



Математика

6



Математика

6 класс

Учебник

для общеобразовательных
организаций

*Рекомендовано
Министерством просвещения
Российской Федерации*

8-е издание

Москва
«Просвещение»
2019

УДК 373:51+51(075.3)
ББК 22.1я721
М34

Авторы:

Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова,
Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова

На учебник получены **положительные** заключения
научной (заключение РАО № 422 от 14.11.2016 г.),
педагогической (заключение РАО № 109 от 05.10.2016 г.)
и **общественной** (заключение РКС № 99-ОЭ от 22.12.2016 г.) экспертиз.

Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организа-
М34 ций / [Г. В. Дорофеев и др.] — 8-е изд. — М.: Просвещение,
2019. — 287 с. : ил. — ISBN 978-5-09-071725-0.

Текст учебника разбивается на смысловые фрагменты вопросами, позволяющими проверить, как понято прочитанное. В системе упражнений есть группа заданий на повторение пройденного ранее. Задания ориентированы на отработку таких видов деятельности, как анализ информации, наблюдение и эксперимент, конструирование алгоритмов, поиск закономерностей, исследование и т. д. Всё это позволяет учащимся активно и осознанно овладевать универсальными учебными действиями. Каждая глава завершается рубрикой «Чему вы научились», помогающей ученику проверить себя на базовом уровне и оценить возможность выполнения более сложных заданий.

УДК 373:51+51(075.3)
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-09-071725-0

© Издательство «Просвещение», 2013, 2017
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013, 2019
Все права защищены

Предисловие

Учебник математики для 6 класса, который вы держите в руках, устроен так же, как и учебник для 5 класса. Вместе эти две книги составляют единое целое. Надеемся, что вы уже знаете особенности учебника, научились понимать его язык. Напомним основное.

Оглавление в конце книги знакомит с маршрутом, по которому вам предстоит пройти в этом году. Он разбит на 12 этапов — 12 глав курса. Арифметические главы чередуются с геометрическими, вы узнаете немало нового о числах и фигурах.

Главы делятся на **пункты**, и у них опять двойная нумерация: число перед точкой указывает номер главы, к которой относится данный пункт, а число после точки — номер самого пункта. Такая нумерация удобна, она часто используется в научной литературе. А если вы открыли наугад какую-либо страницу учебника, то сориентироваться, где вы сейчас находитесь, поможет специальная строка вверху этой страницы.

Каждый пункт содержит объяснительный текст и упражнения. Читать объяснительный текст можно в 2—3 приёма. Как правило, текст прерывается вопросами и заданиями, которые разбивают его на небольшие фрагменты. Ответив на вопросы и выполнив задания, вы сможете осмыслить прочитанное, проверить, хорошо ли его поняли.

Главное, что надо понять и запомнить, выделено в тексте так:

Разностью чисел a и b называют такое число, которое в сумме с числом b даёт число a .

Новые термины даны **жирным шрифтом**, а некоторые слова и целые фразы, на которые следует обратить внимание, выделены *курсивом*.

Если вы захотите вспомнить, что означает то или иное слово, встречавшееся вам в учебнике, содержание какого-либо правила, то можете обратиться к **предметному указателю**. В нём в алфавитном порядке дан перечень наиболее важных сведений и указаны страницы, на которых можно найти соответствующие разъяснения.

Упражнения в пунктах, как и в учебнике для 5 класса, разделены на группы.

Упражнения, непосредственно относящиеся к изучаемому материалу, даны в группах, обозначенных буквами **А** и **Б**.

Конечно, прежде всего следует научиться выполнять задания группы **А**. Задания группы **Б** потруднее, но каждому советуем попытаться разобрать хотя бы некоторые из них. Наверное, вы уже знаете, как здорово разобраться в чём-то, казавшемся поначалу трудным, какое победное чувство испытываешь, когда понимаешь, как решается хитрая задача.

Изучение математики требует повторения, возвращения к пройденному. Откройте, например, п. 1.1. В нём повторяются факты о дробях, известные вам из курса 5 класса. Этот пункт так и называется — «Что мы знаем о дробях».

Кроме того, в конце каждого пункта под буквой **П** помещены специальные задания на повторение.

При изучении математики необходимо также постоянно контролировать себя. В этом вам поможет раздел **Ответы**, а также завершающий главы раздел **Чему вы научились**. Там описаны основные знания и умения, которыми вы должны были овладеть при изучении данной главы, и приведены задания, позволяющие это проверить. Напоминаем, что это задания, научиться выполнять которые необходимо, иначе просто нельзя будет двигаться дальше.

С каждым годом вы взрослеете, узнаете много интересного о мире, о людях, о себе, думаете, сомневаетесь, ставите вопрос «Зачем?». Возможно, приходит в голову и вопрос: «А зачем нужно учить математику?» В ответ, конечно, можно сослаться на то, что определённого уровня математической подготовки сейчас требует любая сфера человеческой деятельности, — и это будет правильно.

Но, пожалуй, главный ответ дал наш великий соотечественник Михаил Васильевич Ломоносов: «Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит». Эти слова, сказанные в XVIII в., сегодня стали ещё более значимыми. Ум — это способность человека мыслить, рассуждать, анализировать и делать выводы, наблюдать и выявлять закономерности, строить алгоритмы, искать пути решения проблем.

И точно так же как для здоровья необходима физическая тренировка, постоянная тренировка нужна и уму. Изучая математику, решая математические задачи, вы тренируете свой ум, развиваете свои умственные способности. А это необходимо каждому.

Успехов вам!

Авторы

Дроби и проценты

Каждый день вы произносите слова «минута» и «секунда». А знаете ли вы, что значение этих слов связано с дробями? Пришедшее к нам из латинского языка слово «минута» близко по значению словам «маленький», «уменьшать». Это связано с его происхождением — минута появилась тогда, когда стала необходимой единица измерения углов, меньшая градуса. А название «секунда» понятно каждому, кто изучает английский или французский язык. Оно тоже латинского происхождения и означает «второй». Минута — это первый шаг уменьшения (градус разделили на 60 равных частей), а секунда — второй (минуту разделили на 60 равных частей).

1.1 Что мы знаем о дробях

С самых древних времён, наряду с необходимостью считать предметы, у людей появилась потребность в измерении длин, площадей, углов и других величин. Используемые единицы измерения часто не укладывались в измеряемой величине целое число раз. Для получения более точных результатов меры стали делить на части, что и привело к появлению дробей.

В Древнем Вавилоне за 2000 лет до н. э. при измерении величин применяли шестидесятые доли. Вавилоняне изобрели систему измерения углов, которая используется и поныне. Учёные в Древнем Вавилоне понимали, что при измерении углов в астрономии, архитектуре, мореплавании нельзя ограничиваться лишь целым числом градусов, так как при этом расчёты оказываются очень неточными. Поэтому они стали использовать более мелкие единицы. Градус разделили на 60 равных частей — минут: в градусе 60 минут, так что

1 минута — это $\frac{1}{60}$ часть градуса. Для большей точности минуту разделили ещё на 60 частей и получили секунды: в минуте 60 секунд, так что 1 секунда — это $\frac{1}{60}$ часть минуты.

Вообще первыми в практике людей появились самые простые дроби, составляющие одну долю целого $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \text{ и т. д.}\right)$. И вначале

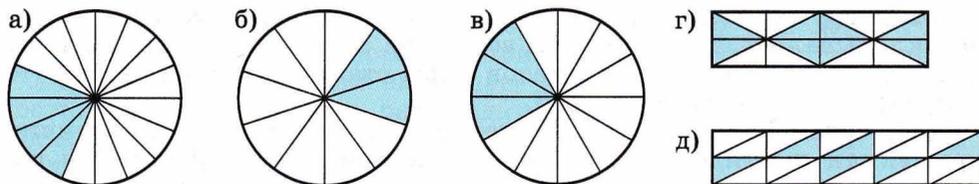
люди для вычислений употребляли только такие дроби. Лишь значительно позже греки, а затем индусы стали использовать в вычислениях и другие дроби.

Запись дробей с помощью числителя и знаменателя появилась в Древней Греции, только греки знаменатель записывали сверху, а числитель — снизу. В привычном для нас виде дроби впервые стали записываться в Древней Индии около 1500 лет назад, но при этом индусы обходились без черты между числителем и знаменателем. Общеупотребительная черта дроби стала только с XVI в.

В современной записи, как вам известно, дроби выглядят так: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{17}{10}$. *Знаменатель* (число, записанное под чертой) показывает, на сколько равных долей делили целое; *числитель* (число, записанное над чертой) показывает, сколько таких долей взято.

Интересно, что в языках разных народов слова для обозначения понятия «дробь» происходят от таких глаголов, как «раздроблять», «разбивать», «ломать». А в первых русских учебниках математики дроби так и назывались — «ломаные числа».

- Назовите числитель и знаменатель каждой дроби и расскажите, что они показывают: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{8}{5}$.
- Какую долю развёрнутого угла составляет 1° ? Какую долю 1 часа составляет 1 минута? Какую долю 1 м составляет 1 см? Запишите ответ с помощью дроби.
- Какая часть фигуры закрашена (рис. 1.1, а–д)?



■ Рис. 1.1

Для каждой дроби существует бесконечно много дробей, равных ей. Например: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \dots$. Преобразовывать дробь в равную позволяет *основное свойство дроби*:

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится дробь, равная данной.

Применяя это свойство, можно приводить дроби к новому знаменателю, сокращать дроби.

Пример 1. Приведём дробь $\frac{1}{3}$ к знаменателю 36.

Сначала найдём дополнительный множитель: $36 : 3 = 12$. Теперь умножим числитель и знаменатель дроби на 12:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{12}{36}.$$

Заметим, что дробь $\frac{1}{3}$ можно привести к любому знаменателю, кратному 3, т. е. к 6, 9, 12 и любому другому числу, делящемуся на 3. Однако эту дробь нельзя привести, например, к знаменателю 10, так как число 10 на 3 не делится.

Пример 2. Сократим дробь $\frac{162}{270}$.

Будем выполнять сокращение последовательно:

$$\frac{162}{270} = \frac{81}{135} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Сначала мы разделили числитель и знаменатель на 2. Потом воспользовались признаком делимости на 9 и сократили полученную дробь на 9. И наконец, разделили числитель и знаменатель на 3. Понятно, что можно было выполнить цепочку сокращений иначе: например, сразу заметить, что числитель и знаменатель делятся на 9.

Пример 3. Сравним дроби $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{9}$.

Приведём дроби к общему знаменателю. Вы знаете, что в качестве общего знаменателя дробей можно взять произведение знаменателей 12 и 9, т. е. число 108. Но если мы хотим найти *наименьший общий знаменатель*, то будем действовать с помощью известного вам приёма: будем последовательно перебирать числа, кратные 12 — большему знаменателю, и проверять, делятся ли они на 9. Число 24 на 9 не делится, а 36 уже делится. Дополнительный множитель для первой дроби равен $36 : 12 = 3$, для второй дроби он равен $36 : 9 = 4$. Получаем

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}, \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{20}{36}, \quad \frac{21}{36} > \frac{20}{36}, \quad \text{следовательно, } \frac{7}{12} > \frac{5}{9}.$$

- Сформулируйте основное свойство дроби и проиллюстрируйте его примером.
- Запишите закрашенную часть фигуры разными способами (см. рис. 1.1).
- Объясните на примере дробей $\frac{8}{15}$ и $\frac{7}{9}$, как привести дроби к наименьшему общему знаменателю.

А

- 1 ■ **МОДЕЛИРУЕМ** ■ Изобразите какую-нибудь геометрическую фигуру (прямоугольник, круг или отрезок) и закрасьте её часть, которая соответствует дроби:

а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{9}$; в) $\frac{8}{12}$; г) $\frac{15}{25}$.

- 2 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** ■ 1) Приведите дроби:

а) $\frac{4}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{2}$ к знаменателю 18; б) $\frac{7}{8}, \frac{5}{16}, \frac{21}{40}$ к знаменателю 80.

2) Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$; б) $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{16}$; в) $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{20}$; г) $\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{24}$.

- 3 В Древнем Риме при измерении величин применялись дроби со знаменателем 12. Вместо $\frac{1}{12}$ говорили «одна унция», вместо $\frac{5}{12}$ — «пять унций» и т. п. Выразите в унциях: половину, треть, четверть, пять шестых, три четверти.

- 4 Сократите дробь:

а) $\frac{24}{30}$; б) $\frac{12}{48}$; в) $\frac{20}{36}$; г) $\frac{14}{56}$; д) $\frac{44}{100}$; е) $\frac{36}{60}$.

- 5 ■ **ИЩЕМ СПОСОБ СРАВНЕНИЯ** ■ Сравните дроби и запишите результат сравнения с помощью знаков $>$, $<$, $=$. В каждом случае расскажите, каким способом вы действовали:

а) $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{10}$; в) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$; д) $\frac{9}{8}$ и $1\frac{1}{8}$; ж) $\frac{5}{9}$ и $\frac{9}{5}$;
 б) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{18}$; г) $\frac{3}{8}$ и $\frac{6}{16}$; е) $1\frac{8}{20}$ и $1\frac{2}{9}$; з) $\frac{12}{11}$ и $\frac{11}{12}$.

- 6 Запишите дроби в порядке возрастания:

а) $\frac{3}{4}, \frac{11}{12}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$; в) $\frac{1}{2}, \frac{17}{20}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$;
 б) $\frac{1}{15}, \frac{2}{5}, \frac{7}{15}, \frac{1}{3}$; г) $\frac{7}{10}, \frac{4}{5}, \frac{63}{100}, \frac{1}{2}$.

- 7 а) На тренировке Оля пробежала стометровку за $\frac{1}{3}$ мин, Галя — за $\frac{17}{60}$ мин, Вера — за $\frac{3}{10}$ мин, Зоя — за $\frac{4}{15}$ мин. В каком порядке девочки пришли к финишу, если они стартовали одновременно?

б) На путь от школы до стадиона Толя и три его друга затрачивают разное время: Толя — $\frac{2}{5}$ ч, Саша — $\frac{1}{2}$ ч, Коля — $\frac{3}{10}$ ч, Петя — $\frac{7}{12}$ ч. Ребята вышли из школы одновременно. В каком порядке они придут на стадион?

Б

8 Покажите, что верны равенства:

а) $\frac{5}{9} = \frac{55}{99} = \frac{555}{999}$; б) $\frac{13}{77} = \frac{1313}{7777} = \frac{131313}{777777}$.

Сократите дробь (9–10).

9 а) $\frac{78}{338}$; в) $\frac{255}{525}$;

б) $\frac{700}{840}$; г) $\frac{324}{405}$.

10 а) $\frac{84 \cdot 108}{48 \cdot 126}$; б) $\frac{96 \cdot 35 \cdot 110}{33 \cdot 80 \cdot 105}$.

11 **Ищем способ решения** Найдите какие-нибудь три числа, которые:

а) больше $\frac{1}{7}$, но меньше $\frac{2}{7}$; б) меньше $\frac{5}{9}$, но больше $\frac{4}{9}$.

12 **Рассуждаем** Не приводя дроби к общему знаменателю, установите, какая из них наибольшая:

а) $\frac{11}{20}$, $\frac{21}{40}$, $\frac{31}{60}$; б) $\frac{23}{48}$, $\frac{17}{36}$, $\frac{35}{72}$.

13 **Исследуем** 1) Дана правильная дробь $\frac{2}{3}$. Запишите обратную ей дробь. Правильной или неправильной является эта дробь? Какая из этих двух дробей ближе к 1?

2) Запишите какую-нибудь правильную дробь и дробь, обратную ей. Какая из них ближе к 1? Проведите такой эксперимент ещё раз.

3) Какая из дробей ближе к 1 – правильная или обратная ей неправильная? Поясните свой вывод.

П

14 Запишите координату каждой точки, отмеченной на координатной прямой (рис. 1.2).

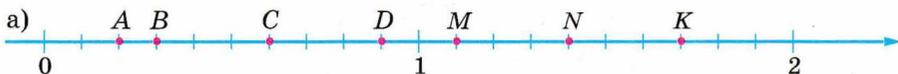


Рис. 1.2

- 15 Начертите координатную прямую (возьмите единичный отрезок, равный 12 клеткам). Отметьте на ней числа: $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $1\frac{7}{12}$, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$.
- 16 Какой из отрезков (рис. 1.3) имеет наибольшую длину? Как он называется? Воспроизведите рисунок (радиус задайте самостоятельно).

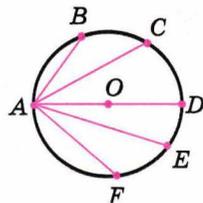


Рис. 1.3

1.2 Вычисления с дробями

В 5 классе вы научились складывать, вычитать, умножать и делить дроби. Вспомним правила, по которым выполняют эти действия:

Чтобы найти сумму или разность дробей с одинаковыми знаменателями, нужно найти сумму или разность их числителей, а знаменатель оставить прежним.

Чтобы найти сумму или разность дробей с разными знаменателями, нужно сначала привести эти дроби к общему знаменателю.

Пример 1. Сложим дроби $\frac{9}{20}$ и $\frac{3}{16}$.

Наименьший общий знаменатель дробей равен 80 (объясните, как он найден). Найдём дополнительные множители: $80 : 16 = 5$, $80 : 20 = 4$. Поэтому

$$\frac{9^4}{20} + \frac{3^5}{16} = \frac{9 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{80} = \frac{36 + 15}{80} = \frac{51}{80}.$$

Чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их числители и их знаменатели и первое произведение записать в числителе, а второе — в знаменателе.

Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

Пример 2. Найдём произведение $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{12}$ и частное $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$.

$$\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{12} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 12} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 4} = \frac{3}{16};$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}.$$

- Объясните на примере дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{6}$, как складывают и вычитают дроби с разными знаменателями.
- Объясните на примере дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$, как умножают и делят дроби.

A

17 **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** Найдите сумму или разность:

- а) $\frac{5}{24} + \frac{3}{8}$; г) $\frac{2}{3} + \frac{7}{8}$; ж) $\frac{8}{25} + \frac{17}{20}$; к) $\frac{11}{15} + \frac{5}{12}$;
 б) $\frac{7}{10} - \frac{2}{5}$; д) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$; з) $\frac{4}{45} - \frac{1}{30}$; л) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$;
 в) $\frac{7}{9} - \frac{5}{7}$; е) $\frac{5}{6} + \frac{1}{9}$; и) $\frac{17}{18} - \frac{11}{12}$; м) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$.

18 **РАССУЖДАЕМ** Двум дежурным было поручено вымыть парты в классе. Когда они закончили работу, то первый сказал, что вымыл $\frac{3}{5}$ всех парт, а второй сказал, что вымыл $\frac{2}{3}$ всех парт. Их товарищ заметил, что кто-то из них ошибся в расчётах. Как он догадался?

19 Выполните вычисления:

- а) $4 + 5\frac{1}{4}$; в) $1\frac{3}{5} + 2\frac{2}{3}$; д) $3 - \frac{5}{7}$; ж) $3\frac{2}{5} - \frac{3}{5}$;
 б) $1\frac{2}{9} + 3\frac{1}{3}$; г) $5\frac{3}{4} - 2$; е) $4 - 1\frac{7}{9}$; з) $4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$.

20 **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** Найдите произведение или частное:

- а) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{12}$; г) $\frac{7}{8} : \frac{7}{16}$; ж) $15 \cdot \frac{5}{6}$; к) $\frac{2}{3} : 18$;
 б) $\frac{3}{5} : \frac{11}{15}$; д) $\frac{27}{40} : \frac{18}{35}$; з) $1 : \frac{3}{7}$; л) $\frac{8}{27} \cdot 36$;
 в) $\frac{9}{22} \cdot \frac{2}{3}$; е) $\frac{8}{9} : 6$; и) $\frac{2}{3} \cdot 12$; м) $10 : \frac{4}{15}$.

