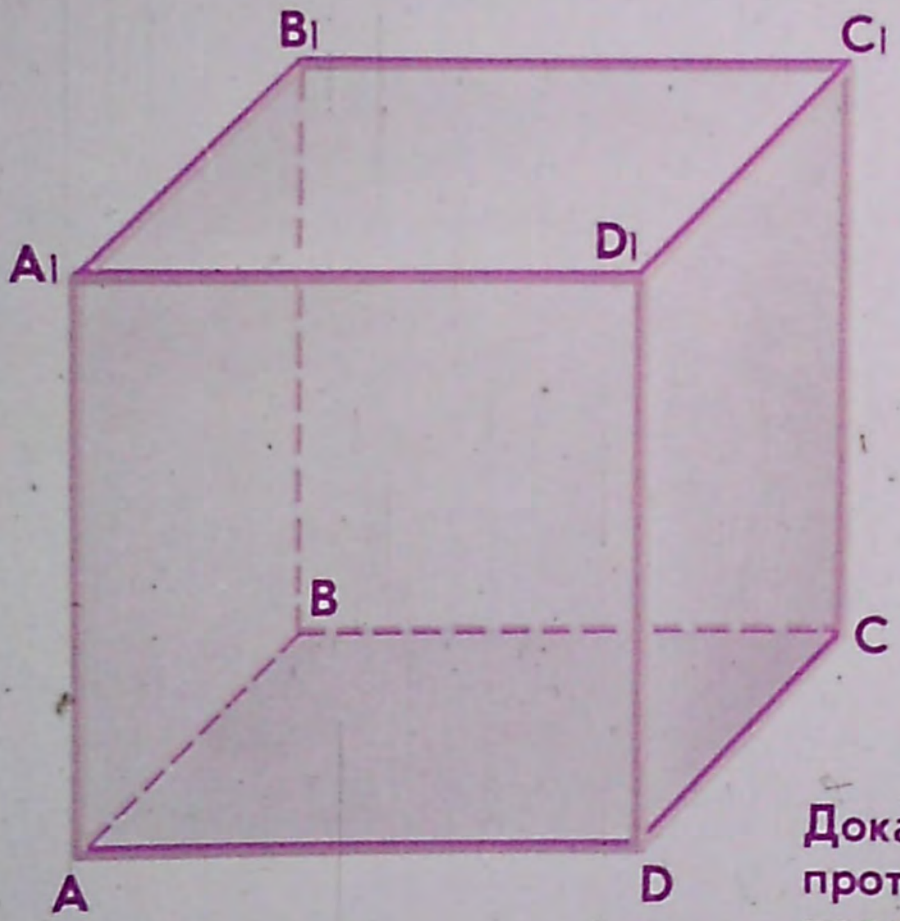
Плоскости совпадают.

Взаимное расположение двух плоскостей.

