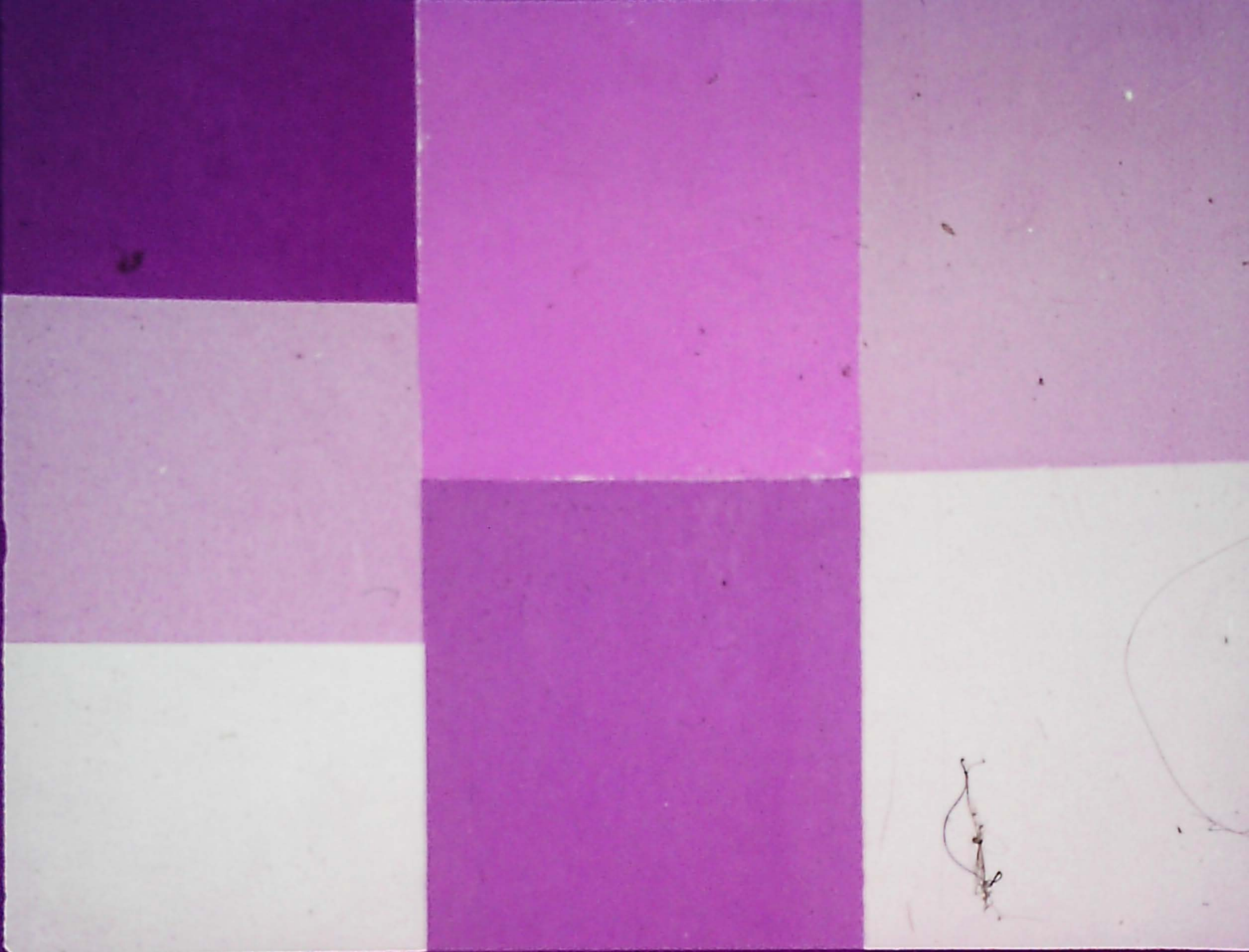


VII 1974

9 0 6

ТУ 19—32—73

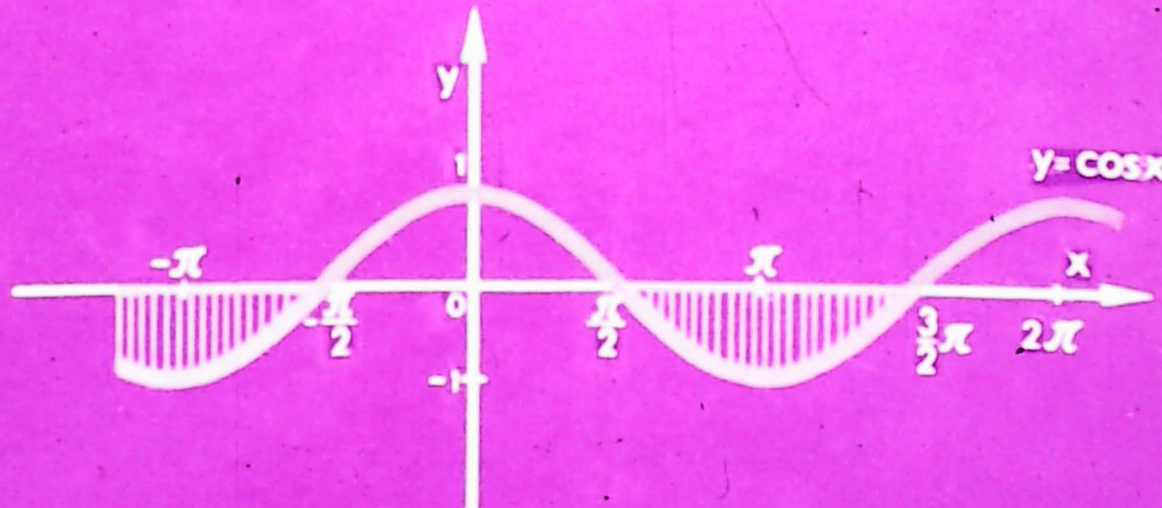
5

2

ДИАФИЛЬМ

07—3—313

РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ



Диафильм по математике для 9—10 классов

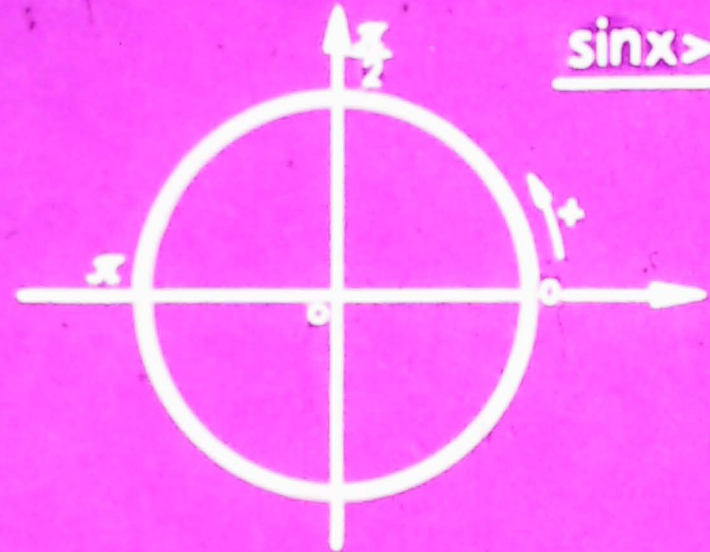
Прежде всего нужно научиться безошибочно решать ПРОСТЕЙШИЕ тригонометрические неравенства, которые, в конечном счёте, являются основой при решении всех тригонометрических неравенств.

Тригонометрический круг и графики функций служат основой наглядности и широко используются при изучении всей этой темы.

Решите неравенства:

1. $\sin x > 0$ (кадр № 4)
2. $\cos x > 0$ (кадр № 5)
3. $\operatorname{tg} x > 0$ (кадр № 6)
4. $\operatorname{ctg} x > 0$ (кадр № 7)

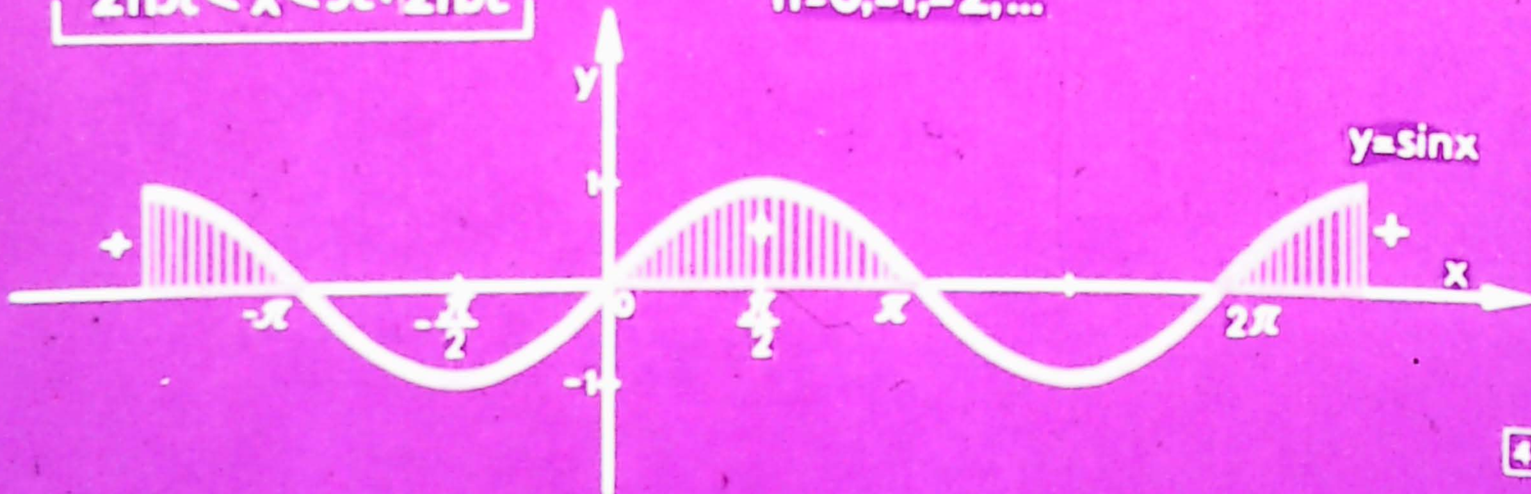
$\underline{\sin x > 0}$



$0 < x < \pi$

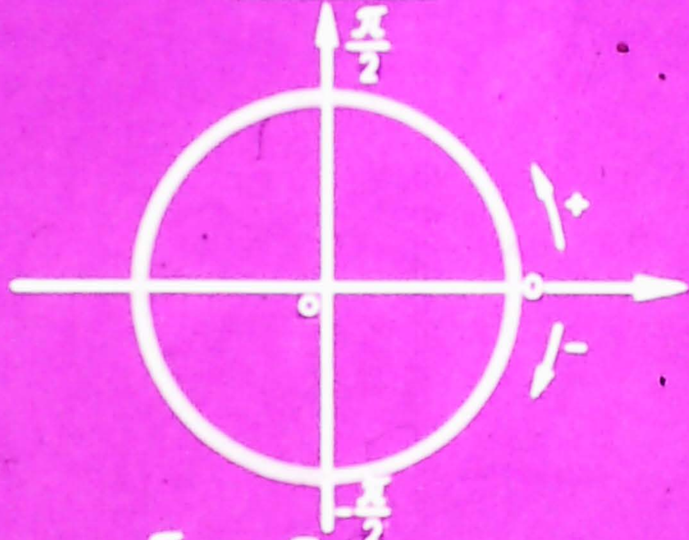
Ответ:

$2n\pi < x < \pi + 2n\pi$ $\quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