21 Пирог разделили на 6 равных частей. Одну из них разделили ещё на 3 равные части. Какую часть пирога составляет одна маленькая часть? Выберите правильный ответ.

- 1) $\frac{1}{3}$. 2) $\frac{1}{9}$. 3) $\frac{1}{12}$. 4) $\frac{1}{18}$.

22 Вычислите:

- а) $2\frac{7}{9} \cdot 15$; в) $1\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$; д) $3\frac{1}{3} : 30$; ж) $1\frac{3}{4} : 10\frac{1}{2}$;
 б) $28 \cdot 1\frac{3}{4}$; г) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$; е) $6 : 1\frac{1}{2}$; з) $5\frac{1}{5} : \frac{13}{15}$.

23 Найдите значение степени: $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$.

24 Выполните действия:

- а) $\frac{9 \cdot 7 \cdot 5}{10 \cdot 8 \cdot 6}$; в) $\frac{3}{25} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{10}{9}$; д) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} : \frac{7}{20}$;
 б) $\frac{17 \cdot 26 \cdot 8}{13 \cdot 51 \cdot 9}$; г) $8 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{7}{12}$; е) $\frac{4}{9} : \frac{8}{9} \cdot \frac{10}{17}$.

25 Найдите значение выражения:

$$\text{а) } 25 \cdot \left(\frac{7}{10} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \right);$$

$$\text{в) } 5 : 1\frac{1}{4} + 7 : 1\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8} \right) : \frac{15}{16};$$

$$\text{г) } \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} - \frac{3}{10}.$$

Решите задачу и прокомментируйте свои действия (26–27).

26 а) В субботу Толя покрасил $\frac{1}{2}$ забора. В воскресенье три друга пришли ему помочь. Вместе с Толей они разделили непокрашенную часть забора поровну и докрасили забор. Какую часть забора покрасил каждый из них в воскресенье?

б) Три школьницы решили написать поздравительные открытки к празднику. Они разделили всю работу поровну. Одна из девочек, Таня, нашла себе трёх помощниц, с которыми разделила свою часть работы поровну. Какую часть всей работы выполнила Таня?

27 а) У Андрея два аквариума. Длина, ширина и высота одного из них $\frac{9}{10}$ м, $\frac{2}{5}$ м и $\frac{1}{2}$ м, а другого — $\frac{4}{5}$ м, $\frac{3}{4}$ м и $\frac{3}{10}$ м. В какой из аквариумов вмещается больше воды?

б) Сколько потребуется проволоки для изготовления каркасной модели параллелепипеда с измерениями $\frac{4}{5}$ дм, $1\frac{1}{5}$ дм и $1\frac{2}{5}$ дм?

28 **Решаем задачу по плану** а) Брат может прополоть грядку за 30 мин, а его младшая сестра — за 60 мин. За сколько минут они могут прополоть грядку, работая вместе?

1) Какую часть грядки пропалывает каждый из них за 1 мин?

2) Какую часть грядки пропалывают они за 1 мин, работая вместе?

3) За сколько минут брат с сестрой пропалывают грядку, работая вместе?

б) Мама может почистить картофель для обеда за 16 мин, а сыну на эту работу потребуется 48 мин. За сколько минут они почистят весь картофель, работая вместе?

Сравните задачу с задачей «а» и решите её по такому же плану.

Б

29 Расположите в порядке возрастания следующие суммы:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8};$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{7};$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6};$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{9}.$$

30 Выполните действия:

$$\text{а) } 6\frac{6}{11} \cdot \frac{3}{4} : 2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{5};$$

$$\text{в) } 9\frac{1}{3} : \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{16} : \frac{14}{27};$$

$$\text{б) } 9 : 6\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{2} : \frac{3}{5};$$

$$\text{г) } 1\frac{5}{6} : 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5}.$$

31 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot 24 : 5 - \frac{9}{22} : \frac{15}{121}$;

б) $\frac{5}{14} + \frac{18}{35} + \left(1\frac{1}{4} - \frac{5}{14}\right) : \left(\frac{5}{12}\right)^2$.

32 На заводе трудятся рабочие разной квалификации. Рабочий высшего разряда может выполнить заказ за 12 дней, менее опытный рабочий – за 20 дней. Рабочий самой низкой квалификации выполнит этот заказ за 30 дней. За сколько дней выполнит этот заказ бригада из трёх рабочих разной квалификации?

Подсказка. Для составления плана решения посмотрите план, приведённый в упражнении **28**.

33 Отец и сын, работая вместе, покрасили забор за 12 ч. Если бы отец красил забор один, он выполнил бы эту работу за 21 ч. За сколько часов покрасил бы этот забор сын?

АНАЛИЗИРУЕМ И РАССУЖДАЕМ (34–35)

34 Отрезок MN сначала разделили точками A и B на 3 равные части, а затем точками C , D и E на 4 равные части.

а) На сколько частей разделён отрезок? Есть ли среди них равные?

б) Какую часть длины данного отрезка составляет длина каждой получившейся части?

35 От верёвки, длина которой $\frac{2}{3}$ м, нужно отрезать $\frac{1}{2}$ м. Как это сделать, не производя измерений?

П

36 Начертите координатную прямую (возьмите единичный отрезок, равный 2 клеткам). Отметьте на координатной прямой числа: $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, 4, $5\frac{1}{2}$.

37 На координатной прямой отмечены точки, соответствующие числам $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{73}{100}$, $\frac{1}{2}$ (рис. 1.4). Определите координату каждой точки.

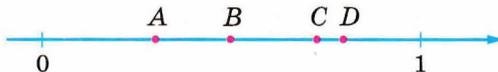
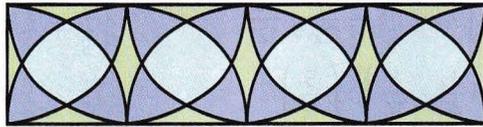


Рис. 1.4

38 Сравните дроби: а) $\frac{3}{14}$ и $\frac{6}{21}$; б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{11}{60}$; в) $\frac{11}{20}$ и $\frac{8}{15}$; г) $\frac{5}{9}$ и $\frac{6}{7}$.

39 Сократите дробь: а) $\frac{24}{60}$; б) $\frac{12}{48}$; в) $\frac{20}{36}$; г) $\frac{14}{56}$.

40 Воспроизведите рисунок 1.5 в тетради. Размеры задайте самостоятельно.



■ Рис. 1.5

1.3 «Многоэтажные» дроби

Вы знаете, что частное двух натуральных чисел равно дроби, числитель которой — делимое, а знаменатель — делитель.

$$\text{Например: } 7 : 3 = \frac{7}{3}, \quad 10 : 14 = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}.$$

Иными словами, такие записи, как $m : n$ и $\frac{m}{n}$, обозначают одно и то же. Поэтому черту дроби можно рассматривать как другое обозначение действия деления двух натуральных чисел.

■ Замените знак деления чертой дроби и найдите частное: а) $8 : 5$; б) $6 : 15$.

В математике принято использовать черту дроби в качестве знака деления и при записи более сложных выражений. Например, выражение

$$\frac{4 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{4}{5}}$$

является иным способом записи частного $\left(4 + \frac{2}{3}\right) : \left(1 - \frac{4}{5}\right)$.

В дальнейшем нам будут встречаться дроби, числители и знаменатели которых — любые выражения, а не только натуральные числа. При вычислении значения такой «многоэтажной» дроби последним выполняется действие деления: выражение в числителе делится на выражение в знаменателе.

Пример. Найдём значение дроби $\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}$.

Способ 1. Выполним три действия:

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{5} &= \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15}; & 3) \quad \frac{2}{15} : \frac{1}{6} &= \frac{2}{15} \cdot 6 = \frac{2 \cdot 6}{15} = \frac{4}{5}. \\ 2) \quad \frac{2}{3} - \frac{1}{2} &= \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}; \end{aligned}$$

Запись решения можно вести цепочкой:

$$\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5-3}{15}}{\frac{4-3}{6}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{6}} = \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot 6}{15} = \frac{4}{5}.$$

Способ 2. Если вы умеете выполнять устно такие действия, как, например, $30 \cdot \frac{2}{3} = 20$, то сможете преобразовывать «многоэтажные» дроби быстрее.

Умножим числитель и знаменатель дроби на 30. Значение дроби при этом не изменится, а в числителе и знаменателе окажутся целые числа. Получим

$$\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{30 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)}{30 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)} = \frac{30 \cdot \frac{1}{3} - 30 \cdot \frac{1}{5}}{30 \cdot \frac{2}{3} - 30 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{10 - 6}{20 - 15} = \frac{4}{5}.$$

- Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$ двумя способами.

A

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (41–43)

- 41** Замените знак деления чертой дроби и найдите частное:
 а) $2 : 7$, $11 : 15$, $8 : 9$; б) $6 : 12$, $8 : 28$, $10 : 35$; в) $14 : 6$, $15 : 9$, $40 : 5$.
- 42** Запишите выражение в виде дроби и сократите эту дробь:
 а) $(21 \cdot 18) : 14$; в) $(12 \cdot 15) : 40$;
 б) $60 : (16 \cdot 25)$; г) $(4 \cdot 24) : (42 \cdot 8)$.
- 43** Замените знаком деления черту дроби:
 а) $\frac{1}{18 \cdot 17}$; б) $\frac{15 \cdot 31}{2}$; в) $\frac{100}{8 \cdot 12 \cdot 16}$; г) $\frac{23 \cdot 16}{11 \cdot 41}$.
- 44** Найдите значения выражений:
 а) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$, $\frac{2}{\frac{3}{1}}$, $\frac{1}{\frac{4}{3}}$; б) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$, $\frac{1}{\frac{1}{7}}$, $\frac{1}{\frac{1}{5}}$; в) $\frac{8}{\frac{4}{5}}$, $\frac{2}{\frac{3}{4}}$, $\frac{2}{\frac{5}{2}}$.
- 45** Вычислите:
 а) $\frac{1 \cdot 2}{\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{3}}$; б) $\frac{5}{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}$; в) $\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}}$; г) $\frac{1 \cdot 1}{\frac{4}{1} \cdot \frac{7}{14}}$.

46 Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{1 - \frac{1}{5}}{2}; & \text{в) } \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{3}; & \text{д) } \frac{\frac{17}{100} - \frac{1}{10}}{10}; \\ \text{б) } \frac{6}{1 - \frac{1}{3}}; & \text{г) } \frac{1 - \frac{1}{6}}{2 + \frac{1}{6}}; & \text{е) } \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{3}}{2 - \frac{1}{6}}. \end{array}$$

Б

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (47–49)

47 Что может означать запись $\frac{3}{2}$? Примите по очереди каждую дробную черту за «основную» и запишите соответствующие выражения. Найдите значение каждого из этих выражений.

48 Разделить некоторое число на 2 – это всё равно что умножить его на $\frac{1}{2}$. Поэтому $\frac{3 - \frac{1}{4}}{2} = \left(3 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{2}$. Рассуждая таким же образом, представьте в виде произведения выражение:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{2}; & \text{б) } \frac{1 - \frac{5}{6}}{3}; & \text{в) } \frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{2}}{10}; & \text{г) } \frac{2 + \frac{5}{8}}{5}. \end{array}$$

49 Запишите выражение в виде частного, используя черту дроби:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \left(8 - 6\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{4}; & \text{б) } \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}; & \text{в) } \left(\frac{3}{10} + \frac{3}{100}\right) \cdot \frac{1}{100}. \end{array}$$

50 Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{6 - \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}{6 + \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}; & \text{б) } 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{3}}}; & \text{в) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}. \end{array}$$

П

51 Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{9 \cdot 5 \cdot 4}{20 \cdot 8 \cdot 15}; & \text{б) } \frac{4}{9} : \frac{7}{10} : \frac{8}{3}; & \text{в) } \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{33} : \frac{9}{16}. \end{array}$$

52 Вычислите удобным способом:

а) $1\frac{1}{5} + \frac{5}{9} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9}$; в) $\frac{7}{27} \cdot 10 + 8 \cdot \frac{7}{27}$;
 б) $\frac{2}{11} + \frac{3}{8} + \frac{4}{11} + \frac{6}{11} + \frac{5}{8}$; г) $\frac{11}{36} \cdot 17 - 5 \cdot \frac{11}{36}$.

53 Решите задачу:

Корова съедает копну сена за 3 дня, а коза может съесть такую копну за 6 дней. За сколько дней съедят такую копну корова и коза вместе?

Подсказка. Сравните с задачей 28.

54 Назовите многогранник, изображённый на рисунке 1.6. Назовите грани, являющиеся видимыми. Перечертите его так, чтобы грань SFE была невидимой.

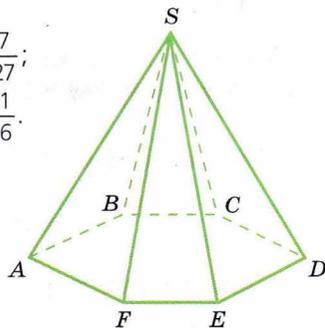


Рис. 1.6

1.4 Основные задачи на дроби

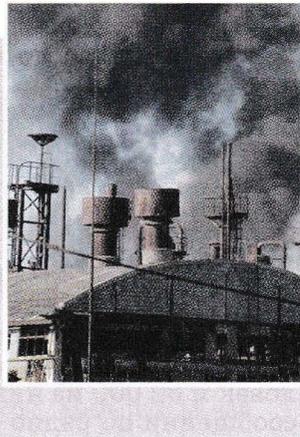
Пример 1. Предположим, по радио сообщили, что жители города Синегорска, возле которого расположен химический завод, активно борются против загрязнения окружающей среды и $\frac{2}{5}$ из них присоединились к экологическому движению Гринпис («Зелёный мир»).

Человек, знакомый с дробями, поймёт, что к движению Гринпис присоединилось чуть меньше половины жителей города. Чтобы подсчитать их число, необходимо знать, сколько жителей в Синегорске, и уметь найти $\frac{2}{5}$ от этого количества.

Допустим, в городе проживает 80 000 человек. Найти $\frac{2}{5}$ от 80 000 можно по-разному: опираясь на смысл понятия дроби и по правилу нахождения части от числа.

Решим задачу первым способом. Найдём пятую часть от 80 000 и результат умножим на 2:

$$(80\ 000 : 5) \cdot 2 = 32\ 000 \text{ (чел.)}$$



Теперь решим эту же задачу, воспользовавшись правилом:

Чтобы найти часть от числа, выраженную дробью, нужно это число умножить на данную дробь.

Умножив 80 000 на $\frac{2}{5}$, получим тот же результат:

$$80\,000 \cdot \frac{2}{5} = \frac{80\,000 \cdot 2}{5} = 32\,000 \text{ (чел.)}.$$

Может возникнуть обратная задача:

Пример 2. Пусть известно, что 32 000 человек из города Синегорска присоединились к движению Гринпис и что это составляет $\frac{2}{5}$ от числа его жителей. Имея такую информацию, нетрудно подсчитать, каково население города.

По условию 32 000 — это $\frac{2}{5}$ населения города. Так как всё население составляет $\frac{5}{5}$, то 32 000 надо разделить на 2 и результат умножить на 5:

$$(32\,000 : 2) \cdot 5 = 80\,000 \text{ (чел.)}.$$

Эту же задачу можно решить вторым способом — по правилу нахождения числа по его части:

Чтобы найти число по его части, нужно эту часть разделить на дробь, ей соответствующую.

Разделив 32 000 на $\frac{2}{5}$, получим

$$32\,000 : \frac{2}{5} = \frac{32\,000 \cdot 5}{2} = 80\,000 \text{ (чел.)}.$$

Пример 3. Рассмотрим теперь третью ситуацию. Пусть журналисту стало известно, что в городе Синегорске проживает 80 000 человек и 32 000 из них присоединились к движению Гринпис. В своём сообщении по радио журналист хочет подчеркнуть, что это довольно большая часть населения города. Для этого он должен сосчитать, какую часть 32 000 составляют от 80 000.

Один человек — это $\frac{1}{80\,000}$ часть населения города. Тогда

32 000 человек составляют $\frac{32\,000}{80\,000} = \frac{32}{80} = \frac{2}{5}$ населения города.

Для ответа на вопрос о том, какую часть составляют 32 000 человек от 80 000, мы записали дробь $\frac{32\,000}{80\,000}$, которая выражает част-

ное от деления 32 000 на 80 000. Таким образом, мы пришли к правилу:

Чтобы узнать, какую часть меньшее число составляет от большего, надо первое число разделить на второе.

- Расскажите, как найти: а) $\frac{3}{5}$ от числа 600; б) число, $\frac{3}{5}$ которого составляют 18; в) какую часть число 36 составляет от числа 80.

A

55 Прочитайте предложения и вставьте нужные слова.

- а) Чтобы найти половину некоторого числа, нужно это число разделить на ... или умножить на
 б) Чтобы найти четверть некоторого числа, нужно это число разделить на ... или умножить на
 в) Чтобы найти десятую часть некоторого числа, нужно это число разделить на ... или умножить на
 г) Чтобы найти сотую часть некоторого числа, нужно это число разделить на ... или умножить на

Найдите часть от величины (**56–57**).

56 а) $\frac{1}{4}$ от 8 кг; б) $\frac{3}{4}$ от 12 кг; в) $\frac{4}{9}$ от 18 кг; г) $\frac{2}{5}$ от 20 кг.

57 а) $\frac{1}{10}$ от $\frac{1}{2}$ г; б) $\frac{3}{4}$ от $\frac{1}{10}$ кг; в) $\frac{2}{5}$ от $\frac{1}{4}$ см; г) $\frac{4}{9}$ от $\frac{3}{10}$ дм.

Решите задачу на нахождение части от числа (**58–59**).

58 а) стакан вмещает 160 г крупы. Крупой наполнили $\frac{2}{5}$ стакана. Сколько граммов крупы насыпали в стакан?

б) Общая площадь окон, которые надо вымыть, составляет 24 м². За час вымыли $\frac{5}{8}$ этой площади. Определите площадь окон, вымытых за час.

59 а) От ленты длиной 2 м 40 см отрезали $\frac{3}{8}$ её длины. Найдите длину оставшейся части.

б) Занятия в школе длятся 5 ч 30 мин. Перемены занимают $\frac{3}{11}$ этого времени. Сколько часов длятся уроки?

60 Составьте задачу, для решения которой нужно выполнить следующее действие: $300 \cdot \frac{3}{10}$.

Решите задачу на нахождение числа по его части (61–63).

61 а) Размеры макета составляют $\frac{1}{12}$ реальных размеров дома. Чему равна ширина окна в доме, если на макете окно имеет ширину 60 мм?

б) Размеры участка земли на плане составляют $\frac{1}{100}$ его истинных размеров. Чему равна сторона участка, если её длина на плане равна 16 см?



62 а) В бак налили 36 л воды и заполнили $\frac{3}{4}$ его объёма. Сколько воды вмещает бак?

б) Продали $\frac{2}{5}$ привезённого в магазин винограда, что составило 180 кг. Сколько всего винограда привезли в магазин?

63 Андрей набрал на компьютере $\frac{2}{5}$ своего реферата по литературе за $2\frac{1}{2}$ ч. За сколько часов он наберёт весь реферат, если будет печатать с такой же скоростью? Выберите правильный ответ.

1) За 1 ч. 2) За 5 ч. 3) За $6\frac{1}{4}$ ч. 4) За $12\frac{1}{2}$ ч.