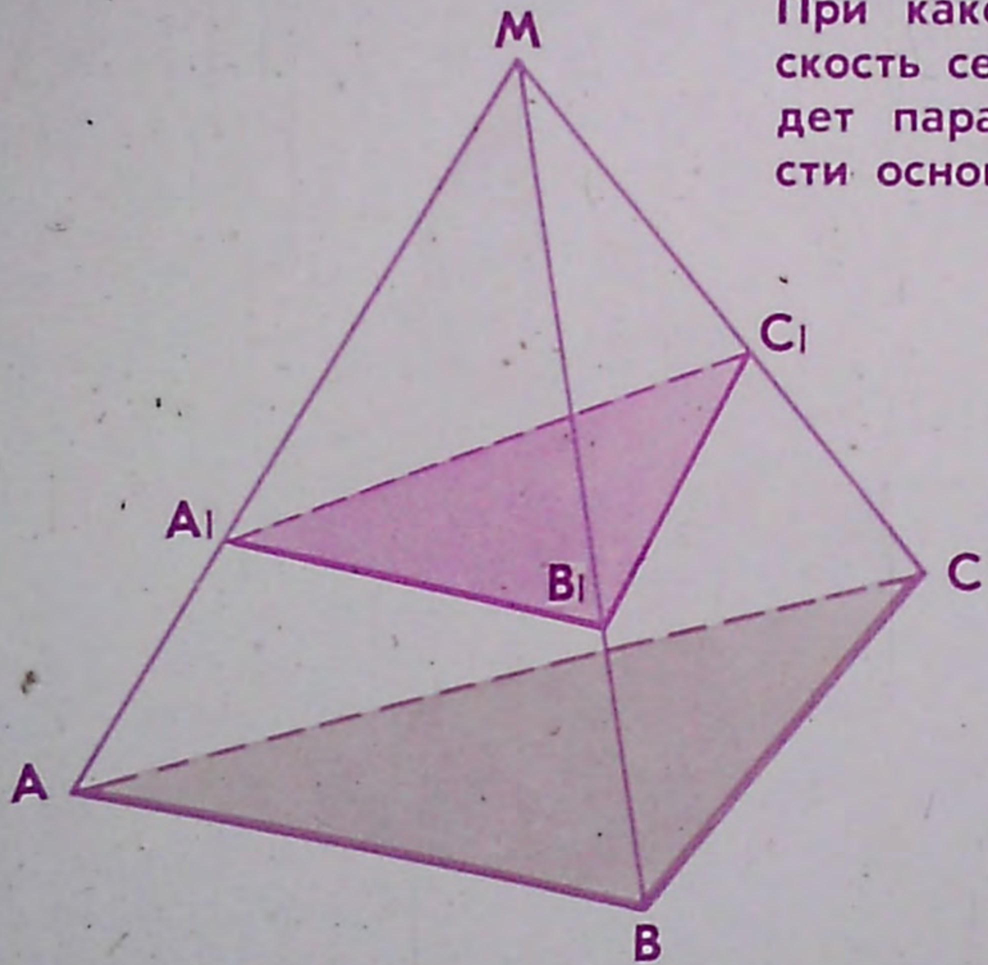


$$\left.\begin{array}{c}(a\times b)\subset\alpha\\(a_1;b_1)\subset\beta\\a\parallel a_1\\b\parallel b_1\end{array}\right\}\Longrightarrow\alpha\parallel\beta$$

Признак параллельности двух плоскостей.

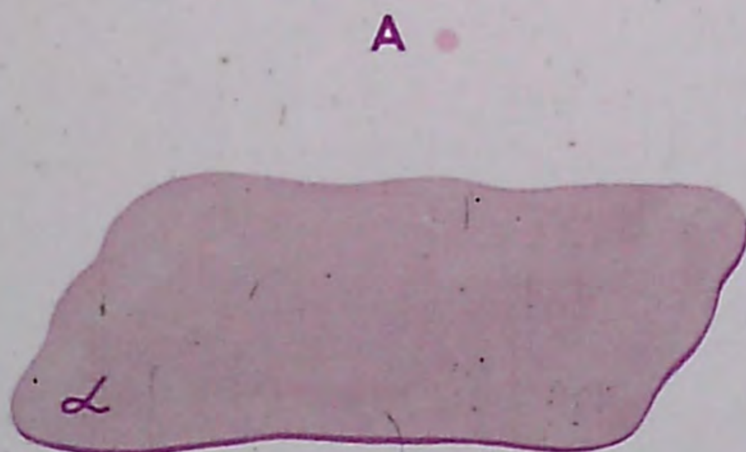


Докажите параллельность противоположных граней прямоугольного параллелепипеда.



При каком условии плоскость сечения $A_1B_1C_1$ будет параллельна плоскости основания?