4

$\cos x > 0$

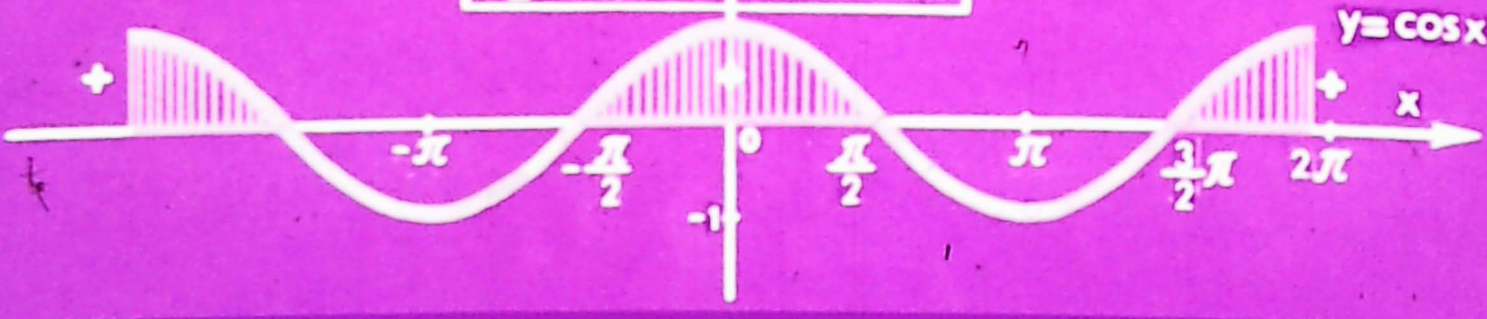


$$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$$

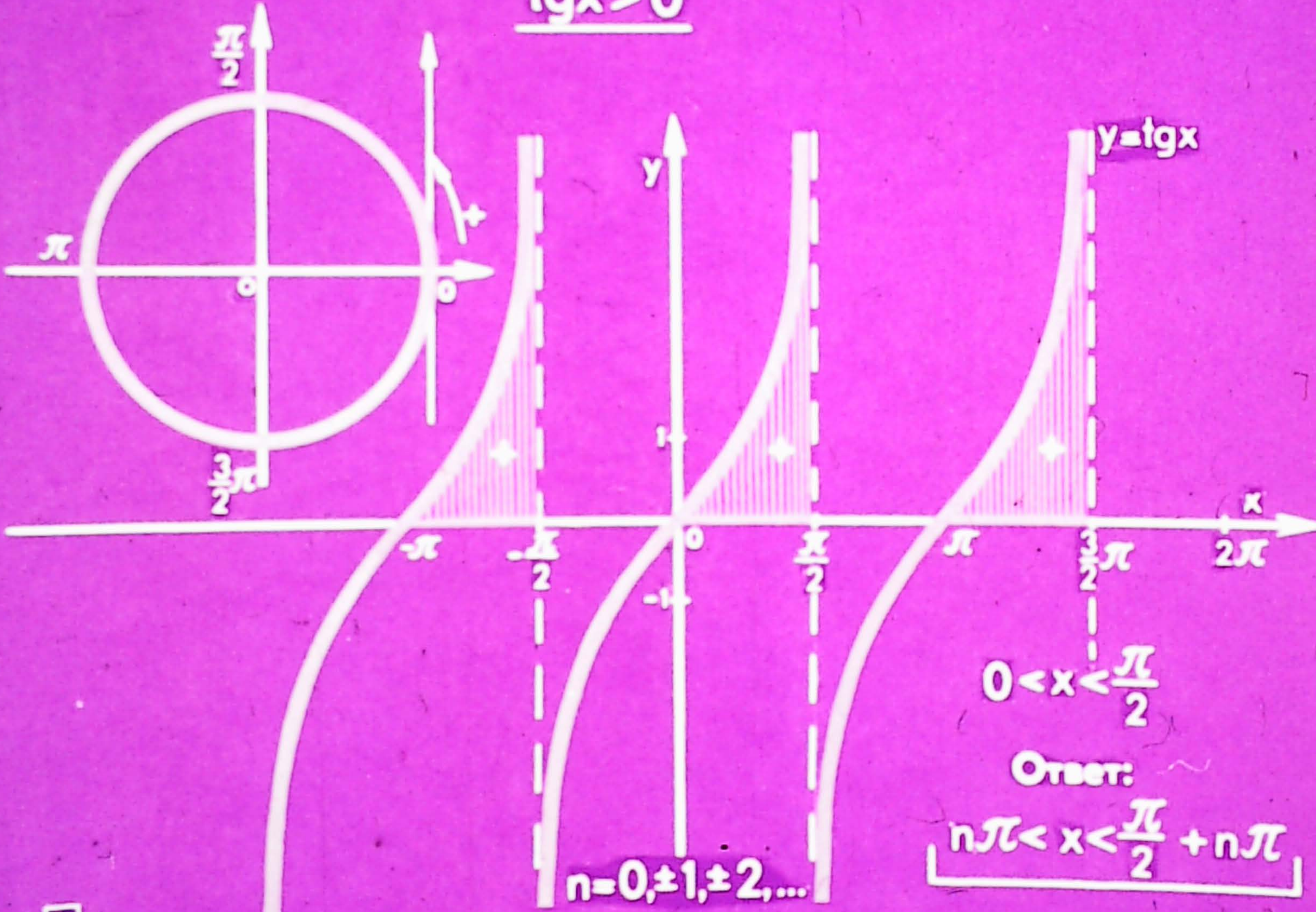
Ответ:

$$-\frac{\pi}{2}+2n\pi<x<\frac{\pi}{2}+2n\pi$$

$n=0,\pm1,\pm2,\ldots$



$\operatorname{tg} x > 0$



$0 < x < \frac{\pi}{2}$

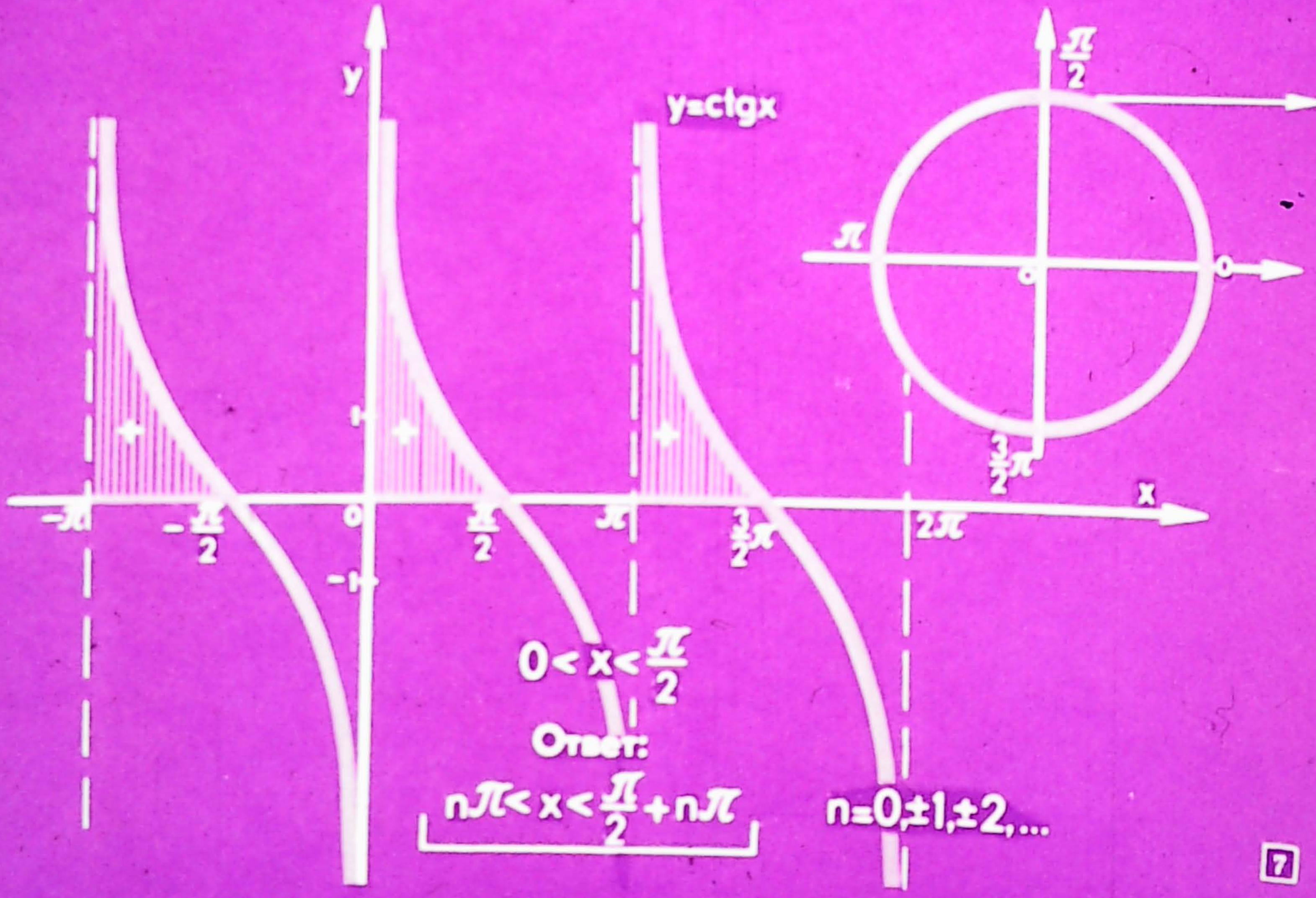
Ответ:

$n\pi < x < \frac{\pi}{2} + n\pi$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

6

$\operatorname{ctg} x > 0$



$$0 < x < \frac{\pi}{2}$$

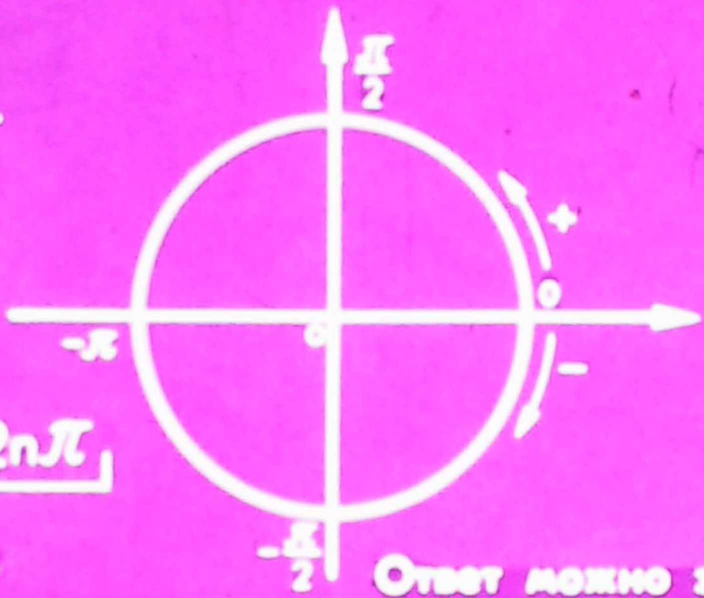
Ответ:

$$\underbrace{n\pi < x < \frac{\pi}{2} + n\pi} \qquad n = 0, \pm1, \pm2, \dots$$

Решите неравенства:

1. $\sin x < 0$ (кадр № 9)
2. $\cos x < 0$ (кадр № 10)
3. $\operatorname{tg} x < 0$ (кадр № 11)

$\sin x < 0$



$-\pi < x < 0$

Ответ:

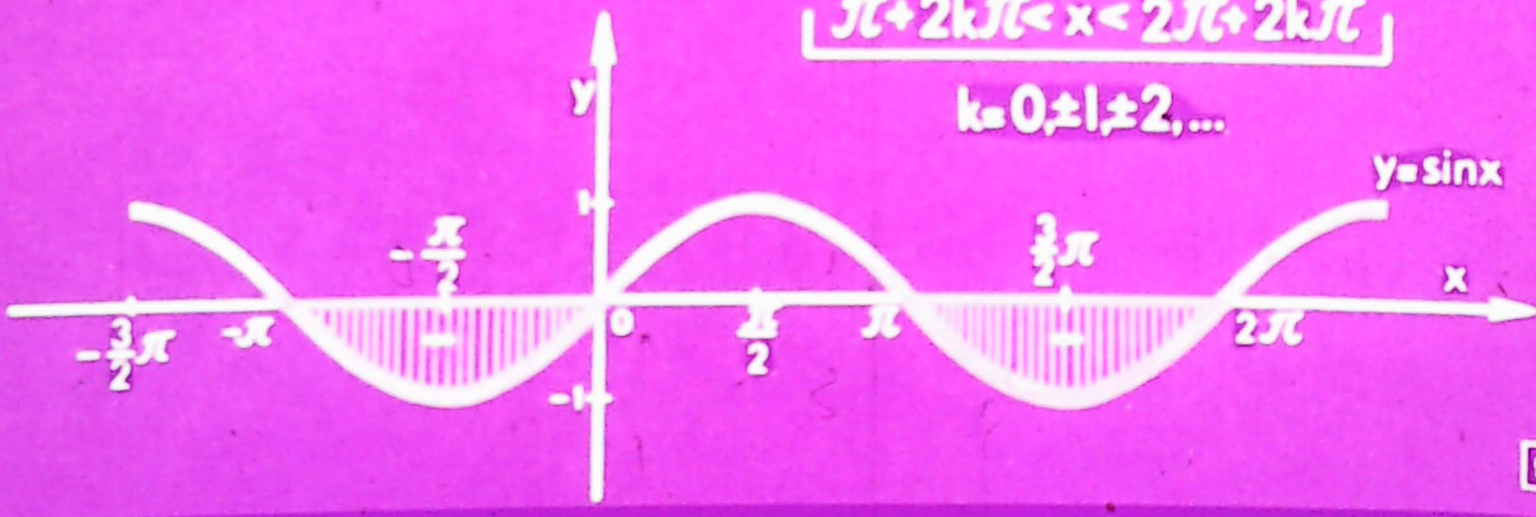
$$-\pi + 2n\pi < x < 2n\pi$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