64 Составьте задачу, для решения которой надо выполнить следующее действие: $300 : \frac{2}{3}$.

Расскажите, как найти, какую часть одно число составляет от другого, и решите задачу (65–67).

65 а) Какую часть часа составляют 30 мин? 15 мин? 10 мин? 6 мин?

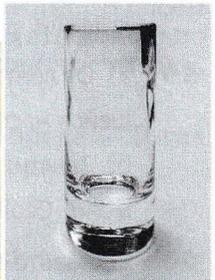
б) Какую часть суток составляет 1 ч? 2 ч? $2\frac{1}{2}$ ч? $5\frac{1}{3}$ ч?

66 а) стакан вмещает 200 г молока. Какую часть стакана нужно наполнить, чтобы в нём оказалось 160 г молока? Какая часть стакана останется незаполненной?

б) Человек спит в среднем 8 ч в сутки. Какую часть суток человек спит? Какую часть суток человек бодрствует?

67 а) Скорость товарного поезда 60 км/ч, а скорость пассажирского 80 км/ч. Какую часть скорости пассажирского поезда составляет скорость товарного поезда? Во сколько раз скорость пассажирского поезда больше скорости товарного?

б) Из 20-литрового бидона, наполненного водой, отлили 8 л. Какую часть бидона заполняет оставшаяся в нём вода? Во сколько раз воды в полном бидоне было больше, чем осталось?



Решите задачу и прокомментируйте свои действия (68–70).

- 68** а) Фильм на DVD, состоящий из двух частей, длится 126 мин. Длительность первой части составляет $\frac{2}{3}$ общей длительности фильма. Сколько минут длится каждая часть фильма?
- б) У Тани на приготовление домашних заданий ушло 3 ч 30 мин, что составило $\frac{3}{4}$ времени, потраченного Галей. На сколько минут быстрее выполнила уроки Таня?
- 69** В школе 1800 учащихся. В среду на уроках отсутствовало 120 учеников. Какая часть учащихся школы была в этот день на уроках?
- 70** Первый стрелок сделал 80 выстрелов по летящей мишени и попал в цель 60 раз, второй из 60 выстрелов попал 50 раз. Кто из них показал лучший результат?
- 71** **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** Представьте себе, что вы выбираете сыр для бутербродов, которые надо взять с собой на туристский слёт. Вам поручили купить самый нежирный сорт. В таблице указаны массы имеющихся в магазине упаковок с разным содержанием жира.

Масса упаковки (в граммах)	100	150	200	500
Масса жира в упаковке (в граммах)	40	45	100	125

Какой сыр вы купите?

Подсказка. Определите, какую часть общей массы упаковки составляет масса жира.

Б

- 72** а) В книге 75 страниц. В первый день ученик прочитал $\frac{3}{5}$ всей книги, во второй — $\frac{2}{5}$ остатка. Сколько страниц ему осталось прочитать?
- б) В доме 100 квартир (одно-, двух- и трёхкомнатных). Однокомнатные квартиры составляют $\frac{1}{4}$ часть всех квартир, а двухкомнатные — $\frac{3}{5}$ оставшихся квартир. Сколько в этом доме трёхкомнатных квартир?
- 73** а) Сад занимает $\frac{2}{5}$ земельного участка, причём $\frac{1}{4}$ сада отведена под яблони. Какую площадь занимают яблони, если площадь всего участка 10 соток? Какая часть всего участка занята яблонями?
- б) В шестых классах учится $\frac{1}{14}$ всех учащихся школы, причём $\frac{2}{5}$ из них — девочки. Сколько девочек в шестых классах, если всего в школе 910 учеников? Какую часть всех учеников школы составляют шестиклассницы?

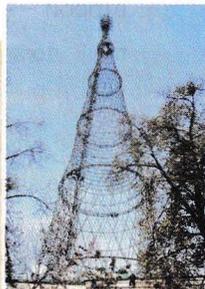
- 74** а) Сергей заполнил $\frac{5}{8}$ тетради, и у него осталось 36 чистых листов. Сколько листов в тетради?
 б) За $\frac{1}{2}$ м ткани заплатили на 20 р. больше, чем за $\frac{1}{3}$ м такой же ткани. Сколько стоит метр ткани?
- 75** а) Чтобы распечатать на принтере две рукописи, взяли пачку бумаги. На одну рукопись ушло $\frac{3}{5}$ пачки, а на другую — $\frac{2}{3}$ остатка. Сколько листов бумаги было в пачке, если осталось 24 листа?
 б) Мама и сын собрали $\frac{4}{7}$ всего урожая клубники, причём на долю сына пришлось $\frac{3}{4}$ собранных ими ягод. Каков был урожай клубники, если сын собрал 6 кг ягод? Какую часть урожая клубники собрала мама?

76 ■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ ■

Представьте себе, что вы хотите угостить своих друзей молочным коктейлем. У вас есть 350 г молока. По рецепту молоко составляет $\frac{7}{10}$ массы коктейля, а сироп, ванилин и какао соответственно $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{20}$ массы коктейля. Рассчитайте, сколько граммов сиропа, ванилина и какао вам надо взять.

■ РАССУЖДАЕМ (77–80) ■

- 77** Что больше:
 а) $\frac{1}{5}$ от половины или половина от $\frac{1}{5}$; б) $\frac{3}{4}$ от $\frac{2}{3}$ или $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{4}$?
 Расскажите, как вы рассуждали.
- 78** Ученик закрасил $\frac{3}{8}$ круга, причём $\frac{2}{3}$ этой части он закрасил синим цветом, а остальное — красным. Какая часть круга закрашена синим цветом? Какая часть круга закрашена красным?
- 79** а) В 2010 г. численность населения Пскова составляла $\frac{2}{3}$ численности населения Смоленска. Во сколько раз больше жителей в Смоленске, чем в Пскове?
 б) Высота Шуховской телебашни в Москве составляет $\frac{3}{11}$ высоты Останкинской телебашни. Во сколько раз Останкинская башня выше Шуховской?
- 80** Сельские жители в России составляют примерно $\frac{3}{10}$ всего населения. Какую часть городского населения составляет сельское? Во сколько раз городских жителей больше, чем сельских?



Шуховская телебашня

П

81 Найдите значение выражения:

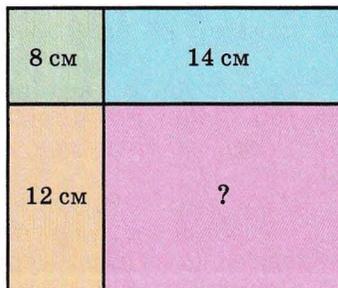
а) $\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{15}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$; б) $10 - 5 \cdot 1\frac{1}{5} - \frac{1}{3}$; в) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$; г) $\frac{\frac{7}{10} + \frac{3}{5}}{\frac{7}{10} + \frac{1}{2}}$.

82 а) В обеденном меню школьной столовой имеются два первых блюда – борщ и картофельный суп – и три вторых – сосиски, котлеты и плов. Составьте все возможные варианты обеда, состоящего из первого и второго блюд. Сколько всего таких вариантов существует?

б) Из трёх девочек и трёх мальчиков надо выбрать девочку и мальчика, которые будут вести школьный праздничный концерт. Сколькими способами это можно сделать?

Подсказка. Введите коды, например д1, ..., м1, ..., и запишите все возможные пары.

83 **■ Рассуждаем** Прямоугольник разбили на четыре части: квадрат и три прямоугольника (рис. 1.7). Известны периметры трёх из четырёх получившихся частей. Найдите периметры четвёртой части и всего прямоугольника.



■ Рис. 1.7

1.5 Что такое процент

Вам, наверное, не раз приходилось слышать по радио и телевидению или встречать в газетах слово *процент*. Например:

в выборах приняло участие 67 процентов жителей города;

стоимость проезда в городском транспорте повысилась на 50 процентов;

рейтинг (показатель популярности) телепередачи составляет 19 процентов.

Что же понимают под словом «процент»?

Процентом от некоторой величины называется одна сотая её часть.

Поэтому, чтобы найти один процент от величины, нужно разделить эту величину на 100.

Например:

1 процент от 500 т равен 5 т, так как $500 : 100 = 5$;

1 процент от 1 км равен 10 м, так как $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, а $1000 : 100 = 10$.

Для слова «процент» в математике есть специальный знак: %.

1% — это $\frac{1}{100}$ величины.

Точно так же 27% — это $\frac{27}{100}$, 33% — это $\frac{33}{100}$ и т. д.

- Что называется процентом? Произнесите без слова «процент» (заменяя проценты дробью) следующие фразы: «В математическом кружке занимаются 7% всех учащихся школы»; «В голосовании приняли участие 73% избирателей».
- Начертите квадрат 10×10 клеток и закрасьте 18% квадрата. Сколько процентов квадрата не закрашено? Начертите ещё два таких же квадрата и закрасьте 50% одного из них и 100% другого.

Величина, от которой вычисляются проценты (например, количество телевизоров, выпускаемых заводом за год, доход семьи, численность населения и т. д.), составляет 100 своих сотых долей, т. е. 100% .

Пример 1. Зимняя куртка стоит 1200 р. На весенней распродаже её можно купить на 33% дешевле. Сколько можно сэкономить денег, если купить куртку на распродаже?

Сначала найдём 1% стоимости куртки:

$$1200 : 100 = 12 \text{ (р.)}$$

Теперь найдём 33% её стоимости:

$$12 \cdot 33 = 396 \text{ (р.)}$$

Значит, купив куртку на распродаже, можно сэкономить 396 р.

Можно было рассуждать иначе: 33% величины — это 33 её сотых доли, т. е. $\frac{33}{100}$. Чтобы найти $\frac{33}{100}$ от 1200 , нужно 1200 умножить на $\frac{33}{100}$:

$$1200 \cdot \frac{33}{100} = \frac{1200 \cdot 33}{100} = 396 \text{ (р.)}$$

- Расскажите, как найти, и найдите 24% от 5 тонн; 12% от 2 кг.

Иногда нужное число процентов от величины можно найти ещё проще. Так бывает, если требуется найти, к примеру, 10% , 25% , 50% . Так, 10% — это $\frac{10}{100}$, или $\frac{1}{10}$. Поэтому, чтобы найти 10% от какой-либо величины, достаточно разделить эту величину на 10 . Например, 10% от 1200 р. составляют 120 р.

В таблице приведены некоторые проценты, которые «легко считаются», и соответствующие им дроби.

10%	20%	25%	50%	75%
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$

Пример 2. В прошлом году в марафоне, посвящённом Дню города, участвовало 200 горожан. В этом году число участников марафона увеличилось на 20%. Сколько горожан приняло участие в марафоне в этом году?

Чтобы найти 20% от 200, нужно 200 разделить на 100 и результат умножить на 20:

$$\underbrace{(200 : 100)}_{\text{это } 1\%} \cdot 20 = 40 \text{ (чел.)}$$

Значит, в этом году число участников марафона увеличилось на 40 человек, и всего их стало

$$200 + 40 = 240 \text{ (чел.)}$$

Понятно, что 20% от 200 можно было найти проще: так как 20% — это $\frac{1}{5}$, то достаточно было разделить 200 на 5, а именно: $200 : 5 = 40$.

■ Цена товара 800 р. Она понизилась на 25%. На сколько рублей понизилась цена? Чему равна новая цена?

Пример 3. При рождении ребёнок весил 3 кг. За год его вес увеличился на 200%. Сколько весил ребёнок, когда ему исполнился один год?

Вес ребёнка при рождении составляет 100%, т. е. 3 кг — это 100%. Тогда 200% составляют 6 кг. Значит, к одному году ребёнок стал весить $3 + 6 = 9$ (кг).

Слово «процент» имеет латинское происхождение: в переводе с латыни *pro centum* означает «на сто». Заметим, что в речи часто вместо слова «процент» используют именно это словосочетание. Например, фраза «На заводе на каждые 100 человек приходится 12 имеющих высшее образование» означает, что 12% работников завода имеют высшее образование.

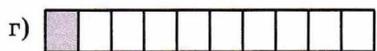
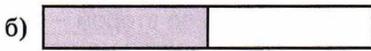
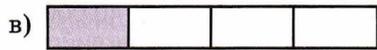


- Вес ребёнка к концу года увеличился на 200 % (см. задачу 3). Во сколько раз увеличился вес ребёнка к одному году?
- Объясните, используя слово «процент», фразу «Из каждых 100 школьников 65 занимаются в спортивных секциях». Придумайте сами фразу аналогичной конструкции и объясните её, используя слово «процент».

A

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (84–86)

- 84** Прочитайте предложение, заменив проценты соответствующей дробью:
- а) Мальчики составляют 60 % класса.
 - б) В голосовании приняло участие 75 % избирателей.
 - в) В июле цена автомобиля была повышена на 15 %.
 - г) При покупке большой партии товара покупателю предоставляется скидка в размере 31 %.
- 85** Выразите в процентах $\frac{3}{100}$, $\frac{60}{100}$, $\frac{79}{100}$, $\frac{50}{100}$ всех книг библиотеки.
- 86** Выразите проценты дробью и, если можно, сократите её:
- а) 37 %, 83 %, 61 %;
 - б) 15 %, 50 %, 60 %;
 - в) 49 %, 40 %, 80 %.
- 87** ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ Найдите в каких-нибудь средствах массовой информации (газеты, журналы, Интернет, телевидение и т. д.) несколько предложений, в которых используется слово «процент».
- 88** а) 25 % учащихся класса соревновались в беге, а 75 % учащихся класса пришли за них болеть. Все ли учащиеся класса пришли на соревнования?
 б) За неделю туристы проехали 50 % пути на поезде и 40 % пути на автобусе. Весь ли путь проехали туристы за неделю?
- 89** Девочки составляют 65 % всех членов драмкружка. Сколько процентов всех членов драмкружка составляют мальчики?
- 90** В классе 40 % девочек. Кого в классе больше – мальчиков или девочек – и на сколько процентов?
- 91** Найдите 1 % от:
- а) 100 р., 200 м, 300 км, 600 кг;
 - б) 1000 т, 10 000 р., 10 м, 1 ц.
- 92** Найдите:
- а) 1 % от 1 м, 7 % от 1 м, 25 % от 1 м;
 - б) 1 % от 1 т, 6 % от 1 т, 26 % от 1 т.
- 93** В школе 1500 учащихся. Сколько человек от этого количества составляют:
- а) 30 %;
 - б) 40 %;
 - в) 50 %;
 - г) 55 %;
 - д) 85 %;
 - е) 100 %?
- 94** Выразите проценты дробью и сократите её: 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 60 %, 75 %, 80 %. Запомните результат.



■ Рис. 1.8

- 95** Какая часть прямоугольника закрашена (рис. 1.8, а–г)? Выразите эту часть в процентах.
- 96** Начертите круг и закрасьте: а) 50 % круга; б) 25 % круга; в) 75 % круга.
- 97** Для каждой фразы из левого столбца подберите соответствующую фразу из правого столбца. (При необходимости воспользуйтесь таблицей, приведенной на с. 25.)

100 % учащихся школы
 25 % учащихся школы
 10 % учащихся школы
 50 % учащихся школы

половина всех учащихся школы
 все учащиеся школы
 четверть всех учащихся школы
 десятая часть всех учащихся школы

- 98** Как вы понимаете следующие предложения:
 «С контрольной работой справились 100 % учащихся класса»;
 «С контрольной работой справились 50 % учащихся класса»?
 Какая часть учащихся не справилась с контрольной работой во втором случае?
- 99** Больше или меньше половины составляют: а) 70 %; б) 15 %; в) 30 %; г) 55 %?
- 100** Что больше:
 а) 60 % всего класса или половина класса;
 б) 20 % зарплаты или четверть зарплаты;
 в) половина или 45 % всего населения страны?
- 101** Найдите:
 а) 10 % от 200 р.; б) 20 % от 400 км; в) 25 % от 800 м; г) 50 % от 600 кг.
- 102** В городе 30 000 жителей. Вычислите устно, сколько жителей составляют 10 % всего населения города. Используйте полученный результат для нахождения 30 %, 40 %, 60 % населения города.

Решите задачу и прокомментируйте свои действия (**103–104**).

- 103** а) В избирательном округе 25 000 избирателей. В голосовании приняло участие 60 % избирателей. Сколько человек голосовало?
 б) Банк начисляет на вклад ежегодно 8 % от вложенной суммы. Сколько рублей будет начислено через год на вклад 5000 р.?

- 104** а) В библиотеке 40 000 книг. Книги на русском языке составляют 75 % всех книг, а на английском — 10 % всех книг. Сколько в библиотеке книг на русском языке и сколько на английском?
 б) Бригада должна отремонтировать участок дороги длиной 900 м. В первый день она отремонтировала 7 % всего участка, а во второй — 12 % всего участка. Сколько метров дороги отремонтировала бригада в первый день и сколько во второй?

105 ■ **Практическая ситуация** ■ На коробке овсяных хлопьев указано: белки — 10 %, жиры — 15 %, углеводы — 55 %. Рассчитайте содержание белков, жиров и углеводов в одной порции хлопьев, масса которой 80 г.

106 1) В магазине было 800 кг картофеля. Продали 60 % картофеля. Ответьте на следующие вопросы:

- Сколько килограммов картофеля продано?
- Сколько процентов составил картофель, оставшийся в магазине?
- Сколько килограммов картофеля осталось в магазине?

Придумайте ещё какой-нибудь вопрос к задаче и ответьте на него.

2) В домашней библиотеке 900 книг. Из них 80 % — это книги на русском языке, остальные — на английском. Сформулируйте вопросы, которые можно поставить к задаче, и ответьте на них.

107 ■ **Решаем задачу по плану** ■

а) Набор стаканов для воды стоил 300 р. На распродаже его цену снизили на 25 %. Какая новая цена набора?

- 1) На сколько рублей была снижена цена набора?
- 2) Какая цена набора на распродаже?

б) В сентябре в школу-новостройку пришло 620 учащихся. К концу учебного года в связи с увеличением числа жителей района число учащихся увеличилось на 40 %. Сколько учащихся оказалось в школе к концу учебного года?

Подсказка. Сравните с задачей «а» и решите по такому же плану.

108 Решите задачу по плану, аналогичному плану в упражнении **107**.

а) В 2000 г. владелец садового участка взял в банке ссуду 140 000 р. для постройки дома. Он должен был вернуть эти деньги через год с надбавкой 8 %. Какую сумму он должен был вернуть банку?

б) Чтобы увеличить число покупателей, магазин первые 10 дней после поступления товара продаёт его на 20 % дешевле. За сколько рублей можно купить вещь в этот период, если её цена 300 р.? 220 р.?

Б

109 Выразите в процентах:

- а) $\frac{7}{10}$ всего урожая яблок; б) $\frac{3}{5}$ всего урожая яблок.

110 Сколько процентов площади квадрата закрашено (рис. 1.9)?

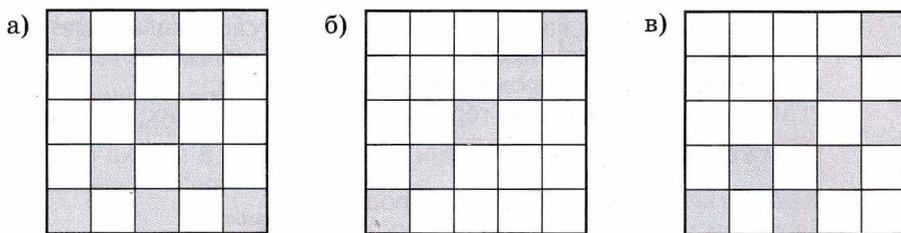


Рис. 1.9

111 **Рассуждаем** Чтобы выразить в процентах $\frac{1}{3}$ всех книг библиотеки, можно рассуждать следующим образом. Все книги библиотеки составляют 100 %. Найдём $\frac{1}{3}$ от 100 %. Для этого умножим 100 на $\frac{1}{3}$:

$$100 \cdot \frac{1}{3} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}.$$

Значит, $\frac{1}{3}$ всех книг библиотеки составляет $33\frac{1}{3}$ %. Рассуждая так же, выразите в процентах $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{3}$ всех книг библиотеки.