Задача 1. **Через данную точку, не лежащую в данной плоскости, провести плоскость, параллельную данной плоскости.**

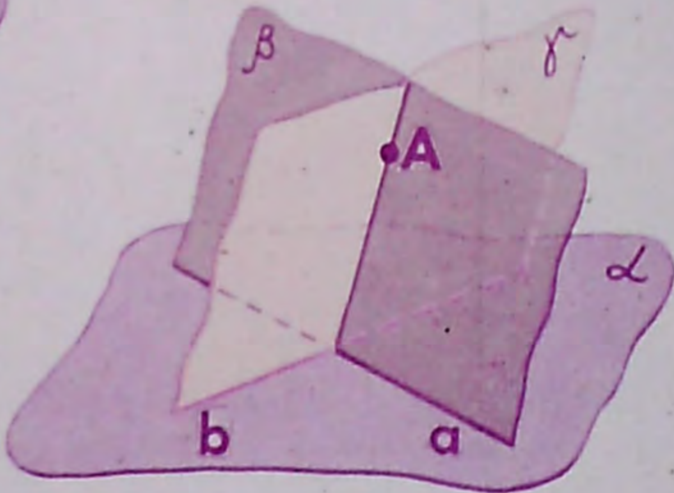


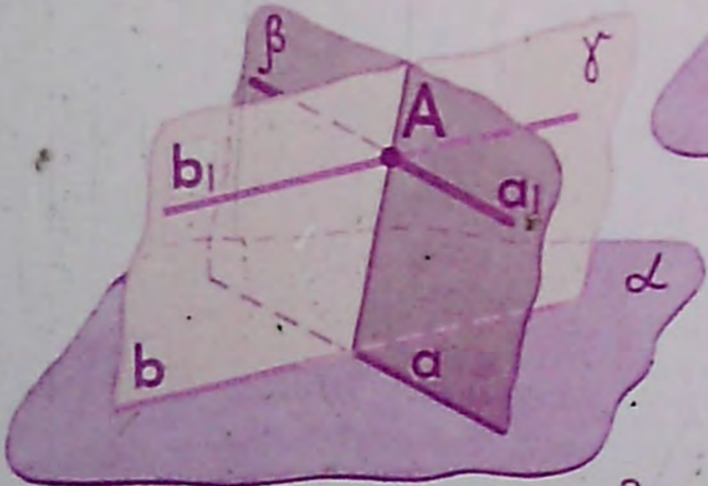
Дано: $A \notin \alpha$

Провести $\alpha_1 \parallel \alpha$; $A \in \alpha_1$.

$\overset{A}{\bullet}$ **Проведём:**

1. $a \times b \subset \alpha$;