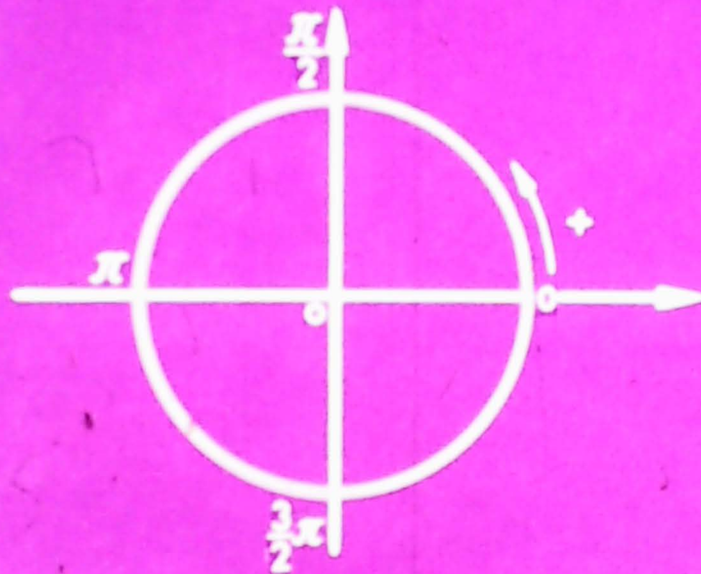
Ответ можно записать и в такой форме:

$$\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi$$

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



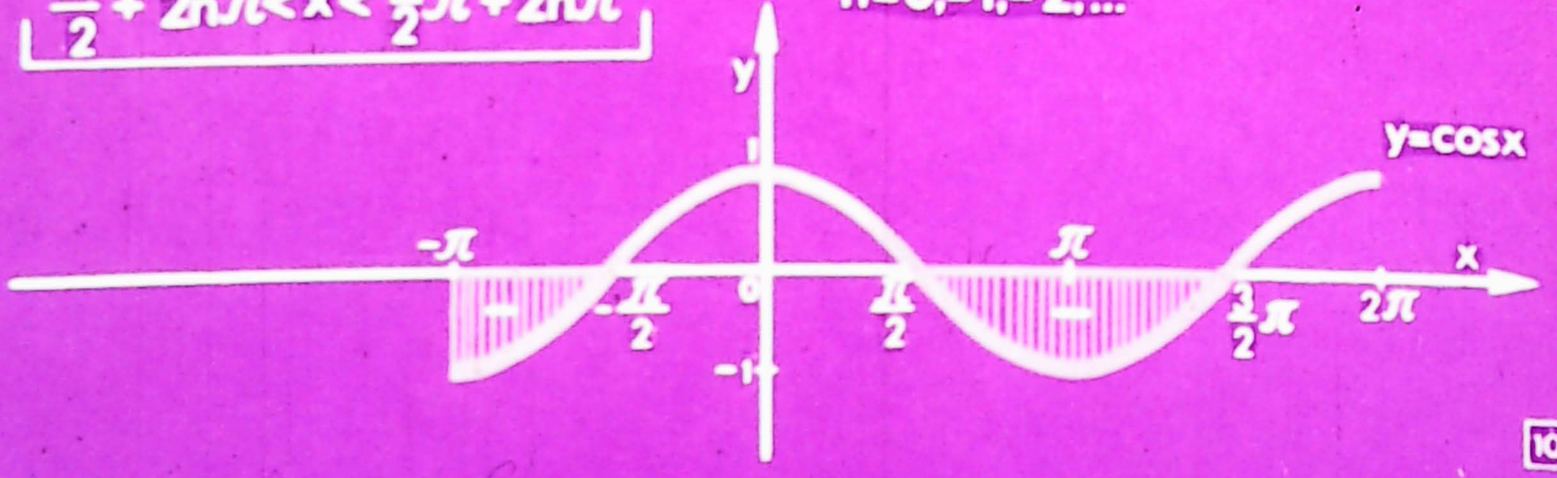
$\underline{\cos x<0}$



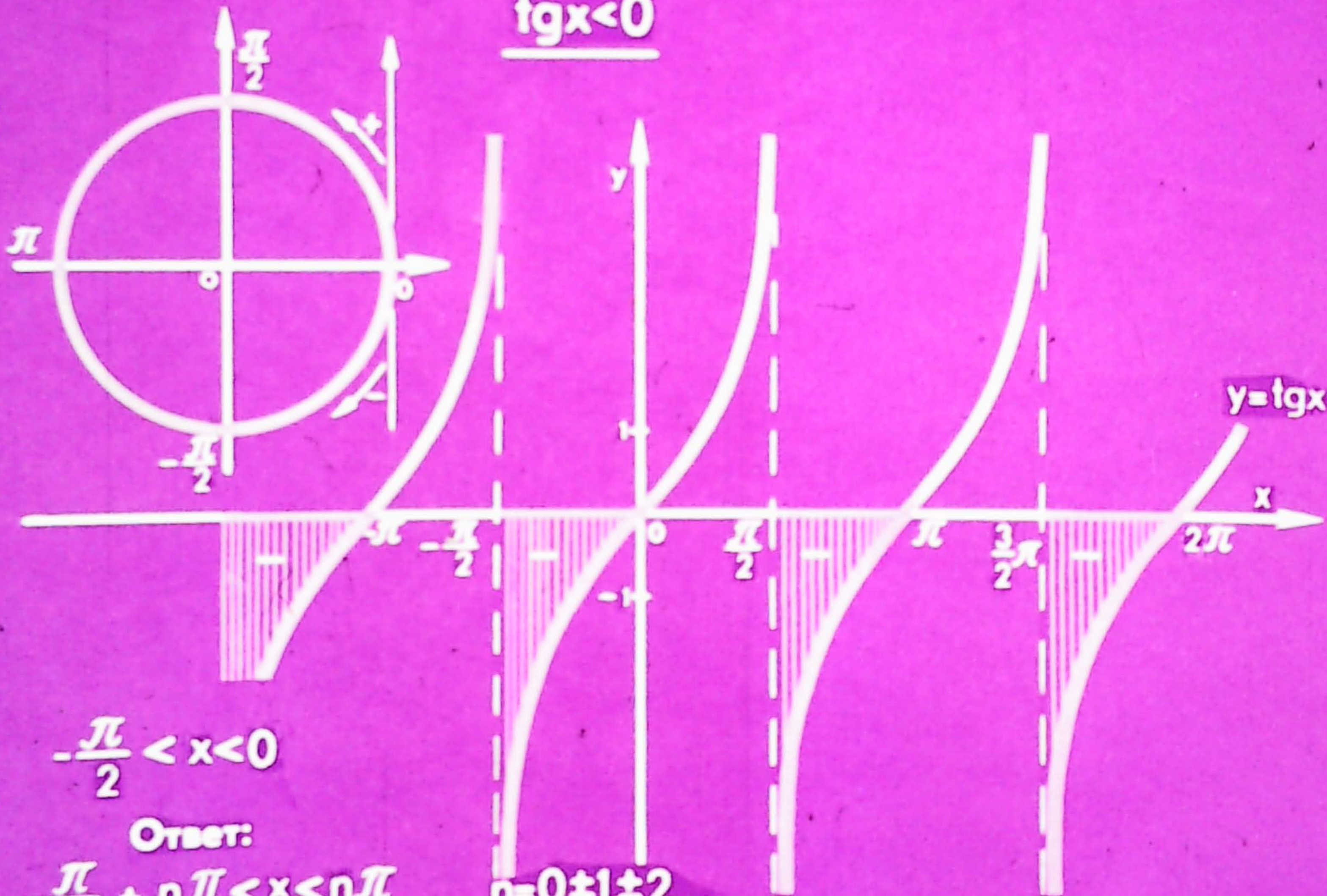
$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{2}\pi$

Ответ:

$\boxed{\frac{\pi}{2} + 2n\pi < x < \frac{3}{2}\pi + 2n\pi}$ $\quad n=0,\pm 1,\pm 2,\ldots$



$\operatorname{tg} x < 0$



$$-\frac{\pi}{2} < x < 0$$

Ответ:

$$\boxed{-\frac{\pi}{2} + n\pi < x < n\pi} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Решите неравенства:

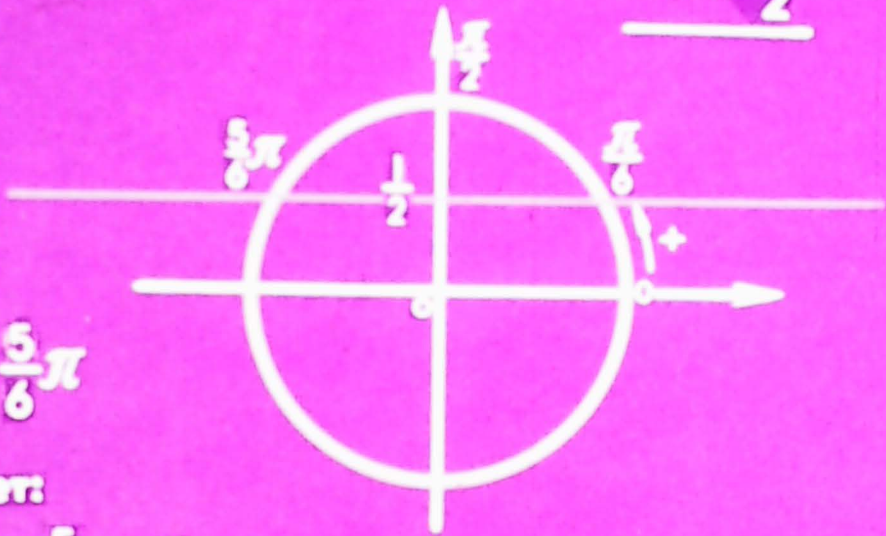
1. $\sin x > \frac{1}{2}$ (кадр № 13)

2. $\sin x < \frac{1}{2}$ (кадр № 14)

3. $\cos x > \frac{1}{2}$ (кадр № 15)

4. $\cos x < \frac{1}{2}$ (кадр № 16)

$\underline{\sin x > \frac{1}{2}}$

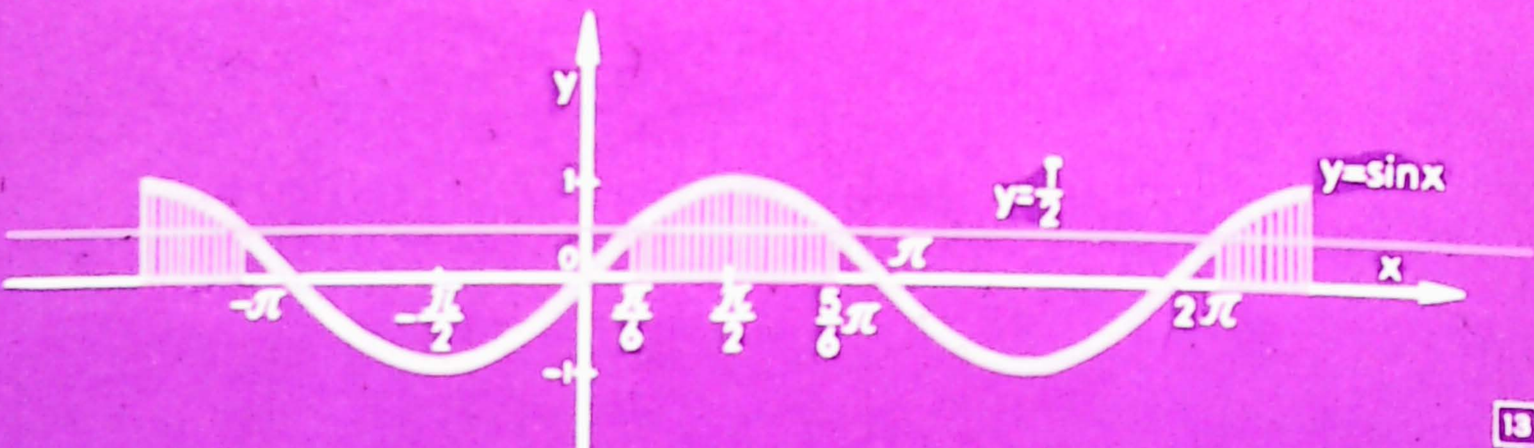


$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$$

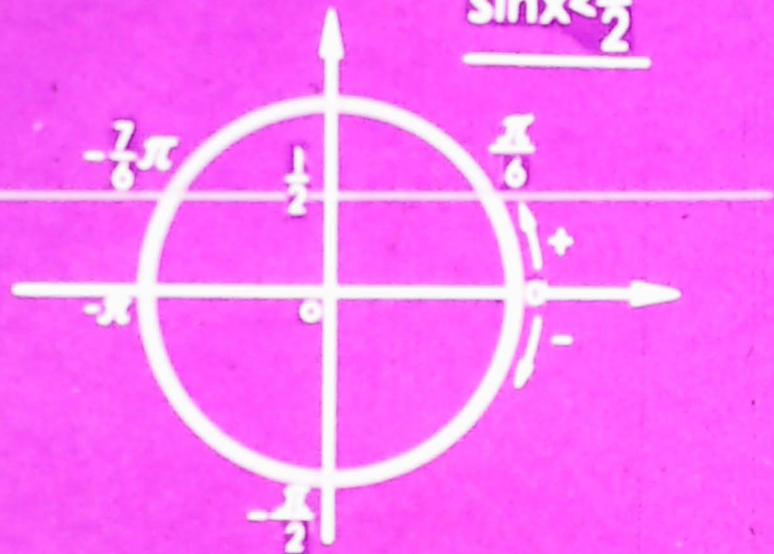
Ответ:

$$\boxed{\frac{\pi}{6} + 2n\pi < x < \frac{5}{6}\pi + 2n\pi}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