112 Во время распродажи лимонад стоимостью 15 р. за бутылку продавали на 20 % дешевле. Сколько денег сэкономит покупатель, если он купит партию в 120 бутылок?

113 За 3 ч поезд прошёл 200 км. В первый час он прошёл 40 % всего пути, во второй час – 50 % остатка. Сколько километров прошёл поезд за третий час?

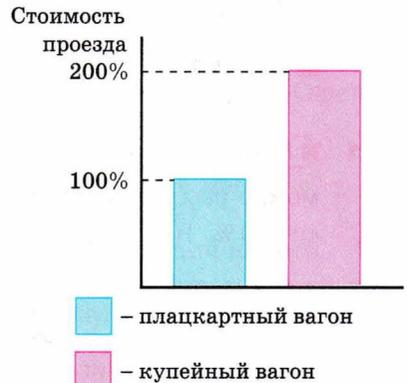
114 **Практическая ситуация** Магазин принимает вещи для комиссионной продажи по следующим правилам: если вещь не продана в течение 20 дней, то она уценивается на 10%; если она не продана в следующие 20 дней, то она уценивается второй раз на 15% от её новой цены. Заполните таблицу для вещей, проданных после второй уценки.

Первоначальная цена	Первая уценка	Цена после первой уценки	Вторая уценка	Цена после второй уценки
3000 р.				
2600 р.				
800 р.				

- 115** Объясните, используя слово «процент», что означают следующие утверждения:
- 10 горожан из каждых 100 хотят улучшить свои жилищные условия;
 - 43 человека из каждых 100 доверяют гороскопам;
 - из каждых 100 новорождённых 52 – мальчики;
 - из каждых 100 жителей города 25 имеют домашних животных.

МОДЕЛИРУЕМ (116–117)

- 116** Цена билета для проезда от города Белогорска до города Черноморска в купейном вагоне на 100 % выше, чем в плацкартном (рис. 1.10). Во сколько раз проезд в купейном вагоне дороже проезда в плацкартном?



- 117** Изобразите условие задачи с помощью рисунка и решите её:

а) В связи с инфляцией стоимость проезда в городском автобусе за два года возросла на 200 %. Во сколько раз повысилась стоимость проезда?

б) Квартплата в отдалённых районах города Северный в 2 раза ниже, чем в центральных. На сколько процентов квартплата в отдалённых районах меньше, чем в центральных?

■ Рис. 1.10

- 118** Фирма в первый месяц выпустила 160 игрушечных автомобилей. В следующем месяце она увеличила выпуск этих игрушек на 300 %. Сколько игрушечных автомобилей стала выпускать фирма?

РАССУЖДАЕМ (119–120)

- 119** Во сколько раз меньше стал стоить товар, если его уценили на:
- 50 %;
 - 90 %;
 - 98 %?

- 120** Сравните 61% от числа 83 и 83% от числа 61.

П

- 121** Найдите значение выражения $\left(\frac{7}{12} - \frac{8}{15}\right)^2 + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{9}{16}\right)$.

- 122** Решите задачу:

а) Николай за выполнение некоторой работы должен получить 300 р. В первый час он выполнил $\frac{3}{5}$ всей работы. Сколько денег заплатят ему за первый час работы?

б) Сергей выполнил $\frac{2}{3}$ заказанной ему работы, и ему заплатили 500 р. Сколько ему заплатят за всю работу?

123 а) Запишите все двузначные числа, которые можно составить, используя только цифры 5, 7 и 9. Сколько имеется таких чисел?

б) Запишите все двузначные числа, которые можно составить, используя только цифры 8, 6 и 0. Сколько имеется таких чисел?

124 На рисунке 1.11 изображён план первого этажа дачного дома. Пользуясь данными рисунка, вычислите площадь каждого помещения, расположенного на первом этаже.

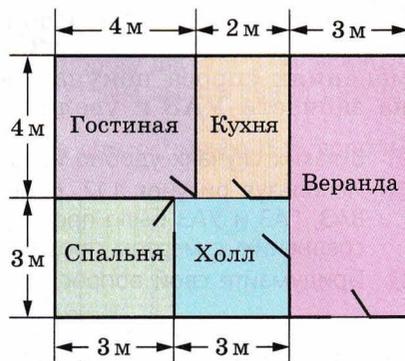


Рис. 1.11

1.6 Столбчатые и круговые диаграммы

Столбчатые диаграммы удобно использовать в тех случаях, когда нужно сравнить полученные данные (например, результаты опроса общественного мнения), показать, как меняется со временем интересующее нас явление (как говорят иначе — показать тенденцию), и т. д.

Пример 1. Автосалон ведёт учёт объёма продаж запчастей для автомобилей ВАЗ, ГАЗ и УАЗ. Данные о продаже запчастей для автомобилей каждого из этих заводов за первые четыре месяца года представили на диаграммах, которые для наглядности объединили в одну (рис. 1.12).

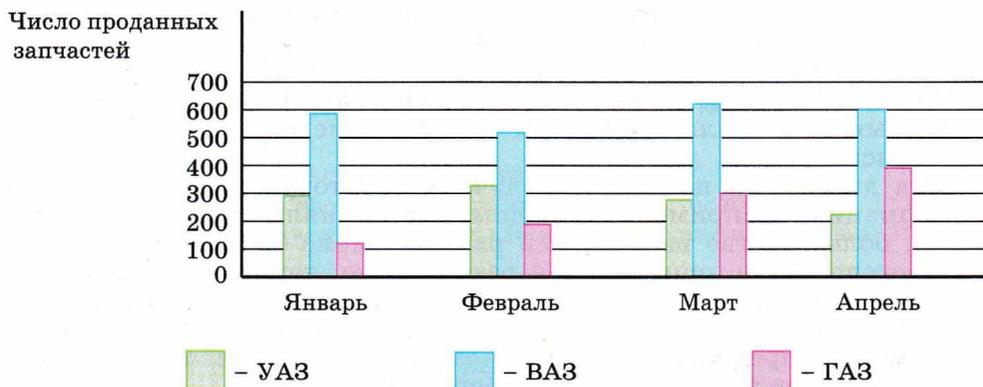


Рис. 1.12

Из диаграммы ясно, что самыми большими ежемесячно были продажи запчастей для автомобилей ВАЗ, причём спрос на них оставался примерно одинаковым. Постоянно рос спрос на запчасти

для автомобилей ГАЗ. Начиная с марта стал падать спрос на запчасти для автомобилей УАЗ. Учитывая выявленные тенденции в изменениях спроса покупателей, автосалон должен уменьшить заказ на запчасти УАЗ и увеличить заказ на запчасти ГАЗ.

- В каких случаях удобно использовать столбчатые диаграммы?
- Используя рисунок 1.12, определите: а) сколько запчастей для автомобилей ВАЗ, ГАЗ и УАЗ было продано в январе; б) на сколько выросли в апреле по сравнению с мартом продажи запчастей ГАЗ.
- Придумайте свой вопрос по диаграмме на рисунке 1.12.

Круговые диаграммы удобно использовать в тех случаях, когда нужно представить соотношение между частями целого.

Пример 2. На круговой диаграмме показаны результаты выборов в городскую думу в одном из районов города. Голосовали за двух кандидатов в депутаты — А и Б (рис. 1.13).

Круг изображает всех избирателей района, внесённых в списки для голосования, т. е. 100 % избирателей. Их голоса распределились следующим образом. За кандидата А проголосовало 52 % избирателей, поэтому на диаграмме эта часть составляет чуть больше половины круга. За кандидата Б проголосовало 12 % избирателей, соответствующая часть диаграммы составляет примерно восьмую часть круга. Не участвовал в выборах 31 % избирателей, на диаграмме им отведено около трети круга. И наконец, оставшаяся часть, 5 % избирателей, подала бюллетени, которые были признаны недействительными (они были заполнены не по форме или каким-либо образом испорчены).

Эта диаграмма позволяет получить некоторую дополнительную информацию. Например, мы видим, что приняли участие в голосовании большинство избирателей района (около 70 %). За победителя проголосовало примерно в 4 раза больше, чем за проигравшего. Почти все избиратели, которые пришли на выборы, проголосовали за одного из двух претендентов, и только по поводу 5 % голосовавших можно предположительно сказать, что они не определились с выбором или же были против обоих кандидатов.



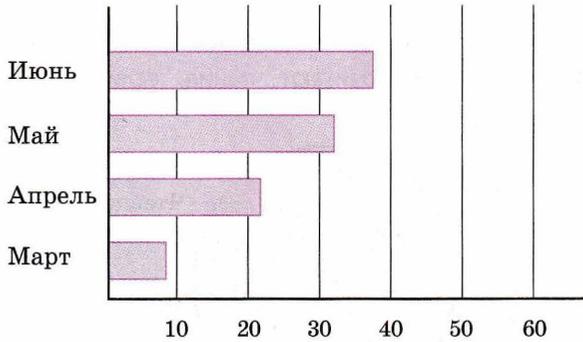
■ Рис. 1.13

- В каких случаях обычно используют круговые диаграммы?
- Используя диаграмму на рисунке 1.13, определите: а) за кого из кандидатов было подано больше голосов и на сколько процентов; б) сколько процентов избирателей не проголосовало ни за одного из кандидатов.

A

125 Бригада строителей проложила асфальтовую дорогу длиной 9 км за четыре месяца. На диаграмме (рис. 1.14) показан объём выполненной работы по месяцам.

а) В какие месяцы было проложено более 25 % дороги? менее 15 % дороги?



Объём выполненной работы, %

Рис. 1.14

б) Какая часть дороги была проложена в марте? в апреле? в мае? за два последних месяца?

в) Сколько метров дороги было проложено в марте? в апреле? в июне?

126 На диаграмме (рис. 1.15) показано соотношение суши и Мирового океана на поверхности Земли.

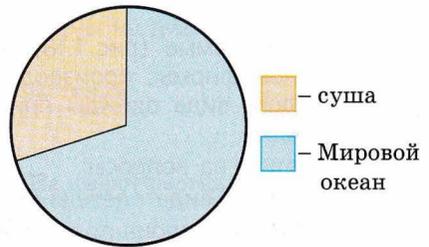


Рис. 1.15

Сколько примерно процентов поверхности Земли занимает Мировой океан? суша?

Как вы думаете, почему Землю называют голубой планетой?

127 Среди деревьев парка берёзы составляли 55 %, осины – 15 %, остальные деревья были других пород. На какой из диаграмм изображены эти данные (рис. 1.16)?

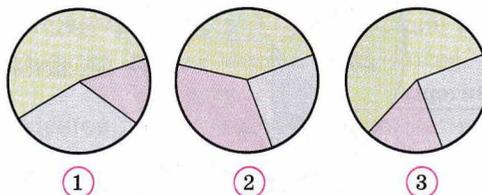
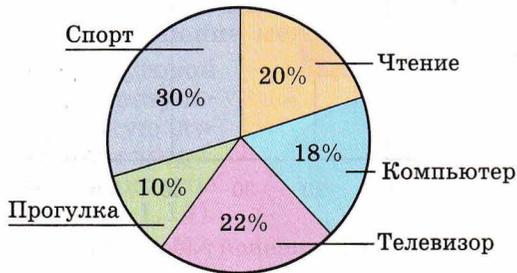


Рис. 1.16

128 На диаграмме (рис. 1.17) представлены результаты опроса шестиклассников десяти школ города о том, какие виды досуга они предпочитают. Учащиеся должны были указать одно из следующих занятий – чтение, занятия с компьютером, просмотр телепередач, занятия спортом, прогулка на свежем воздухе.

- Какое занятие предпочитают шестиклассники больше всего? меньше всего?
- Сколько процентов учащихся предпочитают активный отдых?
- Сколько человек предпочитают чтение, если всего было опрошено 300 учащихся?



■ Рис. 1.17

129 На диаграмме (рис. 1.18) представлены данные о продукции международной фирмы, производящей тёплую одежду из овечьей шерсти. Для каждого вида одежды приведён процент от общего числа выпускаемых изделий.

Ответьте на вопросы:

- Какого вида одежды производится больше всего? меньше всего?
- Сколько процентов продукции приходится на верхнюю одежду?
- Сколько процентов всех изделий может предназначаться мужчинам? женщинам?
- Сколько всего единиц продукции было выпущено за месяц, если жакетов было выпущено 3000 штук?



■ Рис. 1.18

Б

130 На диаграмме (рис. 1.19) показано, как распределились мнения учащихся о прочитанной книге. Изобразите схематично эти данные на круговой диаграмме.

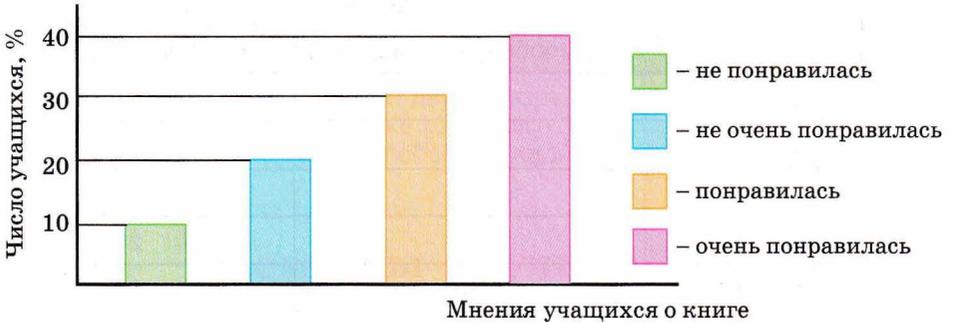


Рис. 1.19

131 Многие люди имеют дома комнатные растения. Аналитический центр провёл опрос, чтобы выяснить, насколько популярно среди жителей страны это увлечение. Результаты опроса представлены на диаграмме (рис. 1.20).

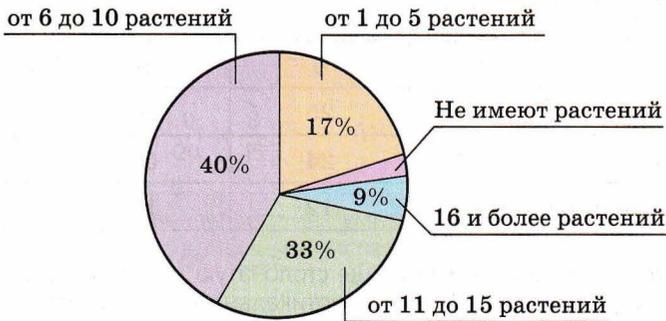


Рис. 1.20

Рассмотрите диаграмму и ответьте на следующие вопросы:

- Сколько процентов людей имеют дома более 10 комнатных растений?
- Сколько процентов людей имеют дома комнатные растения в количестве менее 16?
- Сколько процентов людей не имеют дома комнатных растений?

- 132** Школьники нескольких стран отвечали на вопросы о том, должны ли дети 7 лет обслуживать себя сами и выполнять работу по дому. В таблице приведён процент положительных ответов на каждый из вопросов. Представьте эти данные на столбчатой диаграмме.

Совет. Используйте в качестве образца диаграмму на рисунке 1.12.

Страна	Результаты опроса	
	Самообслуживание, %	Работа по дому, %
Австралия	78	21
Болгария	82	33
Чехия	85	15
Венгрия	73	25
Швеция	65	10
США	80	18

- 133** На станции техобслуживания ведут учёт неисправностей поступающих автомобилей. Данные о поломках за последние три месяца свели в таблицу.

Объект поломки	Месяц		
	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Двигатель	9	9	18
Подвеска	25	26	15
Кузов	24	50	35
Тормозная система	12	15	22

а) Постройте по данным таблицы столбчатую диаграмму, взяв за образец диаграмму на рисунке 1.12. На вертикальной оси возьмите две клеточки для обозначения 10 неисправностей.

б) Изобразите схематично на круговой диаграмме данные о неисправностях автомобилей за ноябрь.

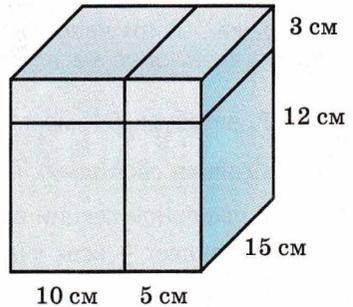
П

- 134** Решите задачу:

В первой школе 500 учащихся, во второй — $\frac{2}{5}$ этого числа, а в третьей — в $1\frac{3}{5}$ раза больше, чем во второй. Сколько учащихся в третьей школе?

135 а) Запишите все двузначные числа, которые можно составить, используя только цифры 3, 5, 7 и 9, так, чтобы цифры в числе не повторялись. Сколько таких чисел имеется?

б) Запишите все двузначные числа, которые можно составить, используя только цифры 8, 6, 4 и 0, так, чтобы цифры в числе не повторялись. Сколько таких чисел имеется?



136 Куб с ребром 15 см рассекли двумя разрезами, как показано на рисунке 1.21. Сколько получилось частей? Найдите объём каждой части.

Рис. 1.21

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю, в чём состоит основное свойство дроби; умею применять его для приведения дробей к новому знаменателю и сокращения дробей.

- а) Приведите дробь $\frac{4}{5}$ к знаменателю 60.
б) Сократите дробь $\frac{42}{78}$.

Умею сравнивать дроби.

- Сравните дроби: а) $\frac{11}{20}$ и $\frac{8}{15}$; б) $\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{11}$; в) $\frac{12}{17}$ и $\frac{7}{4}$.

Знаю правила сложения, вычитания, умножения и деления дробей; умею выполнять вычисления с дробными числами.

- Вычислите:
а) $\frac{5}{9} + \frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{8} - \frac{3}{4}$; в) $\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15}$; г) $\frac{20}{27} : \frac{5}{6}$; д) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.
- Выполните действие:
а) $3\frac{1}{3} + 1\frac{2}{5}$; б) $2\frac{1}{12} - 1\frac{7}{12}$; в) $24 \cdot \frac{3}{8}$; г) $\frac{4}{5} : 20$.
- Найдите значение выражения:
а) $1 - \frac{9}{16} : \frac{3}{8} - \frac{1}{8}$; б) $\left(4 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)$; в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$.

Знаю, как найти часть от числа, выраженную дробью; число по его части; какую часть одно число составляет от другого.

6. В автобусе 54 места. Во время экскурсии было занято $\frac{2}{3}$ всех мест. Сколько свободных мест оказалось в автобусе?
7. В школьной секции вольной борьбы занимаются 18 пятиклассников. Это составляет $\frac{2}{9}$ всех учащихся пятых классов. Сколько в школе пятиклассников?
8. Из полной 20-литровой канистры отлили 12 л бензина. Какая часть бензина осталась в канистре?

Знаю, что такое процент.

9. а) Что называют процентом? Выразите дробью 5 %, 80 %.
б) Выразите в процентах $\frac{75}{100}$ населения города.
в) Что больше – 47 % или $\frac{1}{2}$ жителей города?

Умею решать задачи на проценты.

10. Из 500 человек, участвовавших в конкурсе, дети составили 12 %. Сколько взрослых и сколько детей участвовало в конкурсе?
11. Скорость набора текста у Ивана составляла 80 ударов в минуту. Потренировавшись, он улучшил свой результат на 60 %. Сколько ударов в минуту стал делать Иван?