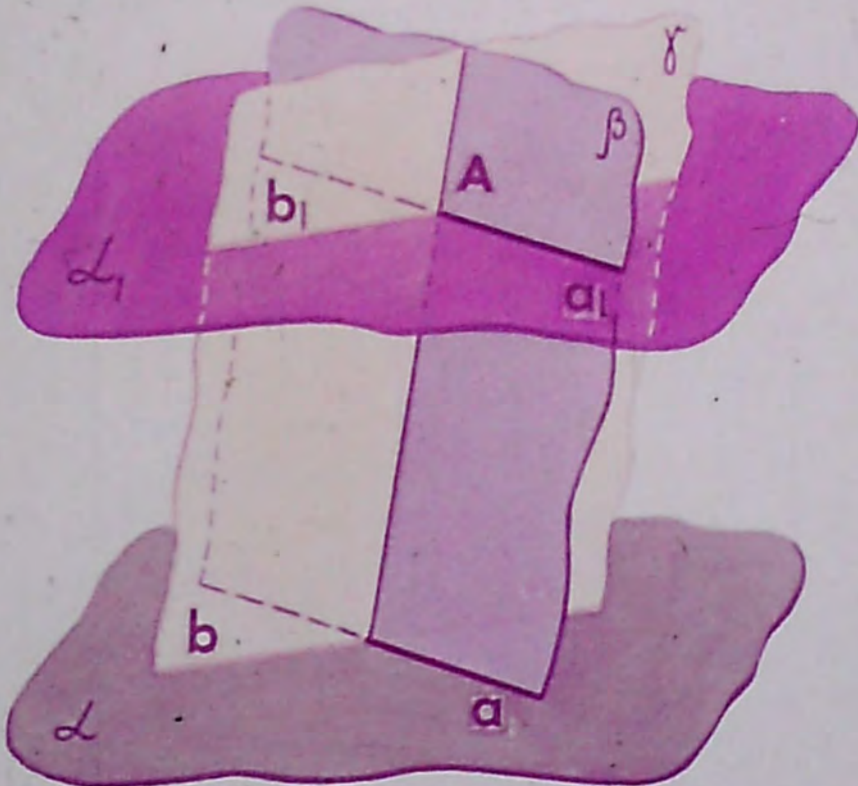


2. $(A;\ a) \subset \beta$;
$(A;\ b) \subset \gamma$;

3. в плоскости β : $a_1 \parallel a$; $A \in a_1$;
в плоскости γ: $b_1 \parallel b$; $A \in b_1$.

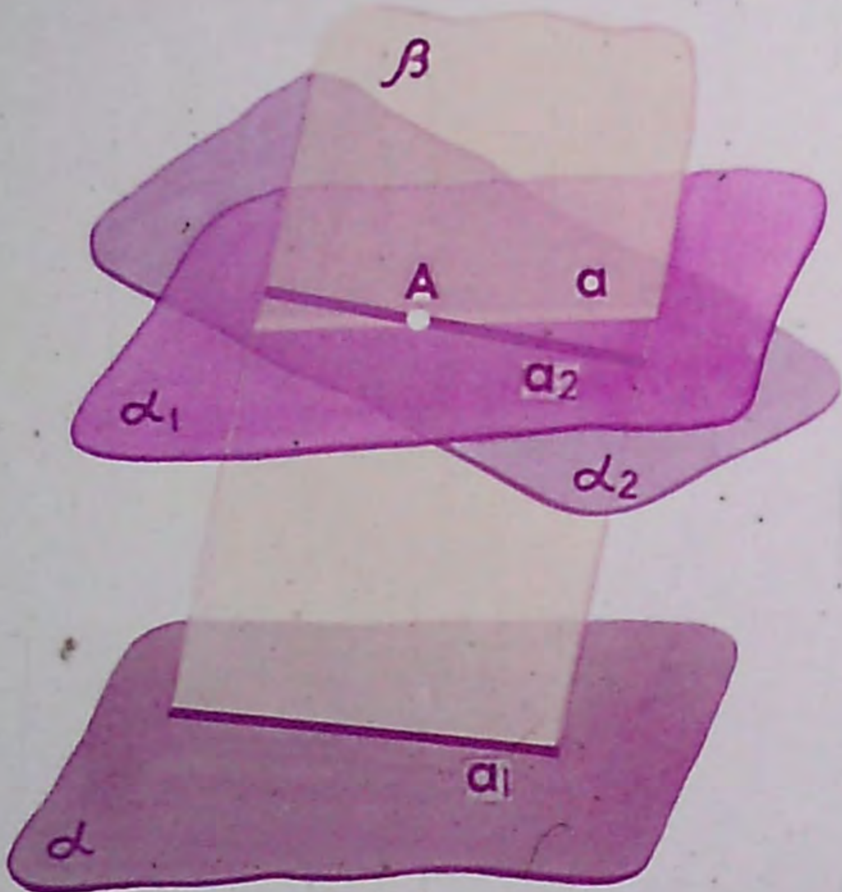
4. Через a_1 и b_1 проведём плоскость α_1. Она и будет искомой.

(Почему?)



Сколько решений имеет задача?