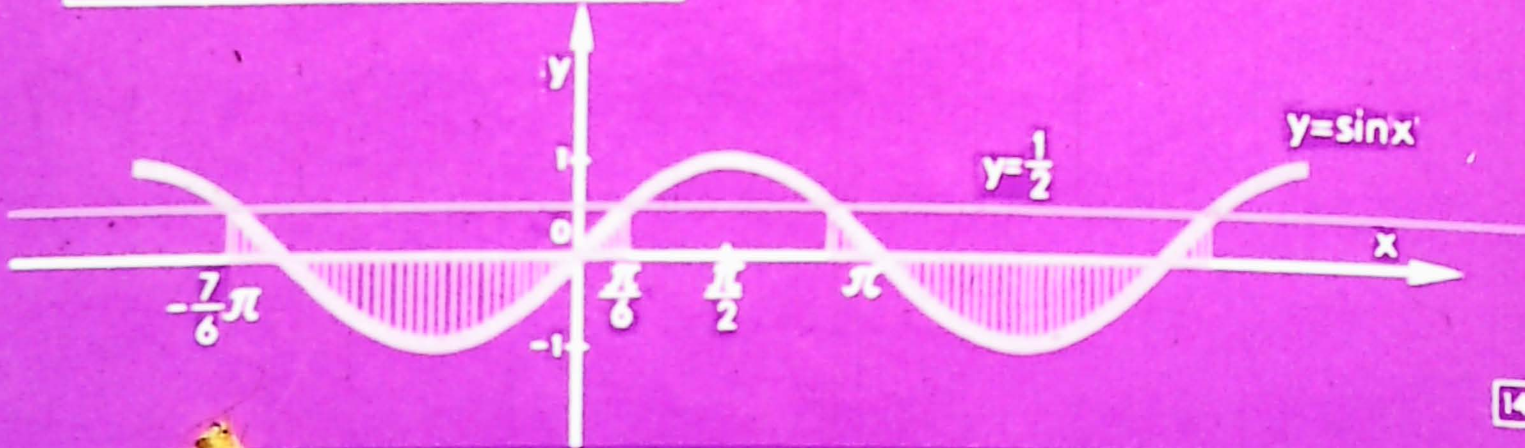
$$\sin x < \frac{1}{2}$$



$$-\frac{7}{6}\pi < x < \frac{\pi}{6}$$

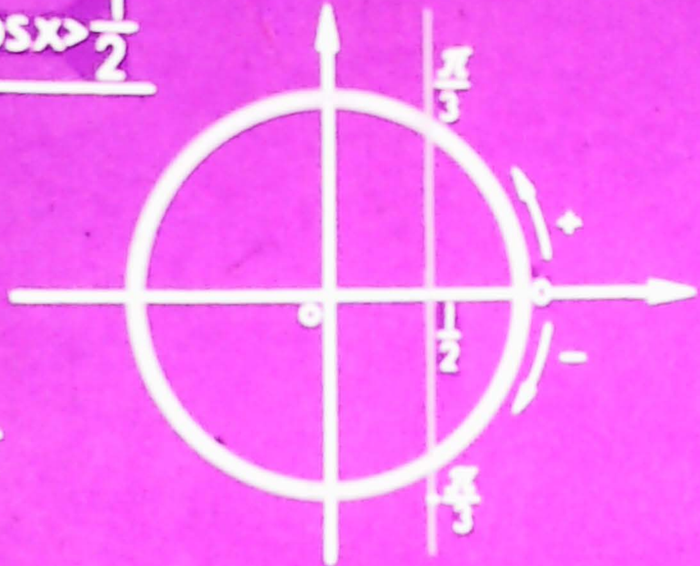
Ответ:

$$\boxed{-\frac{7}{6}\pi + 2n\pi < x < \frac{\pi}{6} + 2n\pi} \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



14

$\cos x > \frac{1}{2}$

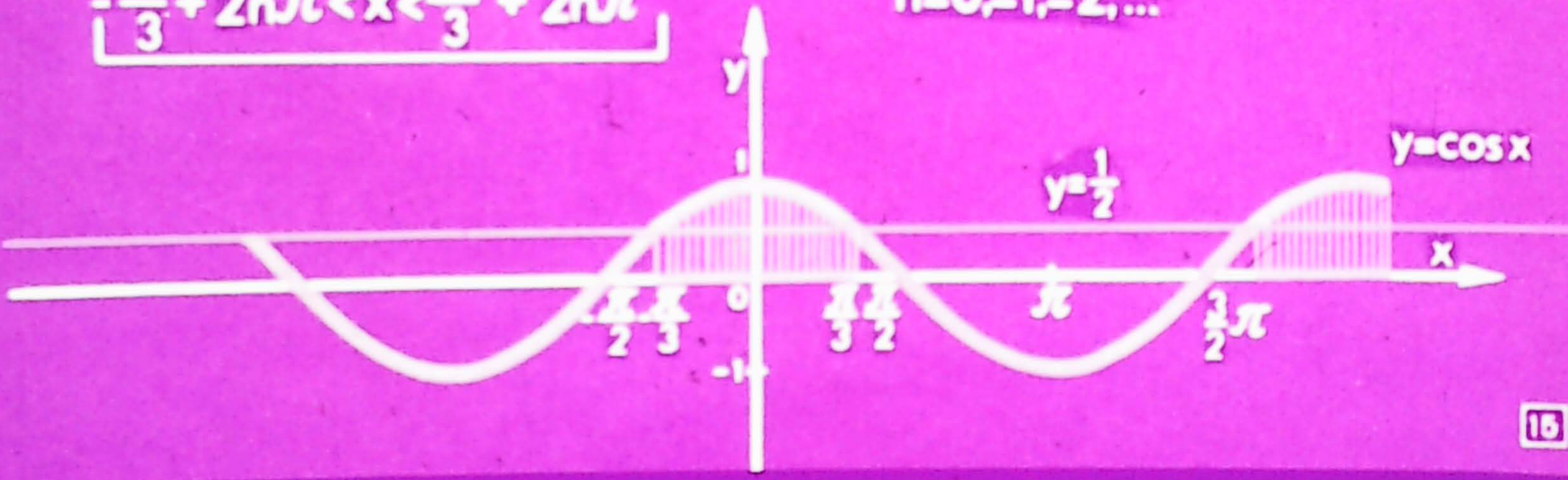


$-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$

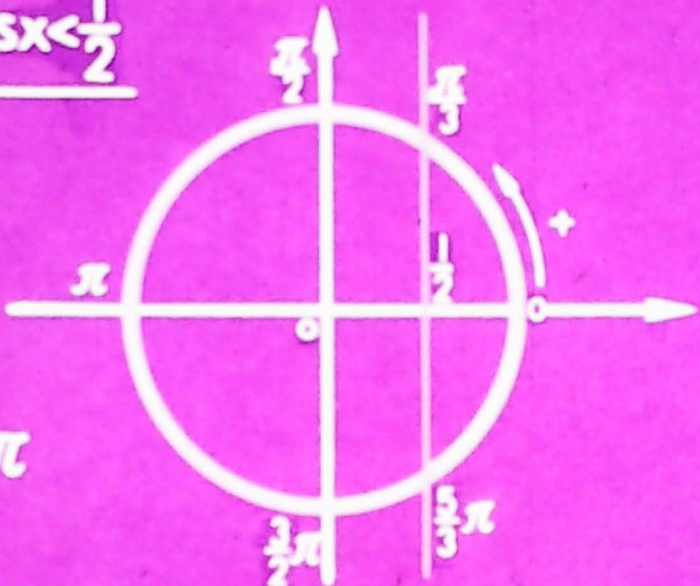
Ответ:

$-\frac{\pi}{3} + 2n\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2n\pi$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



$\cos x < \frac{1}{2}$

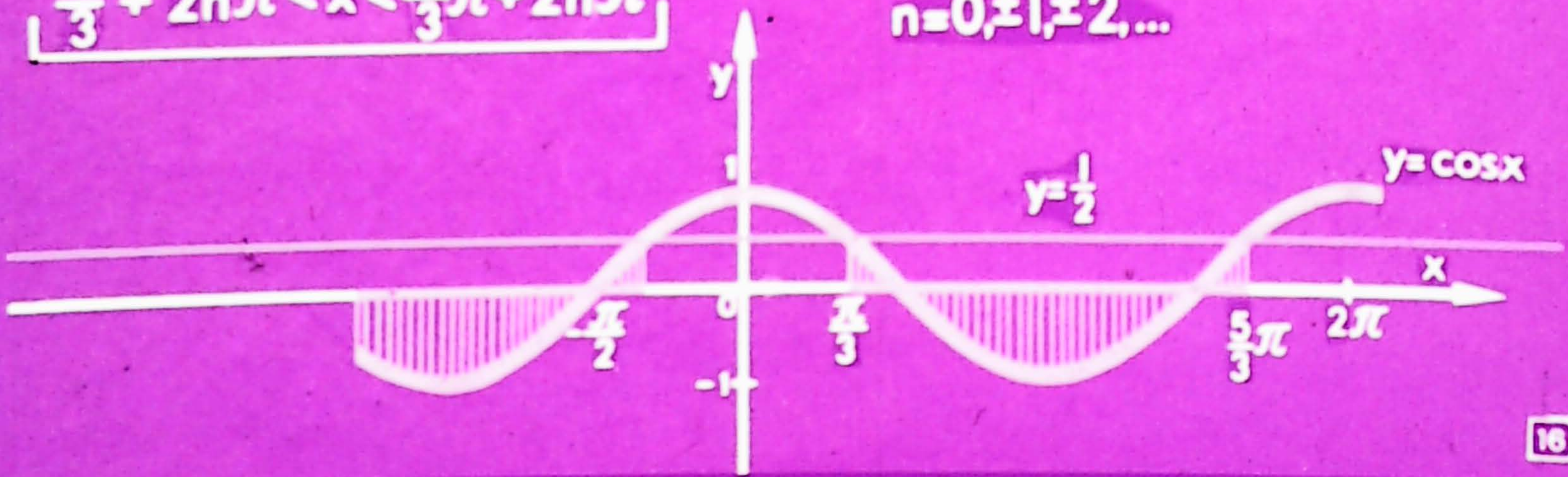


$$\frac{\pi}{3} < x < \frac{5}{3}\pi$$

Ответ:

$$\frac{\pi}{3} + 2n\pi < x < \frac{5}{3}\pi + 2n\pi$$

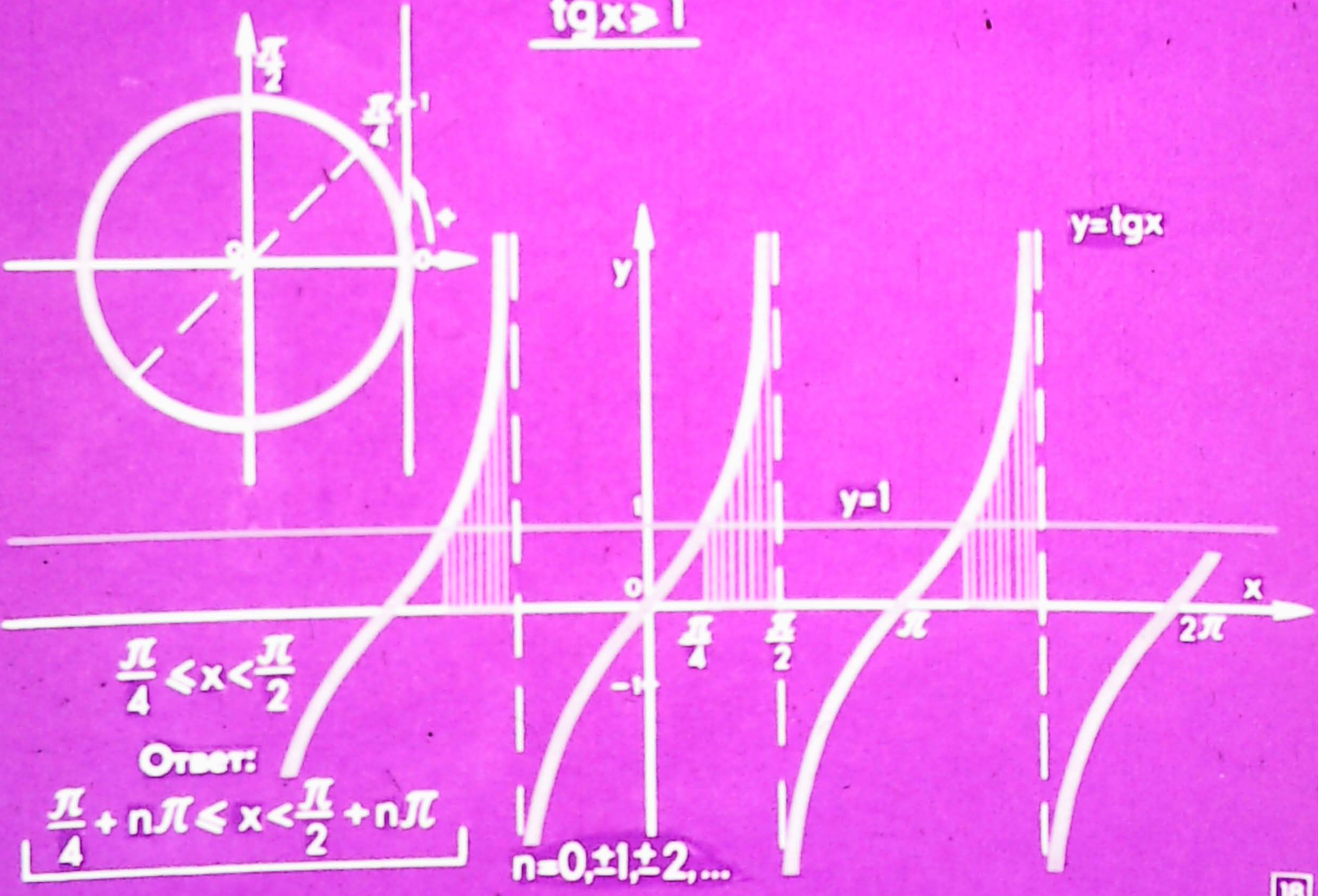
$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