Умею извлекать информацию из столбчатой и круговой диаграмм, отвечать на вопросы по диаграмме.

12. Пользуясь диаграммой на рисунке 1.12, определите, запчастей какого завода было продано больше в феврале и на сколько больше, чем каждого из других заводов.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Прямые на плоскости и в пространстве

Есть ли в вашей школе параллель шестых классов? Что вы думаете о существовании параллельных миров? Знаете ли вы, что такое параллельные брусья, параллельный слалом или параллельное вращение? И при чём здесь параллельность? Вы сможете разобраться во всём этом сами, познакомившись с параллельными прямыми.

2.1 Пересекающиеся прямые

Вы уже много знаете о прямой. Прямая бесконечна; в отличие, например, от окружности эта линия незамкнутая; через две точки можно провести только одну прямую. Поговорим теперь подробнее о взаимном расположении двух прямых.

На рисунке 2.1 изображены две *пересекающиеся прямые*. Они делят плоскость на четыре угла. У этих углов общая вершина — точка пересечения прямых.

Посмотрите на углы 1 и 3. Для таких углов есть специальное название — их называют *вертикальными*. Точно так же называют углы 2 и 4. Таким образом, при пересечении двух прямых образуются две пары вертикальных углов.

Очевидно, что $\angle 1 = \angle 3$. В самом деле, каждый из этих углов дополняет один и тот же угол ($\angle 2$ и $\angle 4$) до развёрнутого. Точно так же $\angle 2 = \angle 4$.

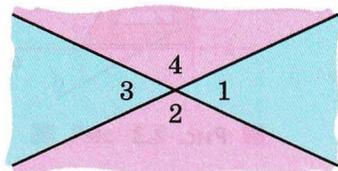


Рис. 2.1

Вертикальные углы равны.

Если одну пару вертикальных углов составляют острые углы, то другую — тупые. Пусть, например, каждый из острых углов равен 30° , тогда каждый из тупых углов равен $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

- Если вам трудно мысленно совместить два вертикальных угла, проделайте это практически, воспользовавшись калькой.
- Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен: а) 40° ; б) 110° ; в) 90° . Назовите остальные углы.

Может оказаться, что все четыре угла, образовавшиеся при пересечении двух прямых, равны между собой, тогда каждый из них равен 90° (рис. 2.2). В этом случае прямые называют **перпендикулярными**. Это название произошло от латинского слова *perpendicularis*, что означает «отвесный». Дело в том, что с давних времён строители для получения прямых углов пользовались отвесами — грузиками на длинной верёвке.

Для обозначения перпендикулярности используют знак \perp , напоминающий отвес. А фразу «прямая a перпендикулярна прямой b » записывают так: $a \perp b$.

Перпендикулярные прямые можно начертить и с помощью угольника, и с помощью транспортира (рис. 2.3). И совсем просто начертить их на клетчатой бумаге.

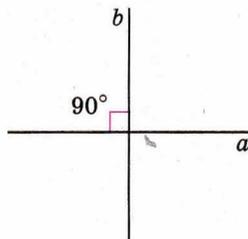


Рис. 2.2

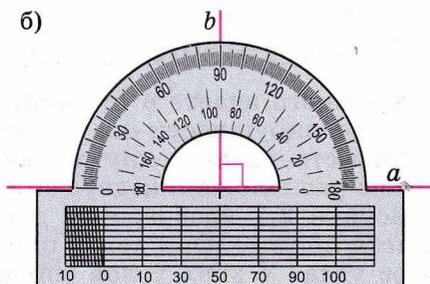
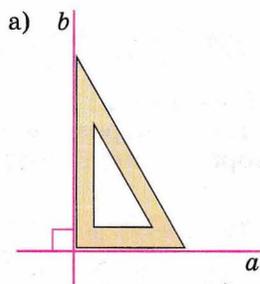


Рис. 2.3

А какую прямую называют перпендикулярной плоскости? Возьмите карандаш и поставьте его в некоторой точке сначала наклонно, а потом вертикально. Наклонных положений сколько угодно, а вертикальных только одно. Будем считать карандаш моделью прямой, а стол моделью плоскости. Именно в таком особом случае математики говорят, что прямая перпендикулярна плоскости.

Перпендикуляр к плоскости играет важную роль в окружающей нас действительности. Так, космическая ракета, стоящая на старте, должна располагаться на стартовой площадке вертикально для обеспечения максимальных энергетических возможностей: чтобы вывести на орбиту как можно большую полезную массу. Возможно, вы слышали о «падающей»



Космический корабль на стартовой площадке

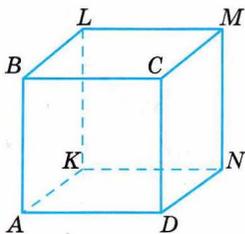


Рис. 2.4

Пизанской башне: она стоит наклонно к поверхности земли, поэтому существует угроза её падения.

Прямые, перпендикулярные плоскости, можно найти и в окружающей обстановке, и на геометрических моделях. Посмотрите на куб, изображённый на рисунке 2.4: ребро AB перпендикулярно грани $AKND$.



Пизанская башня (Италия, 1360 г.)

- Приведите примеры перпендикулярных прямых, которые встречаются в окружающем мире.
- Укажите прямые, перпендикулярные плоскости пола.
- Сделайте отвес и проверьте с его помощью перпендикулярность полу стен и двери класса.
- Назовите рёбра куба, перпендикулярные: а) ребру AB ; б) грани $CMND$ (см. рис. 2.4).

А

137 На рисунке 2.5 изображены две пересекающиеся прямые a и b . Найдите величины трёх других углов, если: а) $\angle 1 = 29^\circ$; б) $\angle 4 = 137^\circ$.

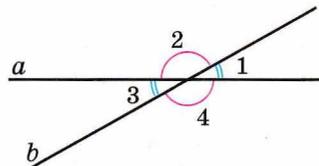


Рис. 2.5

138 РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ На каком из рисунков изображены перпендикулярные прямые (рис. 2.6)? Запишите факт перпендикулярности прямых, используя знак \perp .

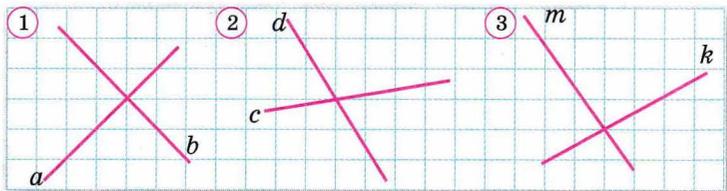
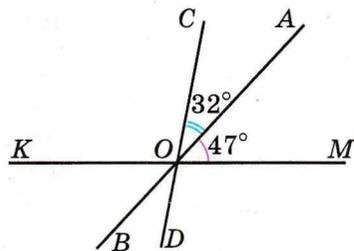


Рис. 2.6

- 139** С помощью транспортира постройте две прямые, угол между которыми равен: а) 25° ; б) 70° ; в) 90° .
- 140** Начертите на нелинованной бумаге без помощи транспортира две прямые, пересекающиеся под углом: а) 45° ; б) 60° . Проверьте себя, выполнив измерения.
- 141** На листе нелинованной бумаги проведите прямую k . Отметьте точку C так, чтобы она лежала на прямой k , и точку A так, чтобы она не лежала на этой прямой. С помощью угольника через каждую из этих точек проведите прямую, перпендикулярную прямой k .

142 **Верно или неверно** ■ Прямые AB , CD и KM пересекаются в точке O (рис. 2.7), причём $\angle AOM = 47^\circ$ и $\angle AOC = 32^\circ$. Верно ли утверждение:

- 1) $\angle BOD = \angle COA = 32^\circ$;
- 2) $\angle KOB = \angle BOD = 32^\circ$;
- 3) $\angle COM = \angle COA + \angle AOM = 32^\circ + 47^\circ = 79^\circ$;
- 4) $\angle COK = 180^\circ - \angle COM = 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ$



■ Рис. 2.7

Б

143 **Рассуждаем** ■ Сумма трёх углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 254° . Найдите величину каждого угла.

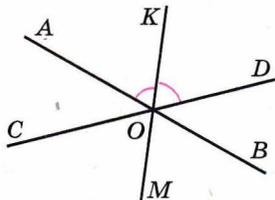
144 **Экспериментируем** ■ На листе нелинованной бумаги проведите прямую k и отметьте точку C так, чтобы она: а) лежала на прямой k ; б) не лежала на прямой k . Перегибая лист бумаги, постройте прямую, перпендикулярную прямой k и проходящую через точку C .

145 **Анализируем и рассуждаем** ■ Начертите на листе нелинованной бумаги две пересекающиеся прямые AB и CD . Точку пересечения прямых обозначьте буквой O . Постройте с помощью транспортира луч OK – биссектрису угла AOD . Проведите луч OM , дополняющий луч OK до прямой (рис. 2.8). Верно ли, что луч OM – биссектриса угла COB ? Обоснуйте свой ответ.

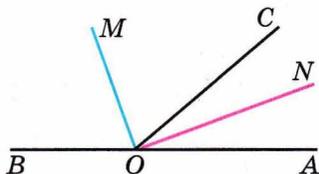
146 **Исследуем** ■ 1) Рассмотрите рисунок 2.9: углы BOC и COA составляют развёрнутый угол, луч OM – биссектриса угла COB , луч ON – биссектриса угла AOC . Пусть $\angle AOC = 40^\circ$. Чему равен угол между биссектрисами?

2) Решите эту же задачу при условии, что $\angle AOC$ равен 60° ; 82° .

3) Какое можно выдвинуть предположение на основе решения этих задач? Попробуйте обосновать свой вывод.



■ Рис. 2.8



■ Рис. 2.9

П

147 Выполните действия:

а) $3\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$;

б) $4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{5}$;

в) $12 \cdot \frac{5}{18}$;

г) $6 : 1\frac{1}{5}$.

- 148 Стадион вмещает 20 тыс. зрителей. На футбольный матч продано 3 тыс. билетов. Какая часть билетов продана? Выразите ответ в процентах.
- 149 Ванна школьного бассейна имеет форму параллелепипеда, его длина 25 м, ширина 16 м, глубина 3 м. Вычислите объём ванны бассейна.

2.2 Параллельные прямые

Любые две прямые на плоскости или пересекаются, или не пересекаются. Случай, когда прямые пересекаются, мы уже рассмотрели в предыдущем пункте. А что, если прямые не пересекаются?

Если прямые не пересекаются, то их называют **параллельными** (рис. 2.10). Название это происходит от греческого слова, означающего «рядом идущие».

Построим несколько параллельных прямых и проведём прямую, их пересекающую (рис. 2.11). Эта прямая пересечёт каждую из параллельных прямых под одним и тем же углом: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

Это очень важное свойство, характеризующее параллельные прямые. На нём, в частности, основан способ их построения с помощью угольника и линейки.

Пусть дана некоторая прямая m (рис. 2.12, а) и требуется начертить прямую, ей параллельную. Для этого:

- одну сторону угольника расположим вдоль прямой m (рис. 2.12, б);
- положение угольника зафиксируем линейкой (рис. 2.12, в);
- передвинем угольник вдоль линейки и проведём новую прямую (рис. 2.12, г).

Построенная прямая параллельна данной.

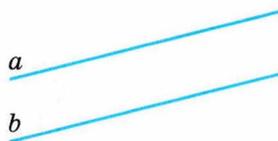


Рис. 2.10

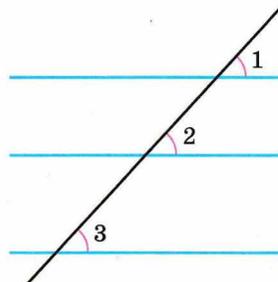


Рис. 2.11

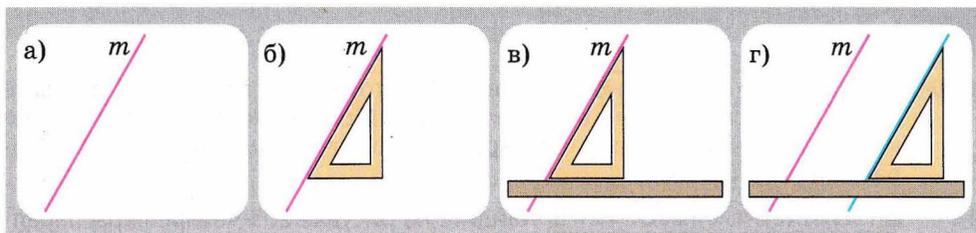


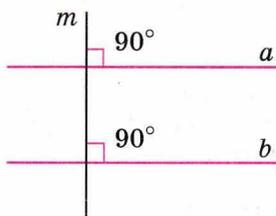
Рис. 2.12

На рисунке 2.13 построены две прямые a и b , перпендикулярные одной и той же прямой m . Прямые a и b параллельны.

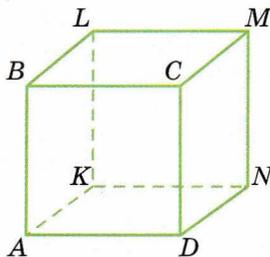
Если прямые перпендикулярны одной и той же прямой, то они параллельны.

Для обозначения параллельности двух прямых древнегреческие математики использовали знак « \Rightarrow ». Однако когда в XVIII в. этот знак стали использовать как знак равенства, параллельность стали обозначать с помощью знака \parallel . Если прямые a и b параллельны, то мы будем записывать это так: $a \parallel b$.

На плоскости две прямые либо пересекаются, либо параллельны. А в пространстве возможен ещё один случай взаимного расположения прямых.



■ Рис. 2.13



■ Рис. 2.14

Посмотрите на куб, изображённый на рисунке 2.14. Рёбра AB и LM не параллельны, хотя прямые, которым они принадлежат, не пересекаются. Такие прямые называют *скрещивающимися*. Обратите внимание: эти прямые лежат в разных плоскостях.

- Приведите примеры параллельных и скрещивающихся прямых, встречающихся в окружающем мире.
- Сколько прямых, параллельных прямой m , можно провести (см. рис. 2.12)?
- По рисунку 2.14 назовите рёбра куба: а) параллельные ребру AB ; б) перпендикулярные ребру BC ; в) скрещивающиеся с ребром AD .

А

- 150** ■ **ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ** ■ Рассмотрите фото парусного судна и опишите взаимное расположение его мачт и рей. (Если значения этих слов вам неизвестны, найдите их в словаре.) Что означает выражение «идти параллельным курсом»?
- 151** ■ **РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ** ■ Найдите на рисунке 2.15 четыре пары параллельных прямых. Выпишите их, используя знак \parallel . Назовите пары прямых, которые пересекают прямую a под одним и тем же углом.

152 У каких четырёхугольников есть параллельные стороны (рис. 2.16)? Назовите пары параллельных сторон.

153 Начертите в тетради по линиям сетки:

а) две параллельные прямые a и b и прямую c , перпендикулярную прямой a ;

б) прямую a и прямые b и c , ей перпендикулярные.

В каждом случае охарактеризуйте взаимное расположение прямых c и b .

154 **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** а) Проведите произвольную прямую b . С помощью линейки и угольника постройте несколько прямых, параллельных прямой b .

б) Проведите произвольную прямую b и отметьте точку K , не лежащую на этой прямой. Через точку K проведите прямую, параллельную прямой b .

155 Какие рёбра пирамиды, изображённой на рисунке 2.17, принадлежат скрещивающимся прямым? Назовите все пары рёбер.



Бригантина

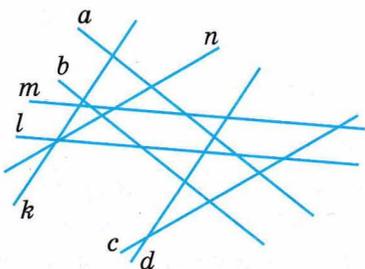


Рис. 2.15

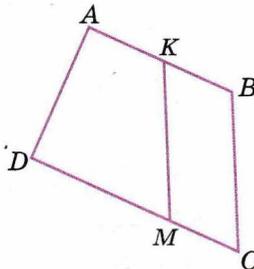


Рис. 2.16

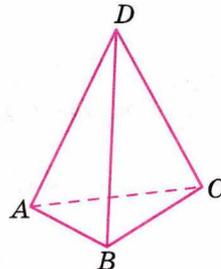


Рис. 2.17

Б

156 Постройте какой-нибудь четырёхугольник $ABCD$, у которого: а) $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$; б) $AB \parallel CD$ и $BC \nparallel AD$; в) $AB \parallel CD$, $AB \perp CD$ и $BC \nparallel AD$. (Символ \nparallel означает, что прямые не параллельны.)

157 **ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО** Прямые a и b параллельны, $\angle 1 = 45^\circ$ (рис. 2.18). Верно ли, что:

- 1) $\angle 2 = \angle 1 = 45^\circ$;
- 2) $\angle 5 = \angle 1 = 45^\circ$;
- 3) $\angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 135^\circ$?

Назовите величины углов, обозначенных цифрами 6, 7 и 8.

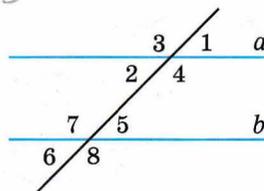


Рис. 2.18

- 158** На рёбрах куба взяты точки O и P (рис. 2.19). Пересекает ли прямая OP прямые AD , ML , AB , DN , BM ?

Указание. Воспользуйтесь моделью куба; в качестве прямых можно использовать, например, карандаши, вязальные спицы и т. д.

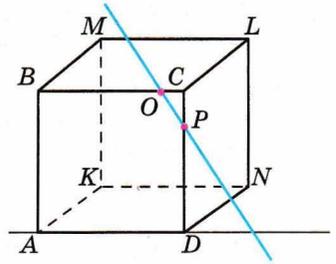


Рис. 2.19

- 159** **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** На рисунке 2.20, а–в показан способ построения прямой, параллельной данной, с помощью одного угольника. На каком свойстве параллельных прямых основан этот способ? Начертите какую-нибудь прямую и постройте с помощью угольника прямую, ей параллельную.

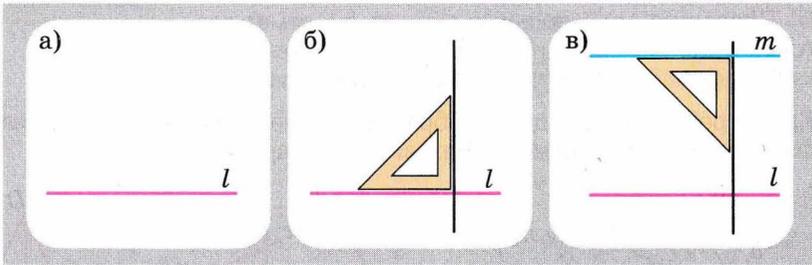


Рис. 2.20

- 160** **ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ** На листе нелинованной бумаги проведите прямую. Перегибая лист, постройте прямую, ей параллельную.
- 161** **ИССЛЕДУЕМ** 1) Изобразите все случаи взаимного расположения трёх прямых на плоскости (случаев всего 4). Какое наибольшее число точек пересечения могут иметь три прямые?
2) На плоскости проведены четыре прямые и отмечены точки, в которых эти прямые попарно пересекаются. Какое наибольшее число таких точек могло получиться?

П

- 162** Найдите значение выражения: а) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{15} : \frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{12} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$.
- 163** После пересадки цветочной рассады 15% растений погибает. Пересадили 220 растений. Сколько растений приживётся?
- 164** Мебельный гарнитур, который стоил 24 тыс. р., на распродаже продали на 20% дешевле. По какой цене продали гарнитур?
- 165** Назовите какие-нибудь две дроби, заключённые между числами $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$.