По построению $\alpha_1 \parallel \alpha$; $A \subset \alpha$. Предположим, что $\alpha_2 \parallel \alpha$; $A \subset \alpha_2$. Тогда

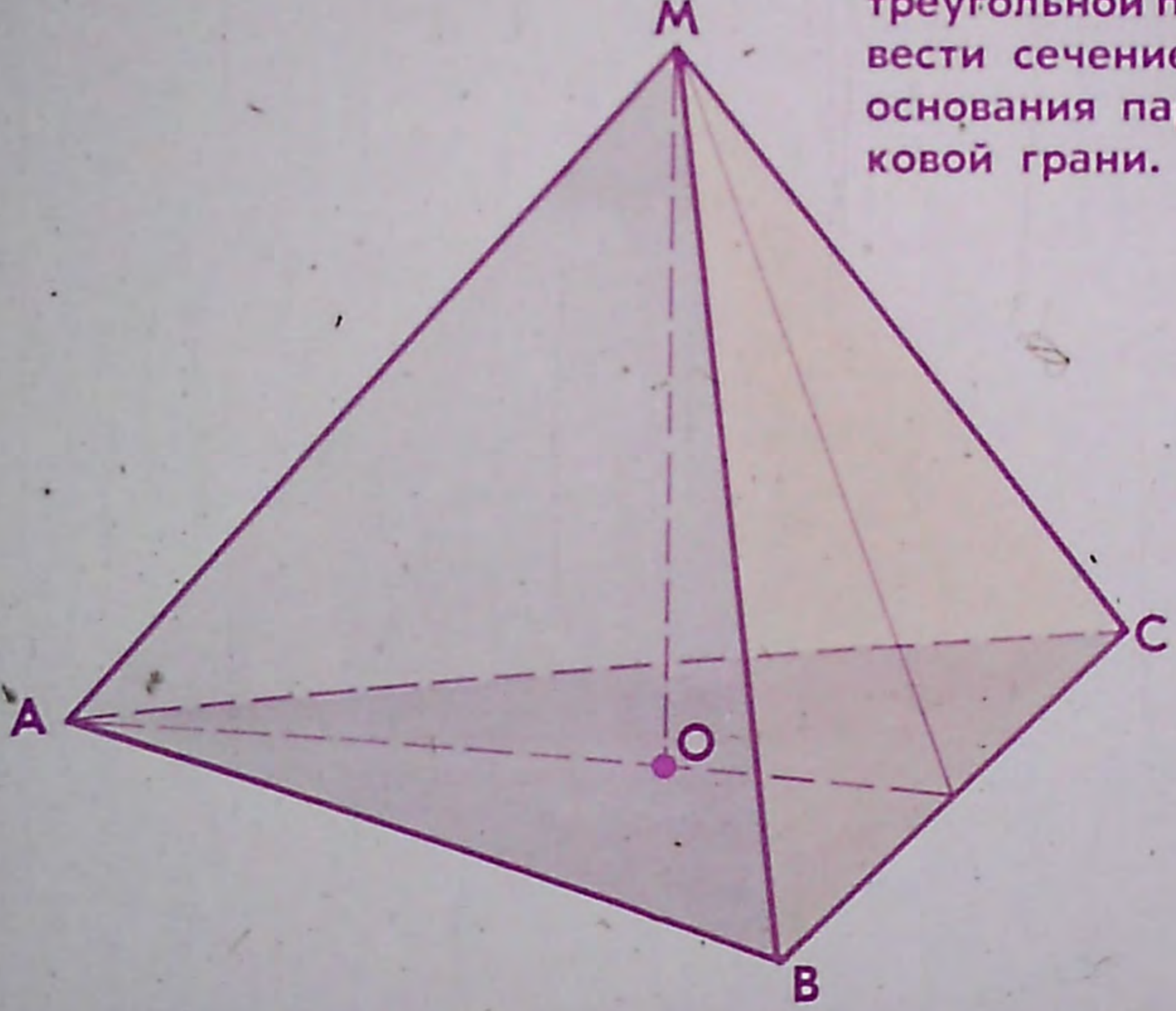


$$1.\ \left.\begin{array}{l} \beta \cap \alpha_1 = a_1 \\ (A \in a_1) \\ \beta \cap \alpha = a \end{array}\right\} \Rightarrow a_1 \parallel a.$$

$$2.\ \left.\begin{array}{l} \beta \cap \alpha_2 = a_2 \\ (A \in a_2) \\ \beta \cap \alpha = a \end{array}\right\} \Rightarrow a_2 \parallel a,$$

что невозможно.