Решите неравенства:

1. $\operatorname{tg} x \geq 1$ (кадр № 18)
2. $\operatorname{tg} x \leq 1$ (кадр № 19)

$\operatorname{tg} x > 1$



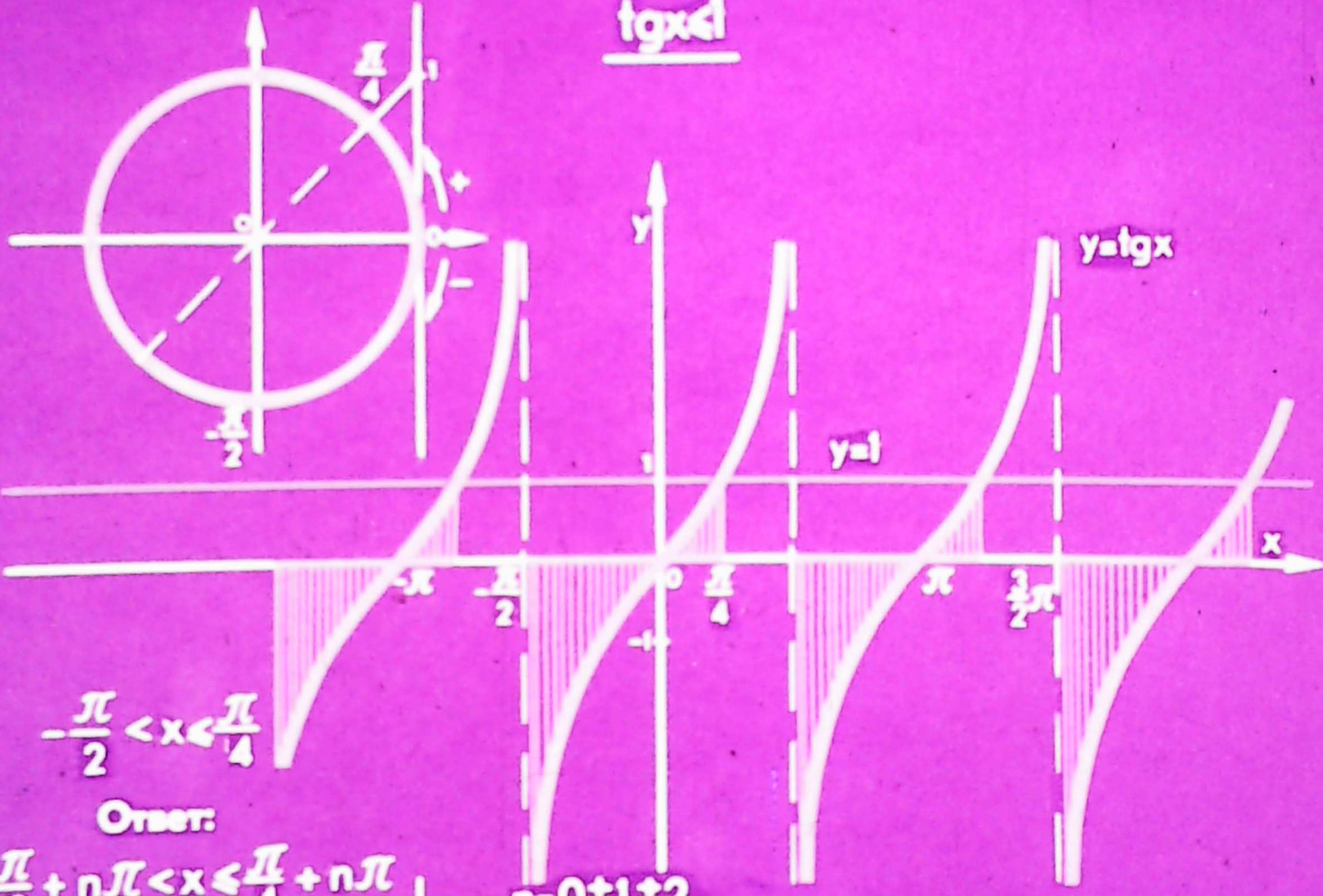
$$\frac{\pi}{4} \leqslant x < \frac{\pi}{2}$$

Ответ:

$$\frac{\pi}{4} + n\pi \leqslant x < \frac{\pi}{2} + n\pi$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

tgx<1



$$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}$$

Ответ:

$$\boxed{-\frac{\pi}{2} + n\pi < x < \frac{\pi}{4} + n\pi}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Решите неравенства:

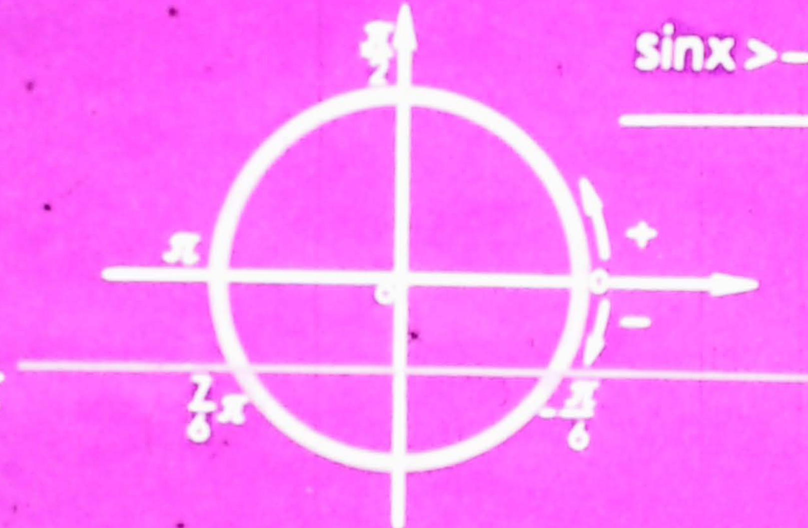
1. $\sin x > -\frac{1}{2}$ (кадр № 21)

2. $\sin x < -\frac{1}{2}$ (кадр № 22)

3. $\cos x > -\frac{1}{2}$ (кадр № 23)

4. $\cos x < -\frac{1}{2}$ (кадр № 24)

$$\sin x > -\frac{1}{2}$$

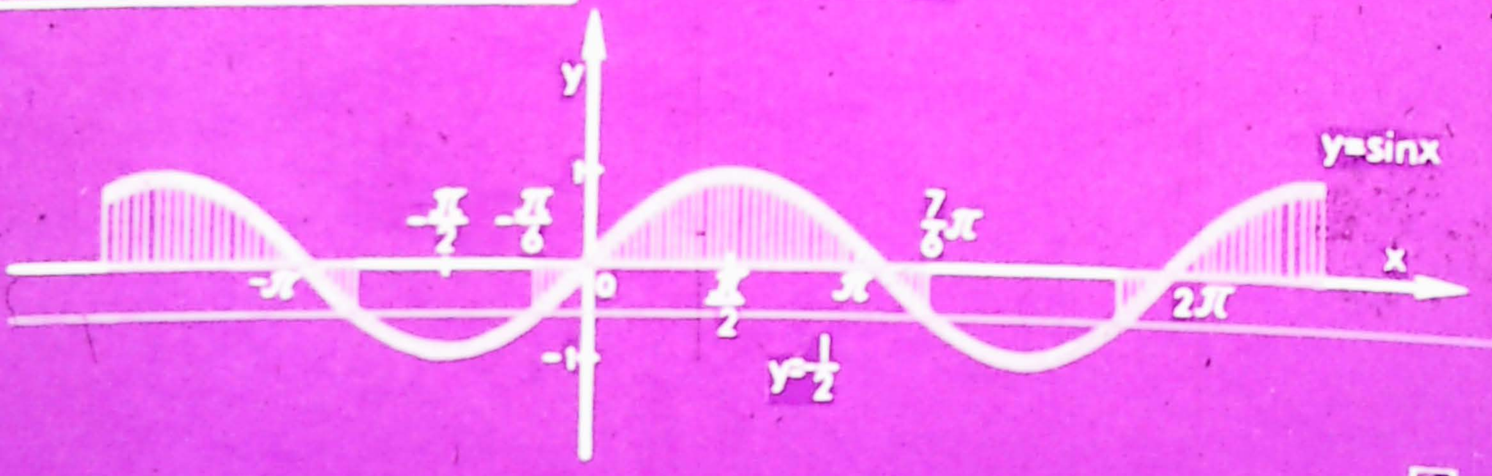


$$-\frac{\pi}{6} < x < \frac{7}{6}\pi$$

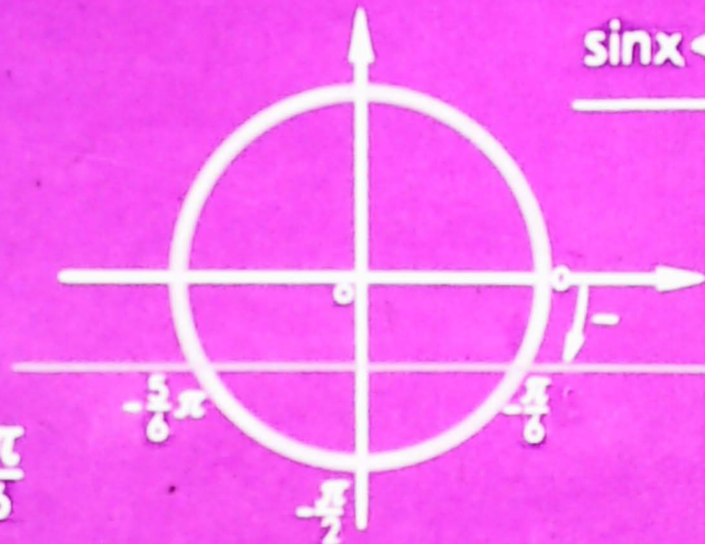
Ответ:

$$-\frac{\pi}{6} + 2n\pi < x < \frac{7}{6}\pi + 2n\pi$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



$$\sin x < -\frac{1}{2}$$

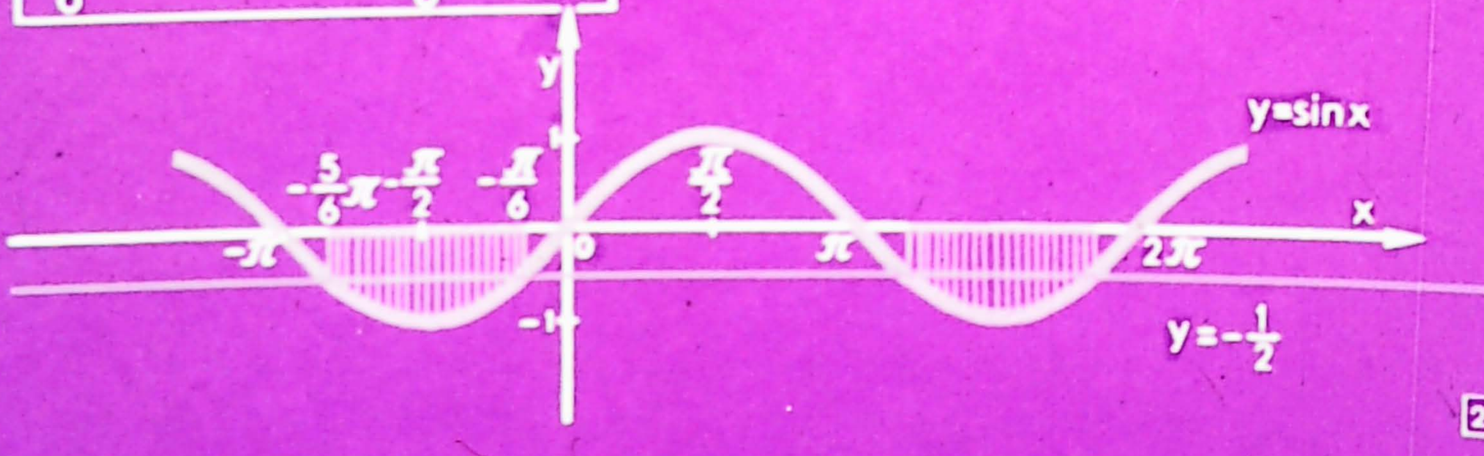


$$-\frac{5}{6}\pi < x < -\frac{\pi}{6}$$

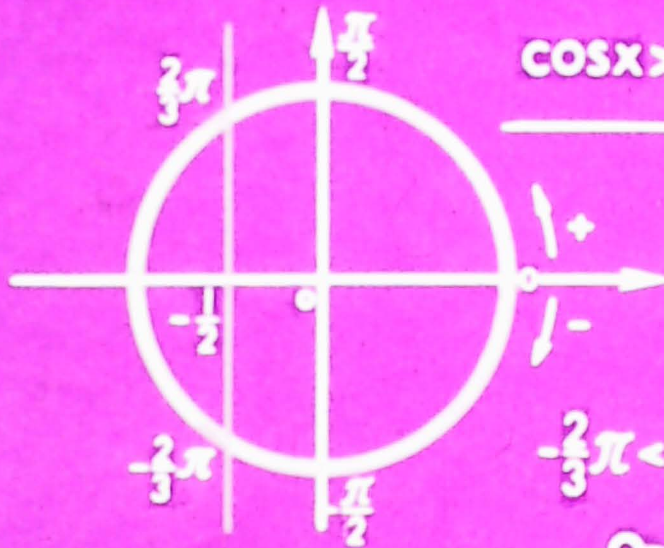
Ответ:

$$\boxed{-\frac{5}{6}\pi + 2n\pi < x < -\frac{\pi}{6} + 2n\pi}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



$$\cos x > -\frac{1}{2}$$

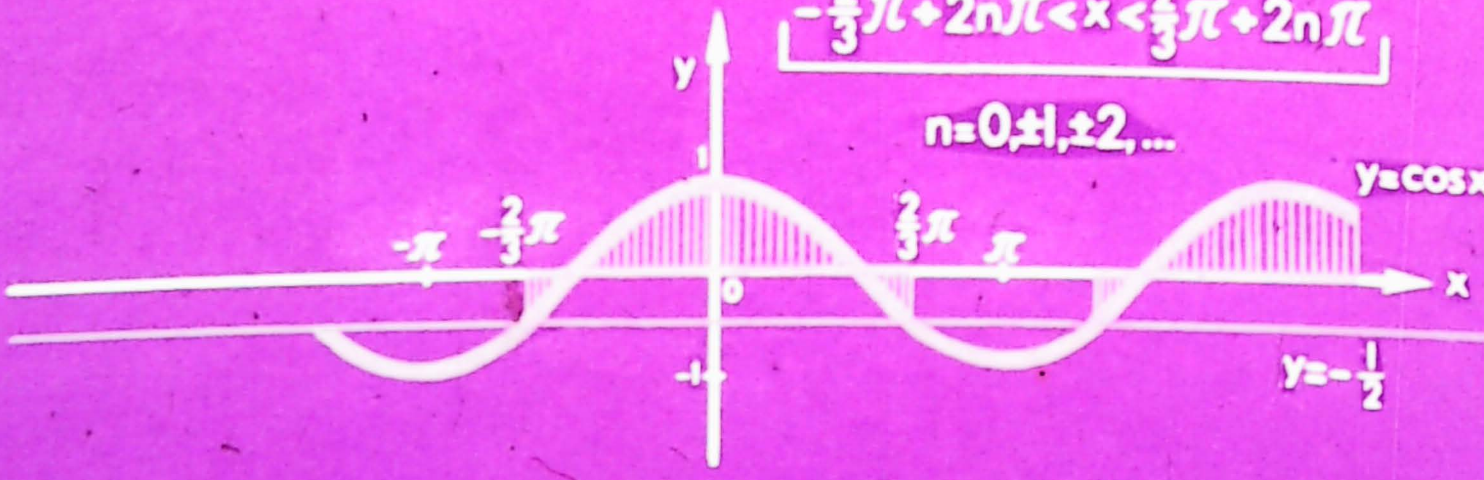


$$-\frac{2}{3}\pi < x < \frac{2}{3}\pi$$

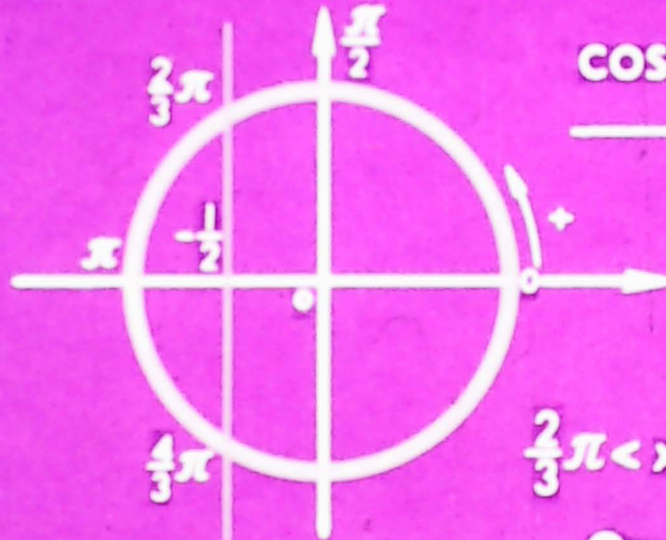
Ответ:

$$\boxed{-\frac{2}{3}\pi + 2n\pi < x < \frac{2}{3}\pi + 2n\pi}$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



$$\cos x < -\frac{1}{2}$$

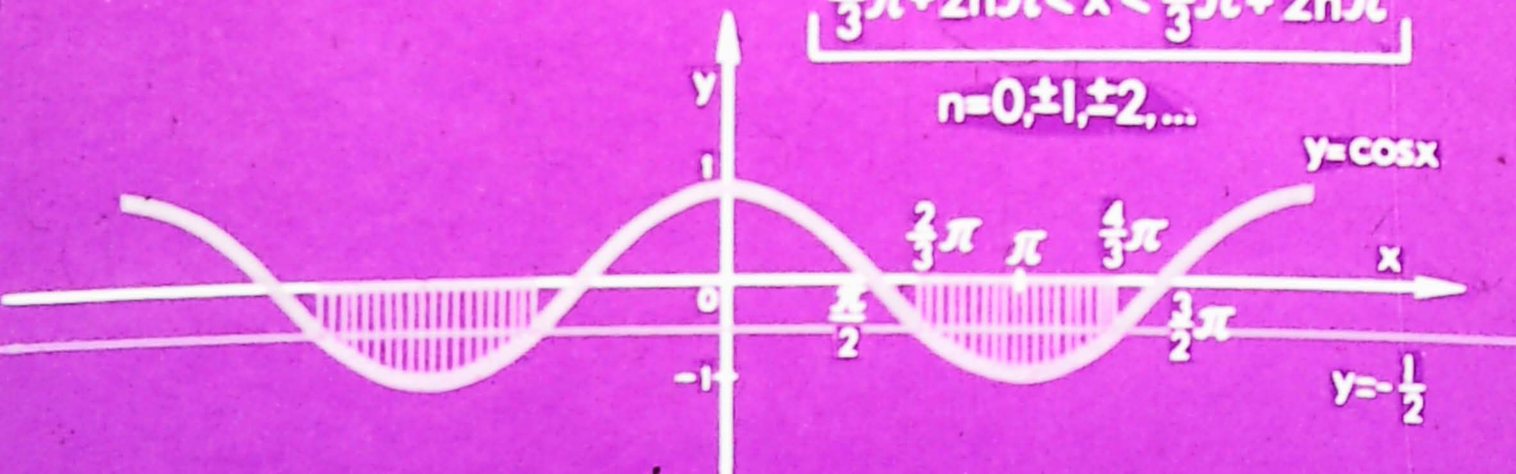


$$\frac{2}{3}\pi < x < \frac{4}{3}\pi$$

Ответ:

$$\frac{2}{3}\pi + 2n\pi < x < \frac{4}{3}\pi + 2n\pi$$

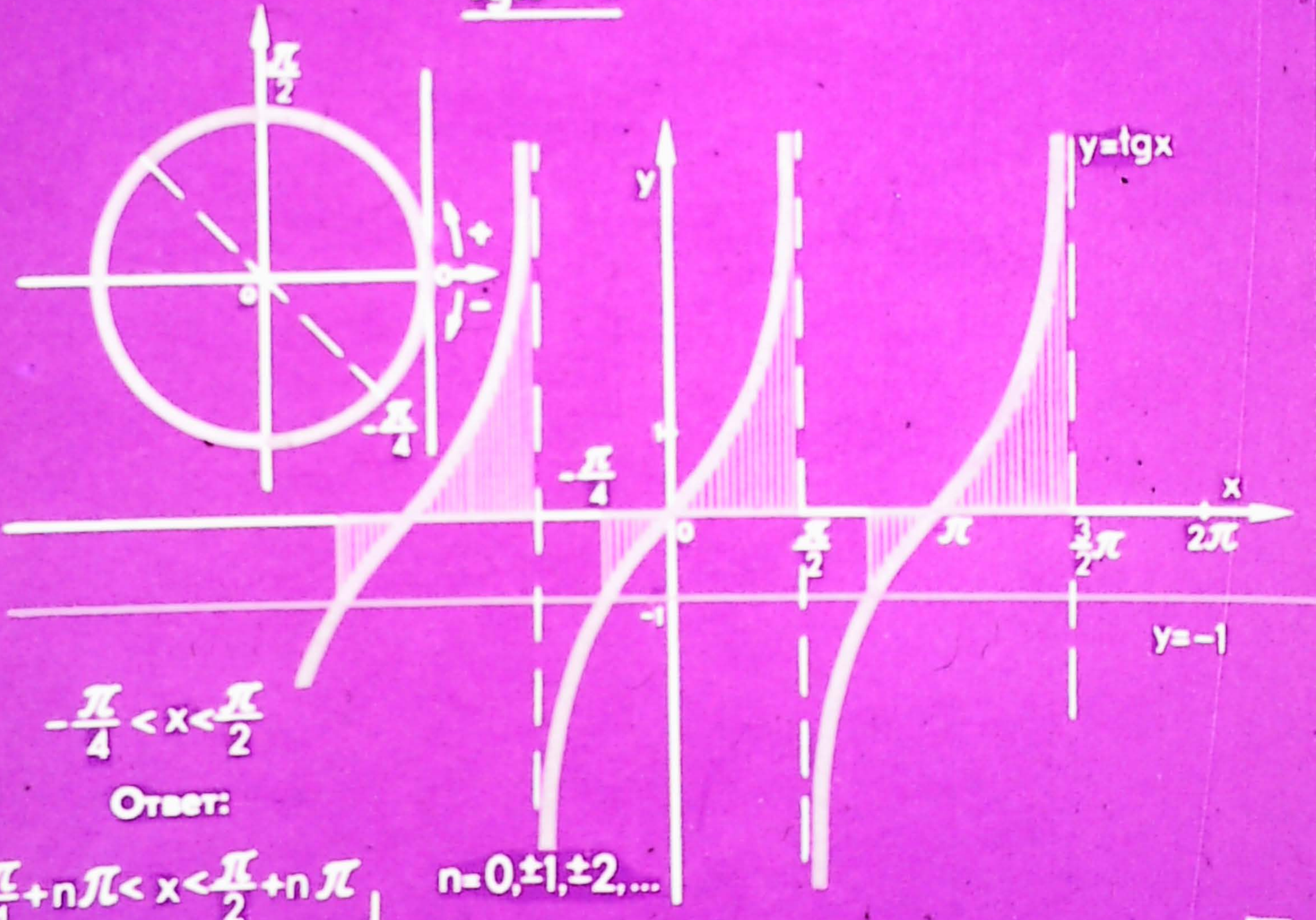
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



Решите неравенства:

1. $\operatorname{tg} x > -1$ (кадр № 26)
2. $\operatorname{tg} x < -1$ (кадр № 27)

$\operatorname{tg} x > -1$



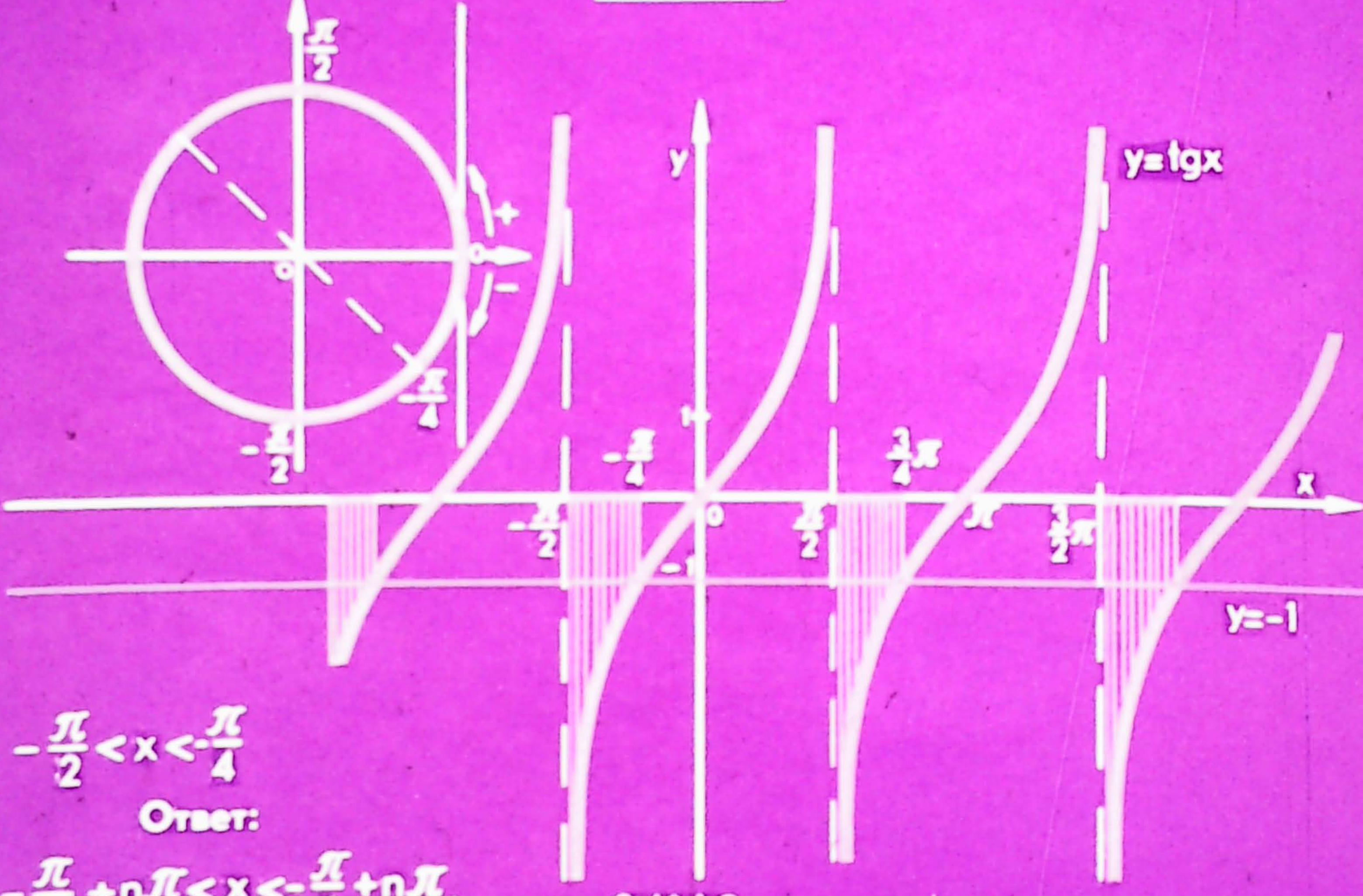
$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$$