2.3 Расстояние

Вам, конечно, не раз приходилось слышать и употреблять слово «расстояние». Что же такое расстояние? Самый простой случай — *расстояние между двумя точками*.

Отметим две точки A и B . Существует бесконечно много линий на плоскости, двигаясь по которым можно из точки A попасть в точку B . Некоторые из них изображены на рисунке 2.21. Самый короткий путь из точки A в точку B — отрезок AB . Его длина и есть расстояние между точками A и B .

Но в геометрии говорят о расстоянии и в других, более сложных случаях, например: расстояние от точки до некоторой фигуры (прямой, окружности), расстояние между двумя параллельными прямыми и т. д. При этом расстоянии — это всегда длина кратчайшего пути.

На плане, изображённом на рисунке 2.22, вы видите дом лесника. Как проложить кратчайший путь от дома лесника до водоёма? Будем проводить окружности с центром в точке O , увеличивая их радиусы, пока одна из них не достигнет водоёма. В результате найдём точку водоёма, ближайшую к дому лесника. На плане это точка M . Длина отрезка OM и есть расстояние от дома лесника до водоёма.

Пусть теперь нужно найти расстояние от дома до шоссе, которое проходит здесь строго по прямой. Продолжим проводить окружности с центром в точке O , пока очередная окружность не достигнет шоссе. Проведём отрезок OA , он короче любого другого отрезка, соединяющего точку O с шоссе. Обратите внимание: отрезок OA перпендикулярен прямой линии шоссе.

Таким образом, *расстояние от точки до прямой* измеряется по перпендикуляру, проведённому из точки к этой прямой.

Отметим точку A и проведём прямую l (рис. 2.23, а). Чтобы найти расстояние от точки A до прямой l , проведём через точку A прямую, перпендикулярную l , и обозначим точку их пересечения буквой K (рис. 2.23, б). Длина отрезка AK и есть расстояние от точки A до прямой l . Легко видеть, что этот отрезок короче любого другого отрезка, соединяющего точку A с этой прямой (рис. 2.23, в).

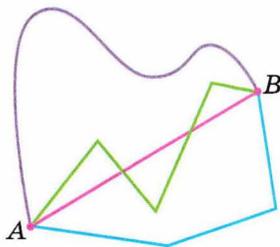


Рис. 2.21



Рис. 2.22

■ Чему равно на плане (см. рис. 2.22) расстояние от дома лесника до водоёма? до шоссе?

- Найдите расстояние от точки A до прямой l (рис. 2.23).

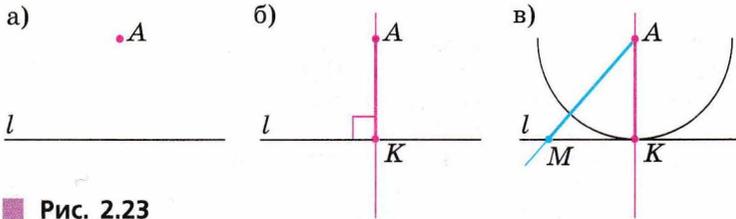


Рис. 2.23

А что имеют в виду, когда говорят о *расстоянии между параллельными прямыми*?

На рисунке 2.24 проведены параллельные прямые a и b и прямая c — их общий перпендикуляр. В каком бы месте ни провести перпендикуляр c , длина отрезка MN будет одной и той же. Длину этого отрезка и называют расстоянием между параллельными прямыми.

Рельсы на прямолинейном участке железнодорожного пути должны оставаться параллельными: расстояние между ними не может уменьшаться или увеличиваться. Поэтому их крепят к шпалам на одном и том же расстоянии друг от друга. Это расстояние называют шириной колеи.

Расстояние от точки до плоскости тоже измеряется по перпендикуляру.

- Чему равно расстояние между прямыми a и b (см. рис. 2.24)?
- Расскажите, как измерить расстояние между двумя параллельными прямыми.
- Найдите расстояние от угла вашего письменного стола до пола.

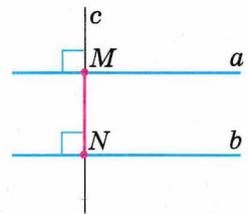
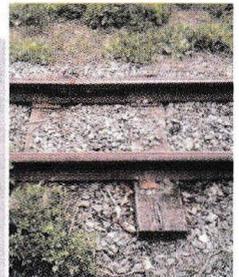


Рис. 2.24



Железнодорожные рельсы

A

- 166** Проведите в тетради прямую не по линиям сетки. Отметьте две точки, взяв их по разные стороны от прямой. Найдите расстояние от каждой из этих точек до прямой. Введите необходимые обозначения и запишите ответ.
- 167** **Действуем по алгоритму** Найдите расстояние от точки A до прямой a и до прямой b (рис. 2.25, $a-b$).
- 168** **Ищем информацию** Ширина железнодорожной колеи — расстояние между рельсами — в России и в Европе не одна и та же. Найдите в справочной литературе эти значения. Чему равна длина оси римской колесницы и длина оси английской конки? Как они связаны с шириной европейской колеи?

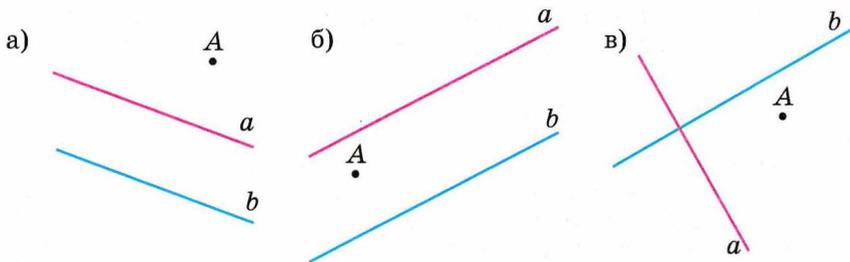


Рис. 2.25

169 Начертите какую-нибудь прямую AB . Постройте несколько точек, находящихся от прямой AB на расстоянии 2 см. Где расположены все такие точки?

170 На рисунке 2.26 изображены три параллельные прямые. Найдите расстояние между каждой парой прямых.

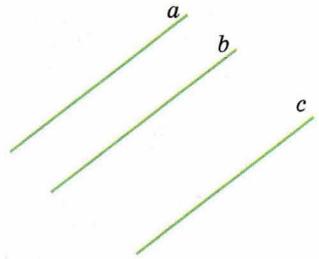


Рис. 2.26

171 **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** а) Начертите с помощью линейки и угольника две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 4 см.

б) Начертите четыре параллельные прямые, увеличивая расстояние между двумя соседними прямыми на 5 мм.

172 а) Расстояние между параллельными прямыми m и n равно 5 см. Точка A находится на расстоянии 3 см от прямой m . Определите расстояние от точки A до прямой n . Сколько решений имеет задача?

б) Точка A расположена на расстоянии 3 см от одной из двух параллельных прямых и на расстоянии 5 см от другой прямой. Чему равно расстояние между параллельными прямыми?

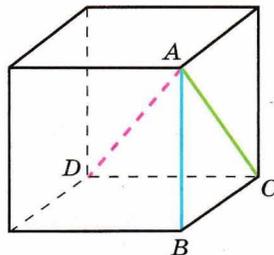
173 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** Оптимальное расстояние, на котором следует находиться при просмотре телевизора, зависит от размера его экрана. В таблице дано примерное соотношение размера экрана и расстояния до него.

Расстояние, м	Диагональ телевизора, см
$1 \frac{1}{2}$ —2	37—43
2—3	54—63
3—4	72—81
4—5	87—94
5—7	107—140
7—10	155—201

На каком расстоянии от экрана вы обычно смотрите телевизор? Используя данные из таблицы, проверьте, является ли оно оптимальным.

Б

174 ■ **Анализируем** ■ Какой из отрезков самый длинный: ребро куба AB , диагональ грани AC или диагональ куба AD (рис. 2.27)? Какой из этих отрезков самый короткий?



■ Рис. 2.27

175 Сделайте рисунок и ответьте на вопрос. По одну сторону от прямой l расположены точки A , B , C и D . Расстояния от этих точек до прямой соответственно равны 4 см 3 мм, 4 см 1 мм, 3 см 9 мм и 4 см 6 мм. Через точку A проведена прямая, параллельная l . Какие из отрезков BC , CD и DB эта прямая пересекает, а какие нет?

176 Постройте четыре точки A , B , C и D по следующему условию: точки C и D лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки A и B , $AB = 8$ см, $AC = 4$ см, $CB = 8$ см, $AD = 6$ см, $DB = 4$ см. Чему равно расстояние между точками C и D ?

177 ■ **Исследуем** ■ 1) На отрезке AB , длина которого равна 6 см, отмечена точка C так, что $AC = 2$ см. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и CB .

Решите эту же задачу, если $AB = 10$ см и $AC = 6$ см.

2) На отрезке AB , длина которого равна 8 см, точка C отмечена произвольным образом. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и CB .

3) Изменится ли ответ, если в условии будет сказано, что точка C отмечена на прямой AB , но не на отрезке AB ?

П

178 Вычислите:

$$\text{а) } \left(3 - \frac{3}{7} \right) : \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{4} \right); \quad \text{б) } \frac{\frac{2}{9} + \frac{2}{15}}{1\frac{1}{9} - \frac{2}{3}}.$$

179 В коктейле из трёх видов сока $\frac{1}{2}$ части составляет яблочный сок, $\frac{1}{3}$ части — вишнёвый и $\frac{1}{6}$ части — лимонный. Взяли 300 мл яблочного сока. Сколько миллилитров вишнёвого и сколько лимонного сока надо взять для такого коктейля?

180 Стоимость взрослого билета на каток в будни составляет 100 р., а в выходные — на 100 % больше. Сколько стоит билет в выходные дни?

- 181 В салоне продают автомобили четырёх марок. Данные о числе автомобилей каждой марки, проданных за три месяца, представлены в таблице.

Марка автомобиля	Продано автомобилей			Всего продано
	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	
<i>A</i>	15	16	18	
<i>B</i>	19	13	12	
<i>C</i>	4	8	7	
<i>D</i>	5	1	3	

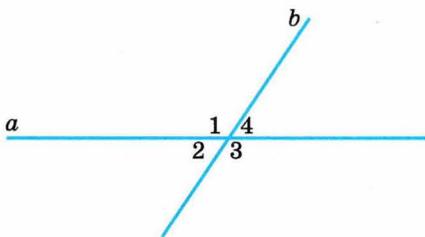
- а) Подсчитайте общее число автомобилей каждой марки, проданных за три месяца, и заполните таблицу.
 б) Изобразите схематично на круговой диаграмме данные о продаже автомобилей за три месяца.

Чему вы научились

Обязательные умения

Умею чертить две пересекающиеся прямые, находить образуемые ими углы, строить перпендикулярные прямые.

1. Начертите прямые a и b , если один из углов, образовавшихся при их пересечении, равен 60° .
2. Один из углов, образовавшихся при пересечении прямых a и b , равен 55° . Найдите и запишите величины углов, обозначенных цифрами.
3. Постройте две перпендикулярные прямые, обозначьте их и запишите факт перпендикулярности, используя соответствующие символы.



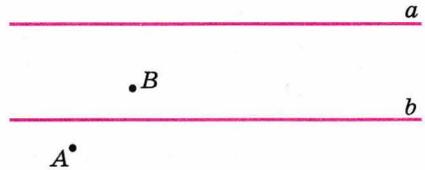
4. Проведите прямую a и отметьте точку K , не лежащую на этой прямой. С помощью линейки и угольника проведите через точку K прямую b , перпендикулярную прямой a .

Умею проводить параллельные прямые.

5. Проведите прямую a и отметьте точку K , не лежащую на этой прямой. С помощью линейки и угольника проведите через точку K прямую b , параллельную прямой a .

Умею находить расстояние между двумя точками; от точки до прямой; между двумя параллельными прямыми.

6. Чему равно расстояние:
- от точки A до точки B ;
 - от точки A до прямой b ;
 - между прямыми a и b ?



7. Начертите две прямые, расстояние между которыми равно 25 мм.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Десятичные дроби

Вы уже неоднократно встречались с дробями и могли убедиться, что выполнять действия с ними труднее, чем с натуральными числами. Это обусловлено тем, что для записи каждой дроби используют два натуральных числа. Но есть дроби, действовать с которыми почти так же просто, как и с натуральными числами. Это дроби, у которых знаменателем служит степень числа 10. Математики придумали для таких дробей удобный способ записи, похожий на способ записи натуральных чисел. В этой главе вы узнаете, как принято записывать такие дроби и какие преимущества это даёт.

3.1 Десятичная запись дробей

Для записи натуральных чисел мы применяем нумерацию, которую называют *десятичной*. В её основе число 10: единица каждого разряда в 10 раз больше единицы предыдущего разряда. Это правило действует по отношению ко всем разрядам, кроме самого младшего — разряда единиц.

Удобство десятичной нумерации подсказало математикам идею распространить её на дроби со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д. Для этого в записи таких дробей стали использовать новые разряды, располагая их правее разряда единиц. В них указывают количество *долей единицы* — десятых, сотых, тысячных и т. д.

Какое число в 10 раз меньше, чем 1? Понятно, что это $\frac{1}{10}$. По этому первым справа от разряда единиц помещают **разряд десятых**. А чтобы показать, где целая часть числа заканчивается, после неё ставят запятую. Например, вместо $5\frac{3}{10}$ пишут 5,3. Читается запись 5,3 так же, как и $5\frac{3}{10}$: пять целых три десятых.

Единица второго разряда справа от запятой должна быть в 10 раз меньше, чем $\frac{1}{10}$. Так как $\frac{1}{10} : 10 = \frac{1}{100}$, то этой единицей служит $\frac{1}{100}$. Второй разряд так и называется — **разряд сотых**. Например, вместо $4\frac{7}{100}$ пишут 4,07 (читается: четыре целых семь сотых).

Третьим справа идёт разряд тысячных, четвёртым — разряд десятитысячных и т. д. (рис. 3.1).



■ Рис. 3.1

Разрядные единицы

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \dots$$

записываются так:

$$0,1, 0,01, 0,001, 0,0001, \dots$$

Их читают с употреблением слов «0 целых»: 0 целых 1 десятая, 0 целых 1 сотая, 0 целых 1 тысячная, 0 целых 1 десятитысячная и т. д.

Такие записи, как 5,3, 4,07, 0,001, называют **десятичными дробями**; цифры, стоящие в десятичной дроби после запятой, называют **десятичными знаками**. Для противопоставления дроби, записанные с помощью дробной черты, называют **обыкновенными дробями**.

Возьмём какую-нибудь десятичную дробь, например 7,35. Как узнать, что означает эта запись? Как её прочитать?

Из записи 7,35 понятно, что в этой десятичной дроби содержится 7 единиц, 3 десятых и 5 сотых. Представим её в виде суммы разрядных слагаемых и выполним сложение:

$$7,35 = 7 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} = 7 + \frac{30}{100} + \frac{5}{100} = 7 + \frac{35}{100} = 7 \frac{35}{100}.$$

Значит, 7,35 — это десятичная запись числа $7 \frac{35}{100}$. Читается десятичная дробь 7,35 так же, как и смешанная дробь $7 \frac{35}{100}$: 7 целых 35 сотых.

При чтении десятичной дроби сначала называют её часть, стоящую перед запятой, и добавляют слово «целых», затем называют часть, стоящую после запятой, и добавляют название последнего разряда.

Например, в десятичной дроби 6,8105 последний разряд — это десятитысячные. Поэтому читают её так: 6 целых 8105 десятитысячных.

- Рассмотрите десятичную дробь 93,10897 и ответьте на вопросы:
 - 1) Какие разряды она содержит?
 - 2) Какая цифра записана в разряде десятков и какая – в разряде десятых?
 - 3) В каком разряде стоит цифра 0? цифра 8?
 - 4) В каких разрядах содержится одинаковое количество единиц?
- На примере числа 65,249 расскажите, как читают десятичные дроби.
- Представьте десятичную дробь 0,49 в виде суммы разрядных слагаемых и, выполнив сложение, получите соответствующую обыкновенную дробь.

Теперь для некоторых дробных чисел у вас есть два способа записи — в виде обыкновенных дробей и в виде десятичных, и нужно уметь переходить от одной формы записи к другой. А чтобы не ошибаться, следует помнить правило:

В десятичной дроби после запятой столько же цифр, сколько нулей в знаменателе соответствующей ей обыкновенной дроби.

Пример 1. Запишем десятичную дробь 0,259 в виде обыкновенной дроби.

Это сделать очень легко. Можно просто прочитать данную дробь без слов «0 целых» и записать её со знаменателем:

$$0,259 = \frac{259}{1000}.$$

3 цифры
3 нуля

Пример 2. Запишем обыкновенную дробь $\frac{45}{10000}$ в виде десятичной дроби.

В знаменателе дроби 4 нуля, значит, в соответствующей десятичной дроби должно быть 4 цифры после запятой. Но в числителе дроби $\frac{45}{10000}$ только две цифры. Поэтому уравнием число цифр

в числителе и число нулей в знаменателе, приписав к числителю слева вспомогательные нули. Получим

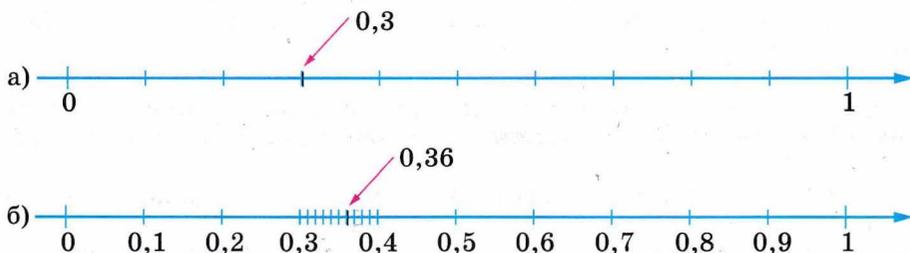
$$\frac{45}{10000} = \frac{0045}{10000} = 0,0045.$$

- Даны равенства: $0,012 = \frac{12}{100}$ и $0,012 = \frac{12}{1000}$. Какое из них верно, а какое нет?
- На примере числа $\frac{37}{1000}$ объясните, как обыкновенную дробь записывают в виде десятичной.
- Сколько цифр после запятой должна содержать десятичная дробь, если знаменатель соответствующей ей обыкновенной дроби равен 10 000? Приведите пример.

Десятичные дроби, так же как и обыкновенные, изображают точками на координатной прямой.

Пусть нужно построить точку, соответствующую числу $0,3$. Для этого отрезок между точками 0 и 1 делят на 10 равных частей и отсчитывают 3 такие части (рис. 3.2, а).

Если нужно построить точку, соответствующую, например, десятичной дроби $0,36$, то делят на 10 равных частей десятую долю единичного отрезка, которая следует за точкой с координатой $0,3$. Получают сотые доли единичного отрезка. Отсчитав от точки $0,3$ шесть сотых долей, отмечают точку с координатой $0,36$ (рис. 3.2, б).



■ Рис. 3.2

■ Начертите в тетради координатную прямую (за единичный отрезок примите 10 клеток). Отметьте на ней числа: $0,1$; $0,3$; $0,7$; $1,2$; $1,4$; $1,5$.

Изобретение десятичных дробей является одним из величайших достижений человеческой культуры. Однако прошли века, прежде чем десятичные дроби стали широко использоваться при вычислениях и приобрели современный вид. Нидерландский математик и инженер Симон Стевин (XVI в.), с именем которого связывают открытие десятичных дробей в Европе, десятичную дробь $35,912$ записывал так:

35 ① 9 ① 1 ② 2 ③.