Итак, решение единственное.



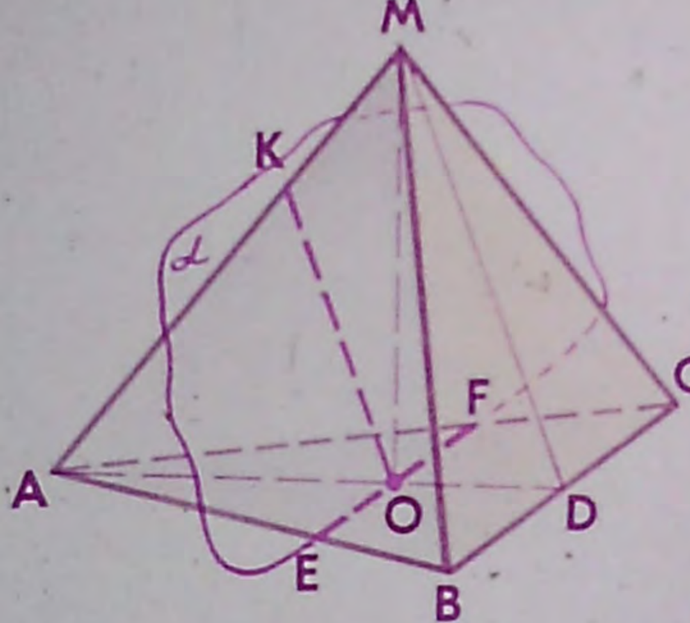
Задача 2. **В правильной треугольной пирамиде провести сечение через центр основания параллельно боковой грани.**

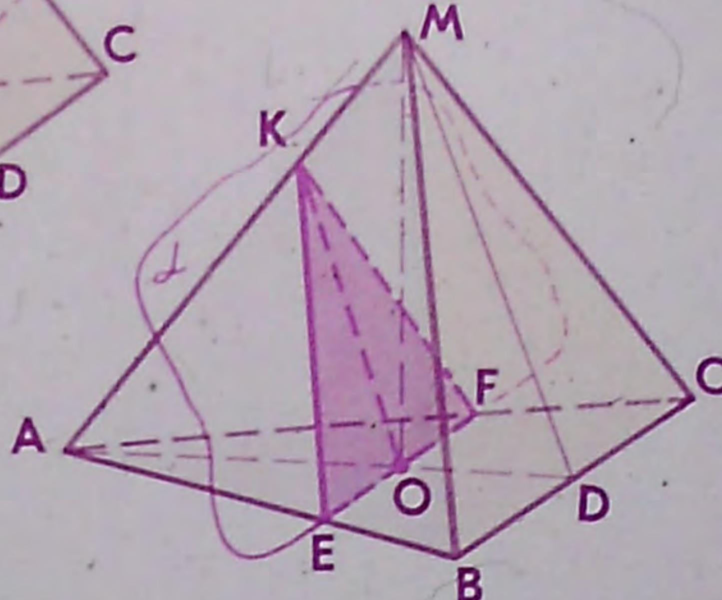
Проведём:

1. в плоскости ABC
$EF \parallel BC$; $0 \in EF$;

2. в плоскости AMD
$OK \parallel MD$;
$(OK \times EF) \subset \alpha$.