Ответ:

$$\boxed{-\frac{\pi}{4} + n\pi < x < \frac{\pi}{2} + n\pi}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$\operatorname{tg}x < -1$



$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}$$

Ответ:

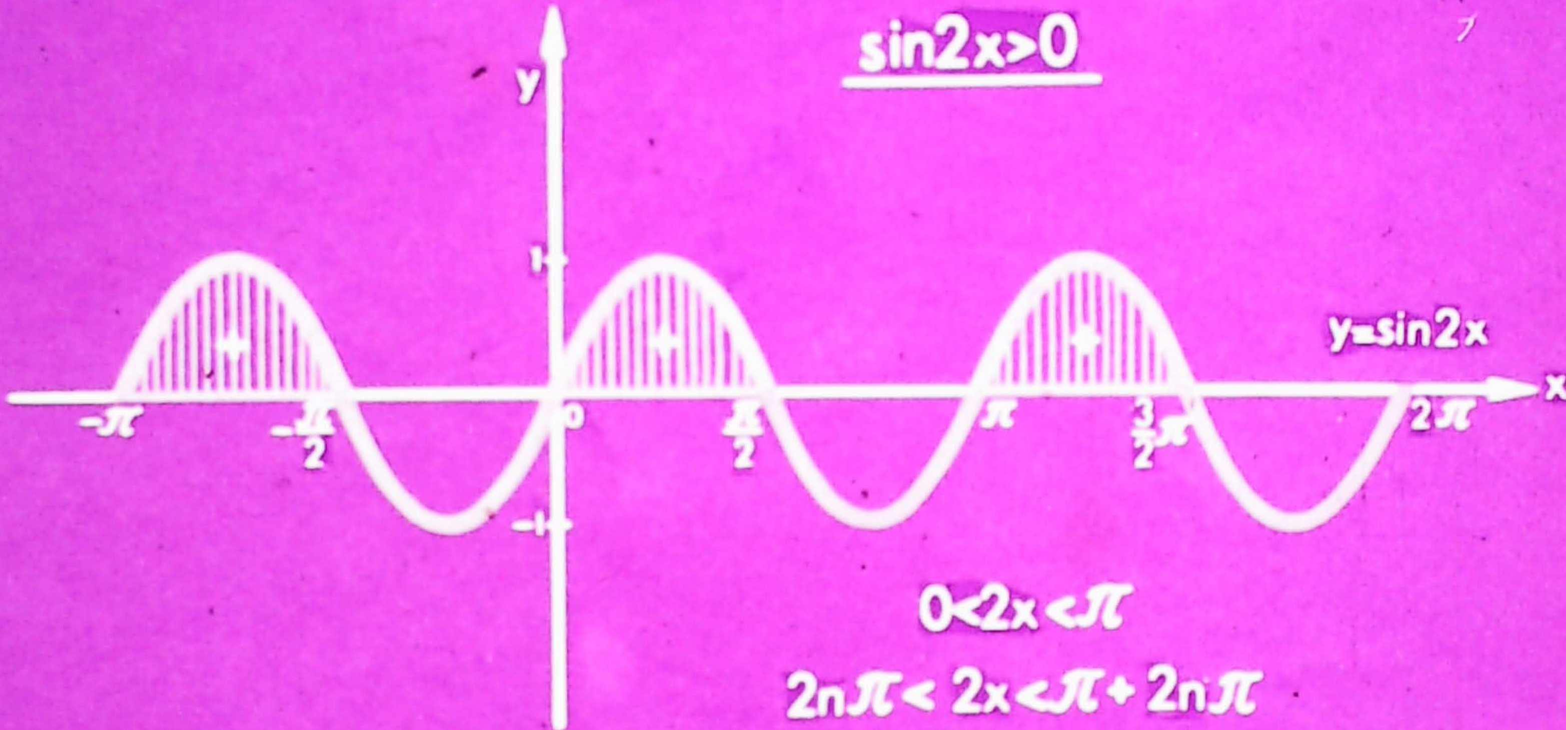
$$-\frac{\pi}{2} + n\pi < x < -\frac{\pi}{4} + n\pi$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Решение некоторых более сложных неравенств:

1. $\sin 2x > 0$ (кадр № 29)
2. $\sin(x+1) > 0$ (кадр № 30)
3. $\sin(2x-1) > 0$ (кадр № 31)
4. $\sin x + \cos x > 1$ (кадр № 32)
5. $|\sin x| > \frac{\sqrt{3}}{2}$ (кадр № 33)
6. $\cos^2 x < \frac{3}{4}$ (кадр № 34)
7. $\log_2 \sin x < -1$ (кадр № 35)

$\underline{\sin 2x > 0}$



$$0 < 2x < \pi$$

$$2n\pi < 2x < \pi + 2n\pi$$

Ответ:

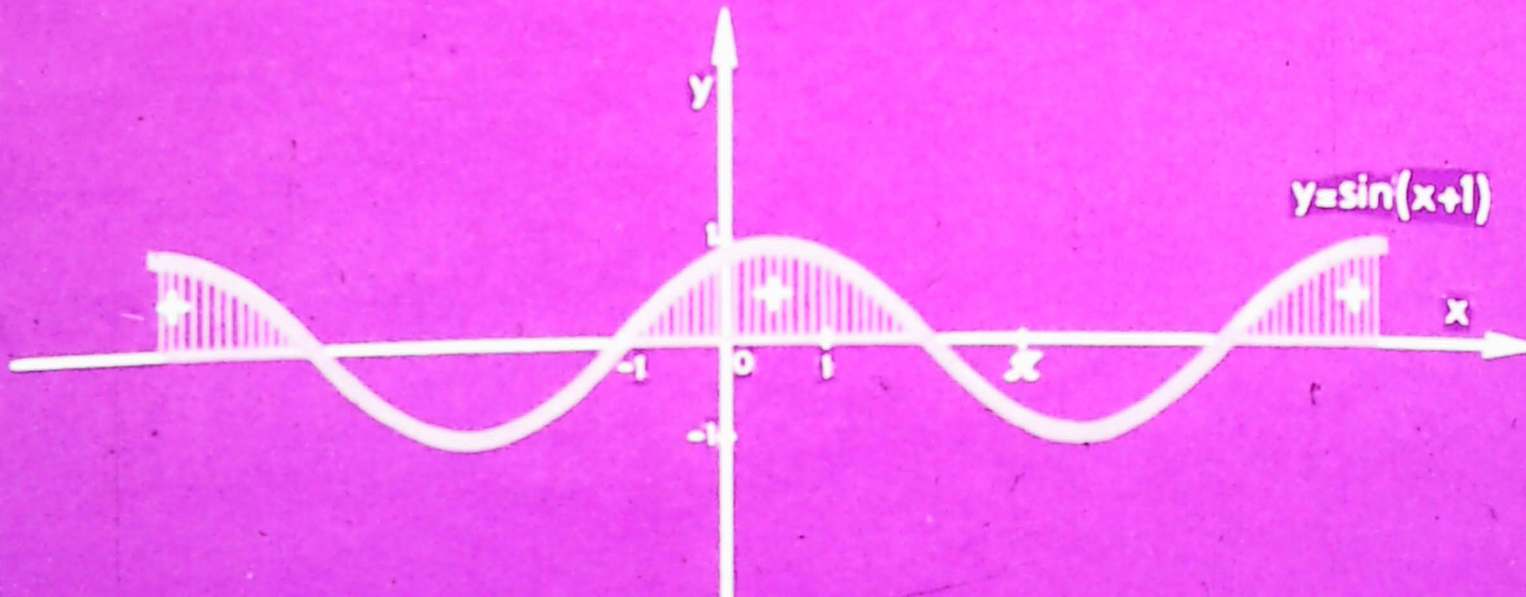
$$\underbrace{n\pi < x < \frac{\pi}{2} + n\pi} \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\frac{\sin(x+1)>0}{0<x+1<\pi}$$

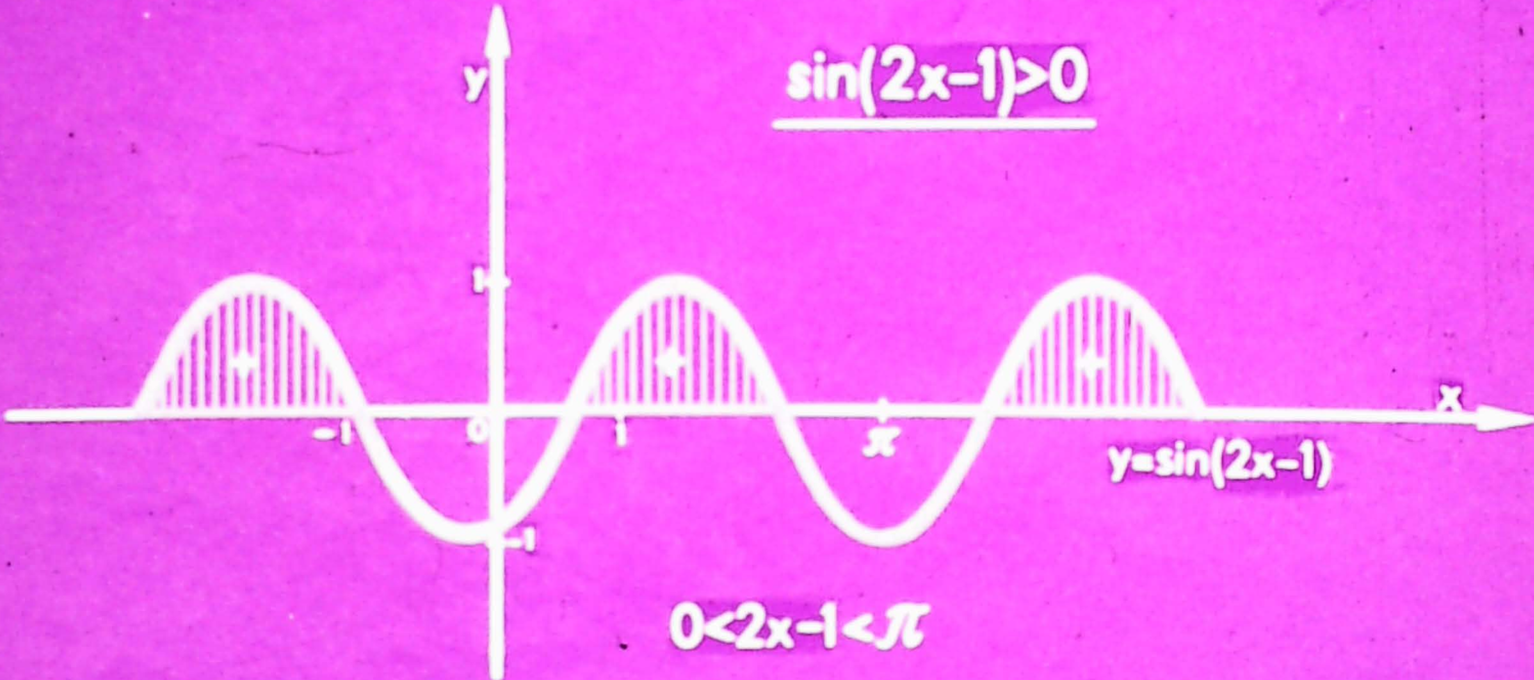
$$2n\pi < x+1 < \pi + 2n\pi$$

Ответ:

$$\boxed{2n\pi - 1 < x < \pi + 2n\pi - 1} \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



$$\underline{\sin(2x-1)>0}$$



$$0<2x-1<\pi$$

$$2n\pi<2x-1<\pi+2n\pi$$

$$2n\pi+1<2x<\pi+2n\pi+1$$

Ответ:

$$\underbrace{n\pi+\frac{1}{2}<x<\frac{\pi}{2}+n\pi+\frac{1}{2}} \qquad n=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