Позднее такую десятичную дробь стали записывать проще: $35^{\circ} 912$.

Теперь же вместо кружка, отделяющего целую часть от дробной, мы пишем внизу запятую. Но в некоторых странах, например в Англии, США, вместо запятой ставят точку. Заметим, что в вычислительных машинах всегда используется точка вместо запятой.

A

182 Прочитайте десятичные дроби:

а) $0,2$; $0,03$; $0,004$;

в) $0,025$; $4,308$;

д) $7,004$; $0,0025$;

б) $6,2$; $0,14$; $9,716$;

г) $6,007$; $1,2018$;

е) $10,001$; $0,02008$.

189 Какие числа отмечены точками на координатной прямой (рис. 3.5 а, б)?

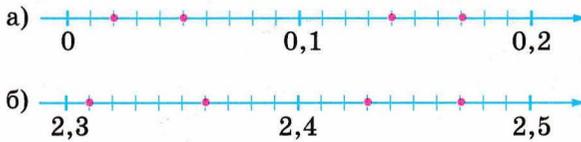


Рис. 3.5

Б

190 Запишите сумму в виде десятичной дроби:

а) $3 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$;

г) $\frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000}$;

б) $40 + \frac{4}{10}$;

д) $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{10\,000}$;

в) $20 + \frac{3}{10} + \frac{1}{1000}$;

е) $\frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{6}{100\,000}$.

191 **Рассуждаем** а) На XIX зимних Олимпийских играх российская спортсменка С. Журова пробежала на коньках дистанцию 500 м за 37,55 с. Какой результат показала другая спортсменка, которая улучшила это время на одну сотую секунды? на две десятых секунды?

б) На XVII зимних Олимпийских играх первое место в беге на коньках на 500 м занял А. Голубев (Россия). Он пробежал дистанцию за 36,33 с. Спортсмен из Японии, занявший третье место, имел результат на две десятых секунды хуже. Какой результат показал японский спортсмен?

192 Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок восемь клеток. Отметьте на этой прямой числа: 0,5; 0,75; 1,5; 1,25; 0,125.

193 **Наблюдаем и рассуждаем** Начертите в тетради координатную прямую, взяв за единичный отрезок 5 клеток. Отметьте цветным карандашом точку 0,2. Представьте, что вы шагаете по координатной прямой из точки 0,2 в направлении, указанном стрелкой, с шагом, равным 0,6.

1) В какой точке вы окажетесь через 5 шагов? через 8 шагов? (Отметьте эти точки и подпишите их координаты.)

2) Через сколько шагов вы окажетесь в точке с координатой 7,4?

3) Попадёте ли вы в точку с координатой, равной 10?

194 **Рассуждаем** Запишите все десятичные дроби, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, соблюдая следующее условие: цифра используется в записи числа не более одного раза (это означает, что цифру можно вообще не использовать или использовать только один раз).

П

195 1) Какую часть минуты составляют 40 с? 15 с?

2) Сколько минут составляет $\frac{1}{12}$ ч? $\frac{3}{4}$ ч? $\frac{5}{6}$ ч?

196 Прямые m и n параллельны, $\angle 1 = 38^\circ$ (рис. 3.6). Запишите величины всех углов, обозначенных цифрами.

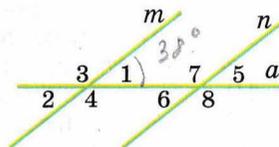


Рис. 3.6

197 Начертите окружность радиусом 3 см. Проведите прямую, её не пересекающую. Измерьте расстояние от центра окружности до прямой. Найдите на окружности точку, ближайшую к прямой, и точку, наиболее удалённую от прямой. Чему равно расстояние между этими двумя точками?

3.2 Десятичные дроби и метрическая система мер

Вам известны соотношения, с помощью которых одни единицы длины выражаются через другие, более мелкие. Например:

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}, 1 \text{ м} = 100 \text{ см}, 1 \text{ км} = 1000 \text{ м}.$$

Используя десятичные дроби, можно записать другие соотношения, связывающие эти же единицы длины:

$$1 \text{ мм} = 0,1 \text{ см}, 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}, 1 \text{ м} = 0,001 \text{ км}.$$

Такие же равенства можно записать с единицами массы — тоннами, килограммами, граммами:

$$1 \text{ мг} = 0,001 \text{ г}, 1 \text{ г} = 0,001 \text{ кг}, 1 \text{ кг} = 0,001 \text{ т}.$$

Десятичные дроби появились в математике гораздо раньше, чем современные единицы измерения — метры и граммы. Удобство обращения с десятичными дробями привело к тому, что математическое изобретение — десятичные дроби — повлияло на всю деятельность людей, связанную с измерениями: люди перешли на единую систему измерения величин — так называемую *метрическую систему мер*. Заметим, что Россия была одной из первых стран, подписавших Метрическую конвенцию (слово «конвенция» означает «международное соглашение», «договор»). Это произошло в 1875 г.

В метрической системе мер одна единица получается из другой умножением или делением на 10, 100, 1000 и т. д. Именно так обстоит дело с единицами длины и массы.

Десятичные соотношения между различными метрическими единицами отражены в их названиях.

Так, приставка *кило* — от греческого *kilo* (тысяча) — означает «увеличение в 1000 раз». Например, *килограмм* (кило-грамм) — 1000 граммов.

Приведём значения других приставок:

гекто — от греческого *hekaton* (сто) — означает «увеличение в 100 раз»; например, *гектар* — 100 ар;

дека — от греческого *deka* (десять) — означает «увеличение в 10 раз»; например, *декалитр* — 10 литров;

деци — от латинского *decem* (десять) — означает «уменьшение в 10 раз»; так, *дециметр* (деци-метр) — десятая часть метра;

санти — от латинского *cent* (сто) — означает «уменьшение в 100 раз»; так, *сантиметр* (санти-метр) — это сотая часть метра;

милли — от латинского *mille* (тысяча) — означает «уменьшение в 1000 раз»; например, *миллиметр* (милли-метр) — это тысячная часть метра.

В то же время в системе измерения времени и углов сохранились древние традиции: например, час делится на 60 минут, минута — на 60 секунд. Интересно отметить, что в современном спорте, где секунда оказалась слишком большой единицей для измерения результатов, используется смешанная система измерения времени. Секунду делят не на 60 равных частей, а на десятки, сотые и тысячные. Так, результат саночника 1.02,343 означает, что он прошёл трассу за 1 минуту 2 и 343 тысячных секунды.



- Какие из рассмотренных в тексте *десятичных приставок*, с помощью которых образуются названия единиц измерения, означают *увеличение* исходной единицы и какие — *уменьшение*? Объясните значение каждой из них. Приведите примеры.
- С развитием науки потребовались новые единицы измерения и соответственно новые десятичные приставки. Найдите в каком-либо источнике информации разъяснения значений приставок *мега*, *гига*, *микро*, *нано*. Из какого языка они заимствованы и как переводятся на русский язык соответствующие слова? Приведите примеры сложных слов, составной частью которых являются эти приставки.

A

198 Какую часть составляют:

- а) 1 см от 1 м, 1 м от 1 км, 1 мм от 1 см, 1 дм от 1 м;
- б) 1 г от 1 кг, 1 кг от 1 т, 1 кг от 1 ц, 1 мг от 1 г;
- в) 1 мм от 1 дм, 1 мм от 1 м, 1 см от 1 км?

Указание. Ответ выразите десятичными дробями.

- 199** а) Какую часть метра составляют: 3 дм, 8 дм, 2 см, 5 см, 4 мм, 7 мм?
 б) Какую часть дециметра составляют: 6 см, 3 см, 9 мм, 4 мм?
 в) Какую часть километра составляют: 123 м, 450 м, 600 м, 75 м, 10 м?

Подсказка. Воспользуйтесь приведённым на с. 61 образцом.

Образец. Какую часть метра составляют: 7 дм, 40 см?

1) Так как $1 \text{ дм} = \frac{1}{10} \text{ м}$, то $7 \text{ дм} = \frac{7}{10} \text{ м} = 0,7 \text{ м}$.

2) Так как $1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м}$, то $40 \text{ см} = \frac{40}{100} \text{ м} = \frac{4}{10} \text{ м} = 0,4 \text{ м}$.

200 С помощью десятичных дробей выразите:

а) в метрах: 53 см, 4 м 67 см, 277 см, 304 см;

б) в килограммах: 2 кг 255 г, 350 г, 1470 г;

в) в тоннах: 1 т 255 кг, 678 кг, 2034 кг.

201 а) Выразите в сантиметрах и миллиметрах: 3,1 см, 5,3 см, 54,8 см, 4,6 см.

б) Выразите в килограммах и граммах: 2,325 кг, 23,625 кг, 4,25 кг, 3,5 кг.

202 **Верно или неверно** Среди приведённых равенств найдите неверные и исправьте их:

1) $1 \text{ кг } 70 \text{ г} = 1,7 \text{ кг}$;

3) $2 \text{ т } 300 \text{ кг} = 2,3 \text{ т}$;

5) $9 \text{ км } 50 \text{ м} = 9,5 \text{ км}$;

2) $25 \text{ мм} = 0,025 \text{ м}$;

4) $82 \text{ дм} = 0,82 \text{ м}$;

6) $60 \text{ кг} = 0,06 \text{ т}$.

203 Измерьте длину и ширину тетради и выразите результаты сначала в миллиметрах, затем в сантиметрах и, наконец, в дециметрах.

Б

204 **Рассуждаем** В 3 м 8 дм 1 см содержится 3 целых 8 десятых и 1 сотая метра, т. е. $3 \text{ м } 8 \text{ дм } 1 \text{ см} = 3,81 \text{ м}$. Рассуждая таким же образом, выразите:

а) в метрах: 4 м 7 дм 5 см, 12 м 2 дм 1 см, 3 дм 6 см 9 мм, 1 м 8 см;

б) в дециметрах: 8 дм 2 см 3 мм, 7 м 2 дм 6 мм, 2 м 7 см.

205 Какую часть составляют:

а) 1 мм^2 от 1 см^2 , 1 см^2 от 1 дм^2 , 1 мм^2 от 1 м^2 ;

б) 1 см^3 от 1 дм^3 , 1 см^3 от 1 м^3 , 1 мм^3 от 1 м^3 ?

206 В одном гектаре (1 га) содержится $10\,000 \text{ м}^2$, в одном аре (1 а) содержится 100 м^2 . Какую часть составляют:

а) 1 м^2 от 1 а; в) 1 м^2 от 1 га; д) 1 а от 1 га;

б) 15 м^2 от 1 а; г) 200 м^2 от 1 га; е) 5 а от 1 га?

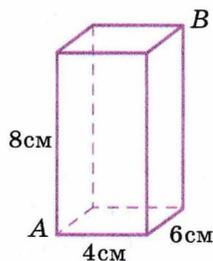
П

207 Запишите в виде десятичных дробей следующие обыкновенные дроби: $\frac{173}{10}$, $\frac{173}{100}$, $\frac{173}{1000}$, $\frac{173}{10\,000}$, $\frac{173}{100\,000}$. Прочитайте каждую десятичную дробь.

208 Разложите на простые множители числа: 10, 100, 1000, 10 000.

209 На рисунке 3.7 изображён параллелепипед и указаны его измерения. Найдите расстояние: а) от вершины B до передней грани, до нижней грани, до левой боковой грани параллелепипеда; б) от вершины A до задней грани, до правой грани, до верхней грани параллелепипеда.

210 Два оператора набирали на компьютере текст рукописи. Один выполнил 70% работы, а другой — 30%. Сколько должен получить за работу каждый из них, если за набор всей рукописи заплатили 1200 р.?



■ Рис. 3.7

3.3 Перевод обыкновенной дроби в десятичную

Десятичные и обыкновенные дроби — это две различные формы представления чисел. Например, $\frac{3}{10}$ и $0,3$ — два разных способа записи одного и того же числа. Именно это мы показываем, записывая равенство $\frac{3}{10} = 0,3$. Однако не всякое дробное число можно записать и в виде десятичной, и в виде обыкновенной дроби.

Если число выражено десятичной дробью, то его можно представить и в виде обыкновенной дроби (или смешанной дроби). Для этого, как вы знаете, нужно просто записать знаменатель дробной части «в явном виде». Например:

$$0,207 = \frac{207}{1000}; \quad 4,15 = 4 \frac{15}{100} = 4 \frac{3}{20}.$$

Но не всегда число, выраженное обыкновенной дробью, можно записать в виде десятичной дроби. Например, дробь $\frac{3}{8}$ обращается в десятичную, а дробь $\frac{7}{15}$ нет. Убедимся в этом с помощью несложных рассуждений.

Чтобы записать обыкновенную дробь в виде десятичной, нужно привести её к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т. д. При разложении каждого из этих чисел на простые множители получается одинаковое число двоек и пятёрок:

$$10 = 2 \cdot 5;$$

$$100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \text{ и т. д.}$$

Никаких других множителей эти разложения не содержат.

Возьмём дробь $\frac{3}{8}$. При разложении её знаменателя на простые множители получается произведение $2 \cdot 2 \cdot 2$. Если домножить его на три пятёрки, то получится один из знаменателей указанного ряда — число 1000:

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{375}{1000} = 0,375.$$

Возьмём теперь дробь $\frac{7}{15}$. Разложив на простые множители знаменатель этой дроби, получим произведение $3 \cdot 5$, содержащее число 3. На какие бы целые числа ни домножали знаменатель, «мешающий» множитель 3 всегда будет присутствовать, поэтому произведения только из двоек и пятёрок никогда не получится. Значит, дробь $\frac{7}{15}$ нельзя привести ни к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т. д.

Проведённое рассуждение позволяет сделать вывод:

Если знаменатель обыкновенной дроби не содержит никаких простых множителей, кроме 2 и 5, то эту обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной.

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби содержит хотя бы один простой множитель, отличный от 2 и 5, то эту обыкновенную дробь нельзя представить в виде десятичной.

Обратите внимание: в последнем утверждении речь идёт только о несократимых дробях. И это не случайно. Возьмём, например, дробь $\frac{21}{60}$. Её знаменатель содержит простой множитель 3. Однако после сокращения дроби он исчезнет:

$$\frac{21}{60} = \frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35.$$

- Всякую ли десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной дроби? Поясните свой ответ и проиллюстрируйте его примерами.
- Объясните, почему дробь $\frac{3}{4}$ можно представить в виде десятичной, а дробь $\frac{5}{6}$ нет.

A

211 Какие из перечисленных дробей можно представить в виде десятичных, а какие нельзя: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \frac{1}{14}, \frac{1}{15}, \frac{1}{16}$?

212 Приведите дроби к одному из знаменателей 10 или 100 и запишите соответствующие десятичные дроби:

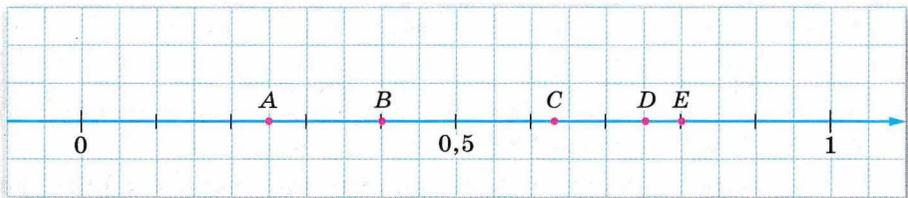
а) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{50}$; в) $2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4}, 1\frac{7}{20}, 4\frac{4}{25}$;
 б) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{20}, \frac{2}{25}, \frac{3}{50}$; г) $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{63}{20}, \frac{51}{25}$.

213 Запишите в виде десятичных дробей:

а) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$; б) $\frac{1}{200}, \frac{3}{200}, \frac{21}{200}$; в) $\frac{1}{125}, \frac{4}{125}, \frac{11}{125}$.

Подсказка. Дроби со знаменателями 8, 125 и 200 приводятся к знаменателю 1000. Например, $\frac{3}{125} = \frac{3 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{24}{1000} = 0,024$.

214 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ Для каждого из чисел $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ укажите соответствующую ему точку (рис. 3.8).



■ Рис. 3.8

215 Сократите дробь и запишите её в виде десятичной:

а) $\frac{9}{30}$; в) $\frac{21}{300}$; д) $\frac{12}{48}$; ж) $\frac{6}{15}$; и) $\frac{39}{15}$;
 б) $\frac{36}{60}$; г) $\frac{22}{110}$; е) $\frac{9}{12}$; з) $\frac{27}{60}$; к) $\frac{81}{75}$.

216 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ Какие из дробей

$$\frac{8}{24}, \frac{6}{24}, \frac{14}{35}, \frac{10}{35}, \frac{32}{48}, \frac{36}{48}$$

можно представить в виде десятичных?

217 Выразите время в часах сначала обыкновенной дробью, а затем, если возможно, десятичной:

а) 30 мин; в) 24 мин; д) 10 мин; ж) 35 мин;
 б) 6 мин; г) 15 мин; е) 20 мин; з) 42 мин.

218 Выразите время в часах и, если возможно, запишите ответ в виде десятичной дроби:

а) 1 ч 12 мин; в) 10 ч 45 мин; д) 3 ч 50 мин;
 б) 2 ч 30 мин; г) 1 ч 40 мин; е) 2 ч 48 мин.

Б

- 219** **Рассуждаем** Докажите, что дробь $\frac{7}{400}$ можно представить в виде десятичной, а дробь $\frac{7}{420}$ нет.
- 220** Запишите частное в виде обыкновенной дроби и, если возможно, обратите её в десятичную:
- а) $15 : 2$; в) $9 : 6$; д) $12 : 18$; ж) $33 : 6$;
 б) $23 : 5$; г) $25 : 15$; е) $9 : 12$; з) $15 : 12$.
- 221** Найдите значение выражения, записав десятичную дробь в виде обыкновенной:
- а) $\frac{2}{3} + 0,5$; в) $\frac{1}{3} \cdot 0,9$; д) $\frac{3}{16} \cdot 0,16$;
 б) $0,6 - \frac{2}{5}$; г) $0,4 : \frac{2}{7}$; е) $\frac{9}{20} : 0,03$.

П

- 222** Хозяйка купила 2 кг яблок по 80 р. за килограмм. На следующий день цена на эти яблоки была снижена на 20 %, и она купила ещё 3 кг. В каком случае покупка обошлась дороже и на сколько рублей?
- 223** Выразите:
- а) в метрах: 3 м 65 см, 48 см, 205 см, 5 дм 4 см;
 б) в килограммах: 8 кг 350 г, 180 г, 4200 г;
 в) в рублях: 30 к., 10 р. 65 к., 150 к.

3.4 Сравнение десятичных дробей

Вы знаете, что одно и то же число может быть представлено в виде обыкновенной дроби разными способами. Так же обстоит дело и при записи чисел в виде десятичных дробей. Например, десятичные дроби 0,3 и 0,30 обозначают одно и то же число.

В самом деле, запишем каждую из этих дробей в виде обыкновенной дроби:

$$0,3 = \frac{3}{10} \text{ и } 0,30 = \frac{30}{100}.$$

По основному свойству дроби $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$. Поэтому $0,3 = 0,30$.

Точно так же можно показать, что, например,

$$1,5 = 1,50 = 1,500 = 1,5000.$$

Понятно, что верны равенства

$$0,30 = 0,3; 1,500 = 1,5,$$

т. е. нули, записанные в конце десятичной дроби, можно отбрасывать.