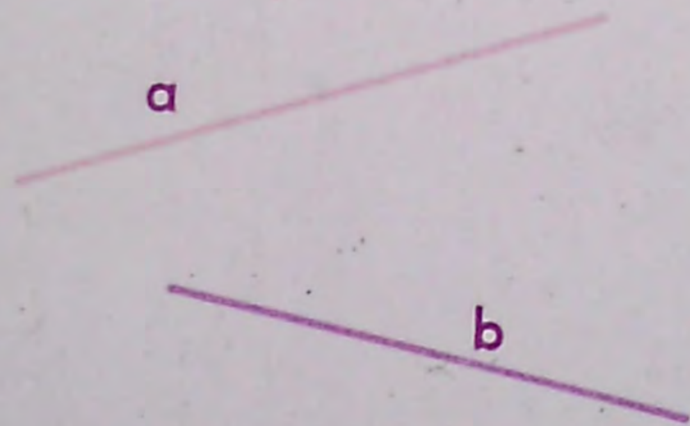
α —секущая плоскость.





ΔEKF—искомое сечение.

Задача 3. **Провести параллельные плоскости, содержащие две данные скрещивающиеся прямые.**

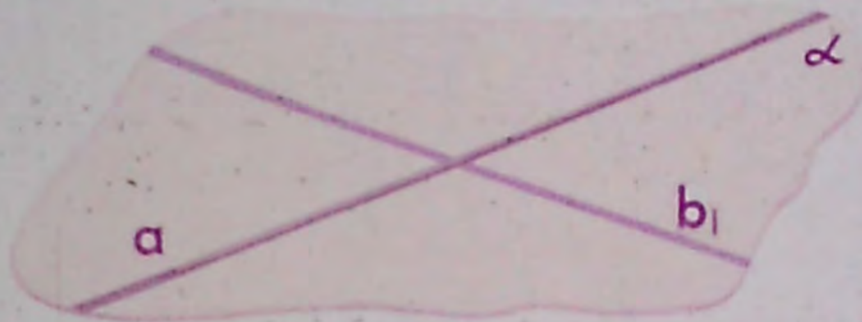


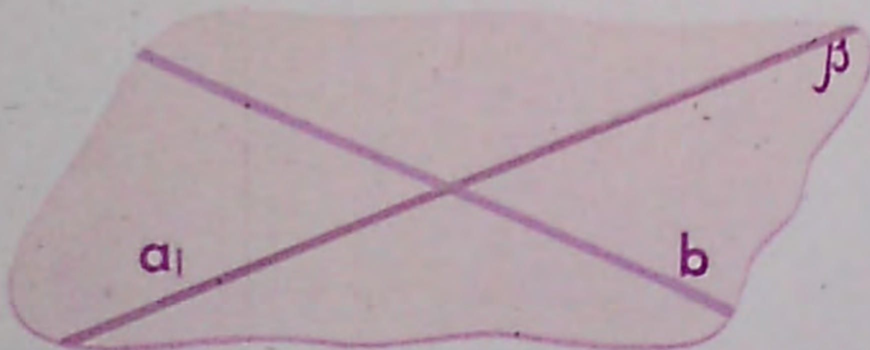
Дано: $a \leftthreetimes b$

Провести: $\alpha \parallel \beta;\ a \subset \alpha;\ b \subset \beta.$

Проведём: 1. $a_1 \parallel a$; $a_1 \times b$; $(a_1; b) \subset \beta$.

2. $b_1 \parallel b$; $b_1 \times a$; $(b_1; a) \subset \alpha$.





$a \lambda b$; $a \subset \alpha$; $b \subset \beta$; $\alpha \parallel \beta$.

Сколько решений имеет задача?

Диафильм сделан по заказу
Министерства просвещения РСФСР
к урокам математики в 9 классе

КОНЕЦ

Автор А. Михайловская
Консультант К. Муравин
Художник-оформитель Н. Дунаева
Редактор В. Чернина

Студия «Диафильм», 1971 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Цветной 0-30

Д-203-71