31

$\sin x+\cos x>1$

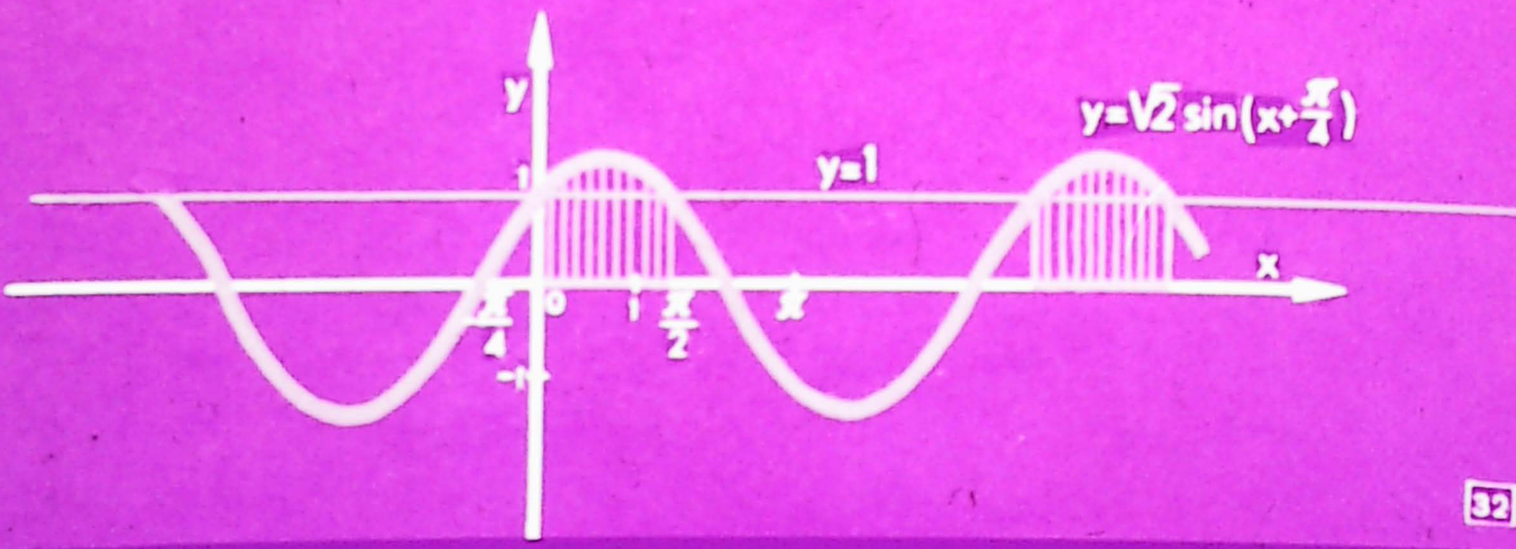
$$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right);\quad \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)>1;$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)>\frac{\sqrt{2}}{2};\quad \frac{\pi}{4}<x+\frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\pi$$

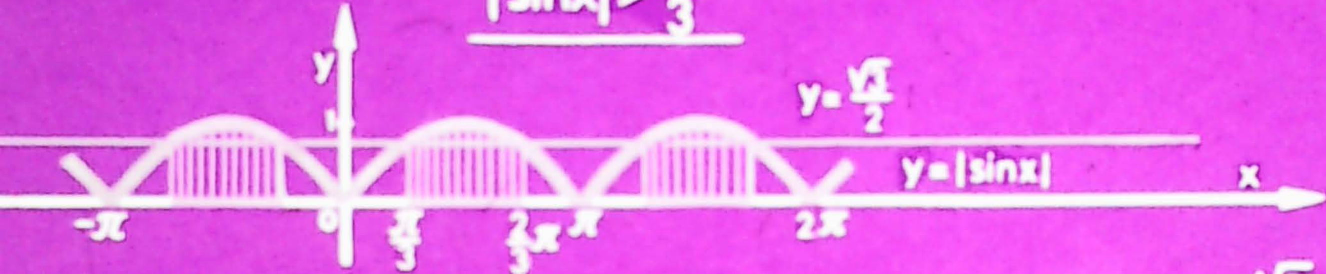
$$\frac{\pi}{4}+2n\pi<x+\frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\pi+2n\pi$$

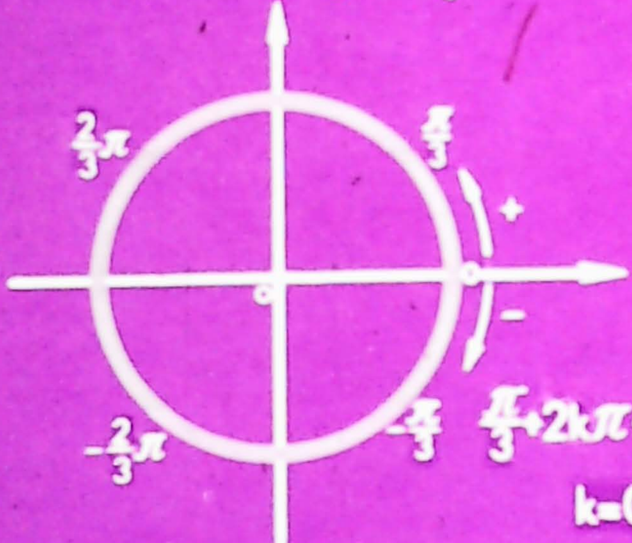
Ответ:

$$\boxed{2n\pi<x<\frac{\pi}{2}+2n\pi}\qquad n=0,\pm1,\pm2,\ldots$$



$|\sin x| > \frac{\sqrt{2}}{3}$





Неравенство $|\sin x| > \frac{\sqrt{3}}{2}$ равносильно совокупности двух неравенств:

$$\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cup \quad \sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{2}{3}\pi + 2k\pi \quad (1)$ | $-\frac{2}{3}\pi + 2m\pi < x < -\frac{\pi}{3} + 2m\pi \quad (2)$

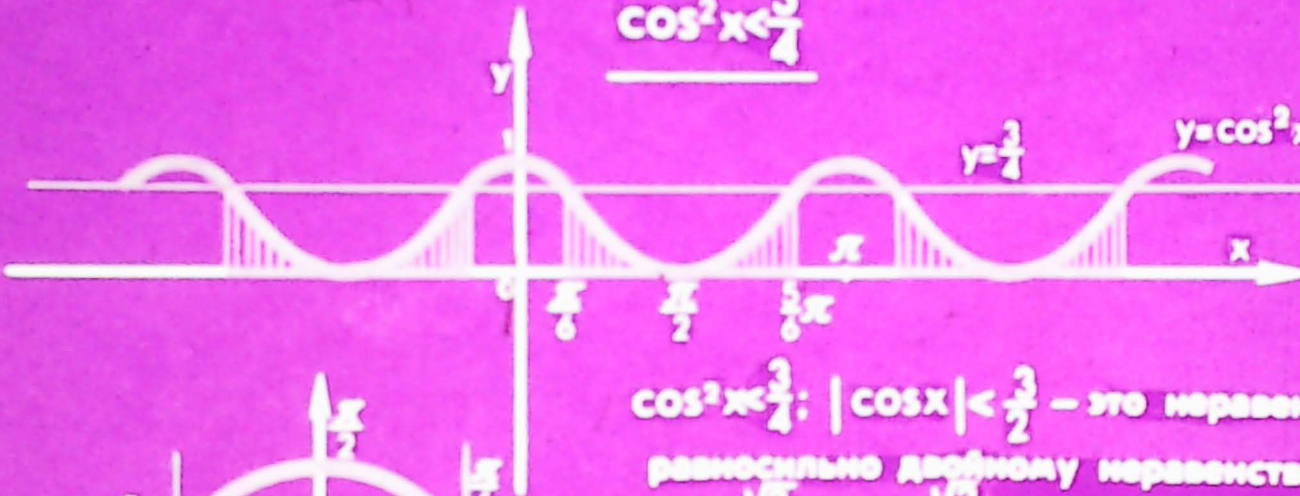
$k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ | $m=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

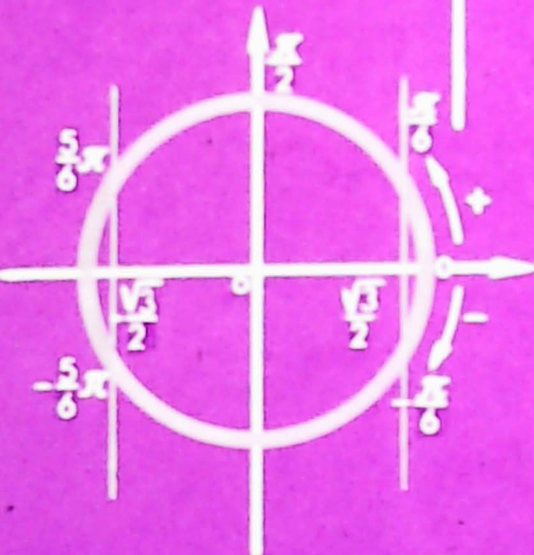
Совокупность двойных неравенств (1) и (2) можно объединить.

Ответ:

$$\frac{\pi}{3} + n\pi < x < \frac{2}{3}\pi + n\pi \qquad n=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$\cos^2 x < \frac{3}{4}$





$\cos^2 x < \frac{3}{4}$; $|\cos x| < \frac{\sqrt{3}}{2}$ – это неравенство равносильно двойному неравенству $-\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$, а последнее равносильно системе неравенств:

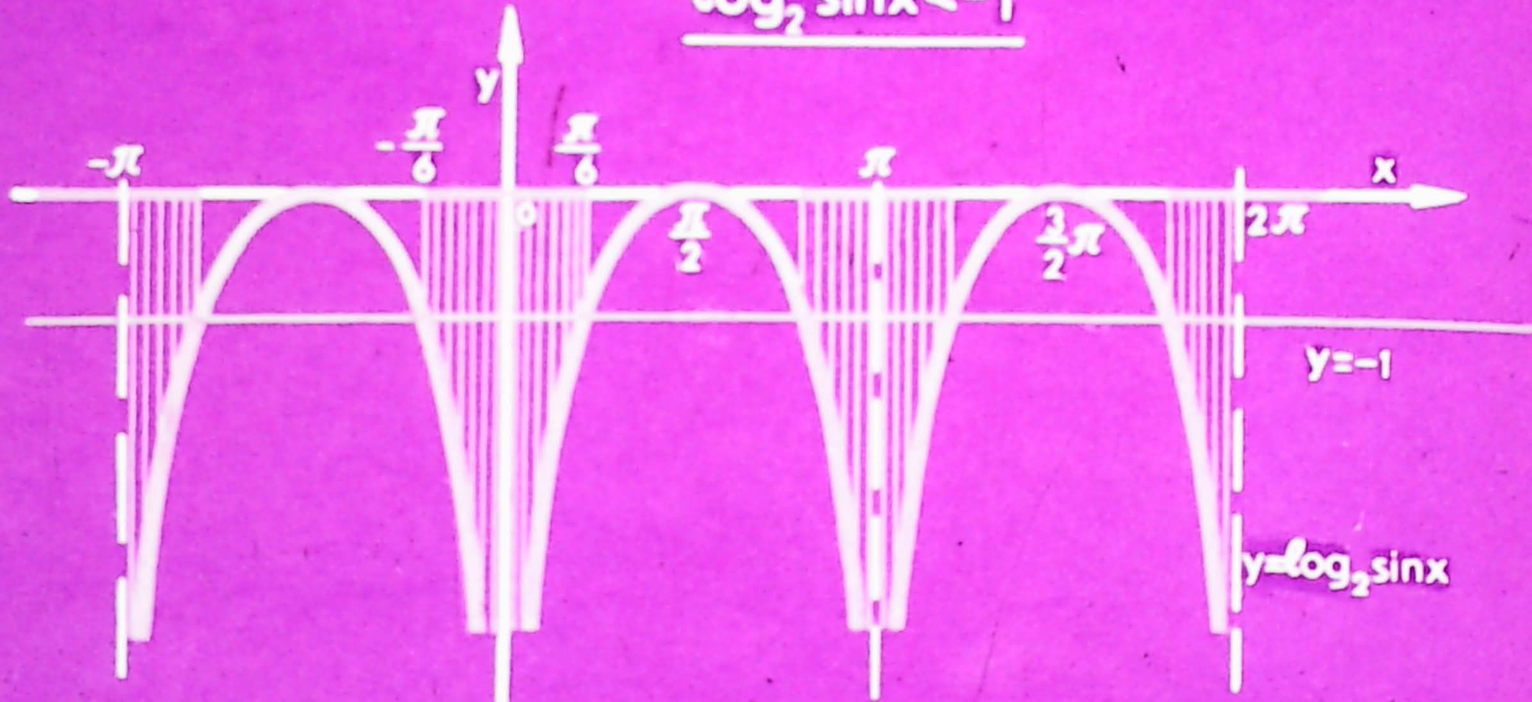
$$\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5}{6}\pi + 2k\pi & k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ -\frac{5}{6}\pi + 2m\pi < x < -\frac{\pi}{6} + 2m\pi & m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Ответ:

$\frac{\pi}{6} + n\pi < x < \frac{5}{6}\pi + n\pi$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$\log_2 \sin x < -1$



$\log_2 \sin x < -1;$ $\sin x < 2^{-1}$

$\sin x < \frac{1}{2}$

Ответ:

$\underbrace{-\frac{\pi}{6}+2n\pi < x < \frac{\pi}{6}+2n\pi \quad и \quad x \neq n\pi}$ $\quad n=0,\pm1,\pm2,\ldots$

КОНЕЦ

Диафильм сделан по заказу
Министерства просвещения СССР

Автор И. Вейцман

Художник-оформитель Г. Рожковский

Редактор В. Чернина

Студия «Диафильм», 1973 г.
Москва, 101000, Старосадский пер., д. № 7

Д-031-73

Цветной 0-30