Если к десятичной дроби приписать справа какое угодно количество нулей, то получится дробь, равная данной.

Если в десятичной дроби последние цифры — нули, то, отбросив их, получим дробь, равную данной.

Вы знаете также, что любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби, причём с каким угодно знаменателем. В частности, знаменателем может быть любая степень числа 10. Например:

$$7 = \frac{70}{10} = \frac{700}{100} = \frac{7000}{1000} = \dots$$

Поэтому любое натуральное число можно записать в виде десятичной дроби с каким угодно количеством нулей после запятой:

$$7 = 7,0 = 7,00 = 7,000 = \dots$$

■ Верно ли равенство:

а) $12,40 = 12,4$;

в) $1,03 = 1,30$;

д) $160 = 16$;

б) $25 = 25,0$;

г) $1,500 = 1,50$;

е) $2,01 = 2,010000$?

■ К числу приписывают справа один нуль, два нуля, три нуля и т. д. Что происходит с этим числом, если это:

а) натуральное число;

б) десятичная дробь?

Десятичные дроби, как и натуральные числа, сравнивают по разрядам, и в этом состоит одно из их преимуществ перед обыкновенными дробями.

Пример 1. Сравним десятичные дроби 2,7 и 3,1.

Так как 2 единицы меньше, чем 3 единицы, то $2,7 < 3,1$. Точка, изображающая на координатной прямой число 2,7, расположена левее (рис. 3.9).



■ Рис. 3.9

Пример 2. Сравним десятичные дроби 1,8 и 1,42.

Целые части этих дробей одинаковы, но различаются цифры в разряде десятых: 8 десятых больше, чем 4 десятых. Поэтому $1,8 > 1,42$ (рис. 3.10).



■ Рис. 3.10

Пример 3. Сравним десятичные дроби 2,5081 и 2,508.

Целые части этих дробей одинаковы, совпадают также первые три цифры после запятой. Но у первой дроби после запятой есть ещё и четвёртая цифра, поэтому $2,5081 > 2,508$.

Можно было бы рассуждать так. Уравняем число разрядов, приписав ко второй дроби цифру 0. Получим 2,5080. Цифры в разрядах единиц, десятых, сотых и тысячных одинаковы, а в следующем разряде цифры различны: в первой дроби стоит цифра 1, а во второй — цифра 0. Поэтому первая дробь больше.

- Какой знак сравнения нужно поставить между данными десятичными дробями, чтобы получить верное неравенство:
а) $0,25 \dots 0,35$; б) $1,09 \dots 1,08$; в) $3,21 \dots 3,25$; г) $4,6 \dots 4,56$?
- Какому из чисел на координатной прямой соответствует точка, расположенная правее: 12,65 или 12,56?
- Опровергните с помощью контрпримера утверждение: из двух десятичных дробей больше та, у которой цифр после запятой больше.

Вы умеете сравнивать две обыкновенные дроби и две десятичные. А как сравнить обыкновенную дробь и десятичную, например $\frac{5}{6}$ и 0,6? В этом случае нужно перейти к какой-нибудь одной форме

представления дробей. Дробь $\frac{5}{6}$ в виде десятичной дроби записать нельзя, поэтому выразим в виде обыкновенной дроби число 0,6: $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. Так как $\frac{5}{6} > \frac{3}{5}$, то $\frac{5}{6} > 0,6$.

- В каких дробях можно выполнить сравнение данных чисел — в обыкновенных, в десятичных или и в тех и в других: а) $\frac{5}{7}$ и 0,6; б) $\frac{3}{8}$ и 0,38?

А

224 Есть ли среди данных чисел равные? Если есть, то укажите их и запишите соответствующее равенство:

- | | | |
|-----------|-----------|---------|
| а) 3,001, | б) 6,800, | в) 0,4, |
| 3,010, | 6,080, | 0,40, |
| 3,100, | 6,880, | 0,004, |
| 3,1; | 6,08; | 0,400. |

225 Замените данную десятичную дробь равной, содержащей наименьшее количество десятичных знаков:

- | | |
|-------------|-------------|
| а) 3,6000; | в) 0,8700; |
| б) 70,0200; | г) 0,00300. |

226 Сравните числа:

- а) 0,6 и 0,4; г) 2,55 и 2,65; ж) 1,99 и 10,9;
 б) 0,2 и 0,1; д) 1,21 и 1,28; з) 7,0191 и 7,1;
 в) 0,30 и 0,3; е) 4,75 и 4,05; и) 2,44 и 2,404.

227 Сравните числа:

- а) 50,001 и 50,01; г) 7 и 6,99;
 б) 17,183 и 17,09; д) 0,89 и 1,5;
 в) 29,5 и 29,53; е) 0,00041 и 0,0005.

■ РАССУЖДАЕМ (228–230) ■

228 Какое из трёх данных чисел наибольшее и какое наименьшее:

- а) 0,5; 0,6; 0,56; в) 0,016; 0,044; 0,031;
 б) 3,215; 32,15; 0,3215; г) 2,601; 2,610; 2,061?

229 Расположите в порядке возрастания числа:

- а) 7,34; 7,4; 7,3; в) 2,356; 2,35; 2,36;
 б) 10,2; 10,1; 10,16; г) 0,007; 0,008; 0,0073.

230 Расположите в порядке убывания числа:

- а) 22,86; 23,01; 22,68; 21,99; в) 0,09; 0,111; 0,1; 0,091;
 б) 0,93; 0,853; 0,914; 0,94; г) 3,099; 3,909; 3,99; 3,9009.

231 **■ ИЩЕМ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ■** Найдите закономерность, по которой строится последовательность чисел, и запишите следующие два числа; определите, как меняются члены последовательности – увеличиваются или уменьшаются:

- а) 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; ...;
 б) 0,6; 0,56; 0,456; 0,3456; ...;
 в) 0,1; 0,11; 0,111; 0,1111; ...

232 **■ РАССУЖДАЕМ ■** Укажите какие-нибудь три десятичные дроби, заключённые между:

- а) 2,7 и 2,8; б) 0,8 и 0,9; в) 9,61 и 9,62; г) 0 и 0,0001.

233 Сравните:

- а) $\frac{1}{3}$ и 0,5; в) 0,75 и $\frac{4}{5}$; д) $\frac{4}{9}$ и 0,4;
 б) $\frac{1}{7}$ и 0,4; г) 0,25 и $\frac{1}{4}$; е) $\frac{1}{25}$ и 0,03.

234 В таблицах приведены результаты соревнований по двум видам спорта на Олимпийских играх в Пекине в 2008 г. В каждом случае прочитайте последовательно результаты, начиная с лучшего.

1)

Метание диска (мужчины)	
Страна	Результат
Польша	67,82 м
Литва	67,79 м
Эстония	68,82 м

2)

Бег на 400 м (женщины)	
Страна	Результат
США	49,93 с
Великобритания	49,62 с
Ямайка	49,69 с

235 В таблице даны нормативы по бегу (в секундах) на 60 м для учащихся 9 класса.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Время, с	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

Ответьте на вопросы:

- а) Выполнил ли норматив мальчик, пробежавший эту дистанцию за 9,95 с? за 7,9 с? за 10,1 с?
 б) Выполнила ли норматив девочка, пробежавшая 60 м за 9,95 с? за 7,9 с? за 10,1 с?
 в) Какую оценку получили мальчик, пробежавший эту дистанцию за 8,75 с? девочка, пробежавшая эту дистанцию за 10,15 с?



Б

Рассуждаем (236–237)

236 Какую цифру можно подставить вместо звёздочки, чтобы полученное неравенство было верным:

- а) $0,488 < 0,4*8$; в) $3,07 < 3,0*$;
 б) $1*,93 < 11,93$; г) $6*,*9 < 6,38?$

237 Расположите числа в порядке возрастания:

- а) $\frac{3}{4}$; $\frac{37}{50}$; 0,7; б) 0,13; $\frac{29}{200}$; 0,125.

238 **Экспериментируем** Дана десятичная дробь 6,73401852. Вычеркните одну цифру после запятой так, чтобы дробь: а) увеличилась; б) уменьшилась. Для каждого случая укажите все решения.

239 ■ **Исследуем** ■ Прежде чем дать ответ на поставленный вопрос, поэкспериментируйте с числами.

а) В десятичной дроби с «длинным хвостом» зачеркнули две последние цифры. Что произошло с этой десятичной дробью?

б) В десятичной дроби среди цифр, стоящих после запятой, есть нуль, причём он только один. Его вычеркнули. Сравните получившееся число с исходным.

П

240 Во время распродажи в магазине все товары продавались со скидкой 15%. Какая была цена товара на распродаже, если до неё он стоил 300 р.? 2200 р.?

241 Осенью помидоры в городе N продавались по 60 р. за килограмм. Зимой их цена увеличилась на 50–100%. Сколько стали стоить помидоры зимой? (Укажите диапазон их цены.)

242 Представьте дробь в виде десятичной:

а) $\frac{3}{500}$; б) $\frac{7}{250}$; в) $\frac{9}{200}$.

243 а) Выразите десятичной дробью: $\frac{1}{2}$ кг, $\frac{3}{4}$ кг, $\frac{2}{5}$ кг, $\frac{5}{8}$ кг.

б) Выразите обыкновенной дробью: 0,2 кг, 0,6 кг, 0,25 кг, 0,375 кг.

244 Постройте прямые a и b , пересекающиеся под углом 50° . Проведите какую-нибудь прямую, параллельную прямой a , и прямую, параллельную прямой b . Определите, чему равны величины углов четырёхугольника, вершинами которого являются точки пересечения прямых.

Чему вы научились

Обязательные умения

Умею читать десятичные дроби.

1. Запишите какую-нибудь десятичную дробь с четырьмя десятичными знаками и прочитайте её.

Умею изображать десятичные дроби точками на координатной прямой.

2. Отметьте точками на координатной прямой числа: а) 0,4; б) 1,2; в) 0,85.

Умею переходить от десятичной дроби к обыкновенной и наоборот.

3. 1) Представьте в виде обыкновенной дроби: а) 0,7; б) 1,23; в) 0,085.
 2) Запишите в виде десятичной дроби: а) $\frac{27}{100}$; б) $4\frac{39}{1000}$; в) $\frac{305}{100}$.

Знаю, какую обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной, а какую нет.

4. Представьте в виде десятичных дробей числа, для которых это возможно:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{1}{8}, \frac{3}{20}, \frac{4}{25}, \frac{1}{30}, \frac{7}{50}.$$

Умею сравнивать десятичные дроби, упорядочивать несколько десятичных дробей.

5. Сравните числа:
 а) 1,001 и 0,999;
 б) 8,54 и 8,455;
 в) 0,305 и 0,3050.
6. Запишите в порядке возрастания десятичные дроби: 0,28; 0,218; 0,281.

Умею сравнивать десятичную дробь и обыкновенную.

7. Сравните числа:
 а) 0,2 и $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{4}$ и 0,3.

Умею выражать значения величин десятичными дробями.

8. Выразите:
 а) 6 м 37 см в метрах;
 б) 150 м в километрах;
 в) 1040 г в килограммах.
9. Выразите:
 а) 3,8 см в сантиметрах и миллиметрах;
 б) 4,05 кг в килограммах и граммах.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Действия с десятичными дробями

Главное преимущество десятичной записи дробей заключается в том, что действия над десятичными дробями почти не отличаются от действий с натуральными числами, — надо только научиться правильно ставить в результате запятую.

4.1 Сложение и вычитание десятичных дробей

Пусть нужно найти сумму десятичных дробей 3,44 и 7,28. Это можно сделать, представив дроби в виде обыкновенных. У каждой десятичной дроби две цифры после запятой, поэтому складывать придётся обыкновенные дроби с одним и тем же знаменателем, равным 100:

$$\begin{aligned} 3,44 + 7,28 &= 3 \frac{44}{100} + 7 \frac{28}{100} = \frac{344}{100} + \frac{728}{100} = \frac{344 + 728}{100} = \\ &= \frac{1072}{100} = 10 \frac{72}{100} = 10,72. \end{aligned}$$

Вы видите, что вычисление фактически свелось к сложению натуральных чисел 344 и 728, которые получаются, если из десятичных дробей 3,44 и 7,28 убрать запятые. А в сумме после запятой тоже оказалось две цифры — столько же, сколько их содержится в каждом из слагаемых.

Поэтому, чтобы сложить эти десятичные дроби, необязательно обращать их в обыкновенные. Как и натуральные числа, их можно сложить столбиком, подписав слагаемые одно под другим — разряд под разрядом.

А как найти сумму дробей 3,5 и 12,74, у которых количество цифр после запятой различно? Легко догадаться, что этот случай можно свести к предыдущему: для этого нужно уравнивать число десятичных знаков, приписав к дроби 3,5 справа нуль.

Вычитать десятичные дроби можно также в столбик. Разберите, как вычислена разность $24,7 - 6,835$.

$$\begin{array}{r} +3,44 \\ +7,28 \\ \hline 10,72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +3,50 \\ +12,74 \\ \hline 16,24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -24,700 \\ -6,835 \\ \hline 17,865 \end{array}$$

Чтобы найти сумму (разность) десятичных дробей, можно:

- записать дроби в столбик — разряд под разрядом, запятую под запятой;
- если количество десятичных знаков у дробей различно, уравнять их число, приписав справа нули;
- выполнить действие, не обращая внимания на запятые;
- поставить в результате запятую под запятой в данных дробях.

Заметим, что дополнительные нули можно и не приписывать, однако нужно помнить, что они стоят на «пустых» местах.

■ На примере вычисления суммы и разности чисел 7,85 и 0,534 объясните, как складывают и как вычитают десятичные дроби.

Чтобы сложить обыкновенную дробь и десятичную, их нужно привести к одному и тому же виду — представить обыкновенную дробь в виде десятичной или десятичную в виде обыкновенной.

Например, сумму $\frac{1}{20} + 1,37$ можно вычислить так:

$$\frac{1}{20} + 1,37 = 0,05 + 1,37 = 1,42.$$

Или так:

$$\frac{1}{20} + 1,37 = \frac{1}{20} + 1 \frac{37}{100} = 1 \frac{5 + 37}{100} = 1,42.$$

А вот сумму дробей $\frac{1}{6}$ и 0,6 можно вычислить только одним способом, так как дробь $\frac{1}{6}$ в десятичную не обращается:

$$\frac{1}{6} + 0,6 = \frac{1}{6} + \frac{3}{5} = \frac{5 + 18}{30} = \frac{23}{30}.$$

■ Объясните, как выполнить действия: $\frac{1}{4} + 0,19$; $3,2 - \frac{1}{7}$.

А

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (245–246)

245 Найдите сумму:

- | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| а) 2,57 + 4,62; | в) 0,315 + 0,026; | д) 2,56 + 2,73; |
| б) 1,18 + 3,22; | г) 0,004 + 1,326; | е) 1,911 + 0,099. |

246 Вычислите:

- | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| а) 12,9 + 6,31; | г) 104,2 + 6,77; | ж) 123,6 + 1,234; |
| б) 0,82 + 1,5; | д) 7,356 + 22,54; | з) 10,84 + 5,5; |
| в) 4,7 + 0,63; | е) 0,033 + 15,37; | и) 2,11 + 0,099. |

- 247** 1) Десятичная дробь представлена в виде суммы разрядных слагаемых. Запишите её:
 а) $0,5 + 0,07 + 0,002$; б) $3 + 0,01 + 0,0009$; в) $0,3 + 0,008 + 0,0001$.
 2) Представьте десятичную дробь в виде суммы разрядных слагаемых:
 а) 1,358; б) 0,2067; в) 25,05; г) 0,07509.
- 248** **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** Выполните вычитание:
 а) $0,438 - 0,212$; в) $0,461 - 0,181$; д) $0,202 - 0,111$;
 б) $3,43 - 0,26$; г) $5,17 - 2,86$; е) $3,25 - 2,45$.
- 249** **РАССУЖДАЕМ** Коля, выполняя вычитание, забыл поставить запятую. Поправьте его:
 $28,01 - 9,55 = 1846$; $50,666 - 43,366 = 7300$.
- 250** Вычислите:
 а) $96,637 - 7,63$; г) $13,6 - 13,46$; ж) $7,08 - 4,125$;
 б) $8,405 - 0,23$; д) $18,8 - 13,51$; з) $20,4 - 5,31$;
 в) $10,3 - 5,42$; е) $94,3 - 5,15$; и) $80,1 - 78,6$.
- 251** Найдите разность:
 а) $126 - 38,7$; б) $82 - 20,16$; в) $51 - 23,04$; г) $112 - 72,92$.
- 252** **ИЩЕМ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ** По какому правилу составлена последовательность чисел? Запишите три следующих числа и найдите сумму всех шести записанных чисел:
 а) 2,1; 2,3; 2,5; ...; б) 2,6; 2,3; 2,0; ...
- 253** Выполните действия:
 а) $(23,437 + 7,9) - (1,41 - 0,53)$; в) $55,28 + 6,438 - (8,6 + 0,738)$;
 б) $50 - (4,123 + 5,68 + 31,7)$; г) $100,6 - (47,84 + 26,3) - 9,208$.
- 254** Найдите неизвестное число:
 а) $a + 2,37 = 9,24$; б) $a - 7,18 = 14,2$; в) $10 - x = 0,99$.
- 255** Вычислите, обратив десятичную дробь в обыкновенную:
 а) $0,5 + \frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{12} + 0,25$; д) $\frac{2}{3} + 0,8$;
 б) $0,2 - \frac{1}{7}$; г) $\frac{5}{6} - 0,1$; е) $0,4 - \frac{1}{6}$.
- 256** Вычислите, обратив обыкновенную дробь в десятичную:
 а) $2,82 + \frac{2}{5}$; в) $2,71 - \frac{3}{5}$; д) $\frac{1}{25} + 1,27$;
 б) $\frac{1}{4} + 3,78$; г) $1\frac{1}{2} - 1,33$; е) $1,78 - \frac{3}{4}$.
- 257** а) В одной банке 5,2 кг краски, в другой на 1,6 кг больше. Сколько килограммов краски в двух банках вместе?
 б) Щенок весит 2,3 кг, а котёнок – на 1,8 кг меньше. Сколько весят они вместе?

265 ■ ИЩЕМ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ■

1) Вычислите суммы:

$$0,1 + 0,2 + 0,3 + \dots + 0,9;$$

$$0,01 + 0,02 + 0,03 + \dots + 0,09;$$

$$0,001 + 0,002 + 0,003 + \dots + 0,009.$$

2) Запишите следующую сумму. Догадитесь, чему равно её значение, и проверьте себя с помощью вычислений.

3) Найдите, не выполняя сложения, значение суммы

$$0,000001 + 0,000002 + 0,000003 + \dots + 0,000009.$$

266 ■ РАССУЖДАЕМ ■ Не складывая дроби, сравните с числом 10 сумму:

а) $4,79 + 4,538$; в) $2,901 + 2,809 + 2,999$;

б) $6,124 + 4,001$; г) $4,356 + 3,05 + 3,204$.

Образец. $8,65 + 0,936 < 9 + 1 = 10$; $7,031 + 3,28 > 7 + 3 = 10$.

267 Расстояние между сёлами 15 км. Туристы прошли в первый час 5,2 км, во второй час на 0,5 км меньше, а в третий на 0,9 км меньше, чем во второй. Сколько километров им осталось пройти?**268** Первое поле на 3,2 га меньше второго, а третье поле на 4,8 га больше второго. На сколько гектаров третье поле больше первого?**269** Попугай, канарейка и щегол вместе склевали 45,6 г зерна. Попугай и канарейка вместе склевали 29,9 г, а канарейка и щегол – 25,1 г. Сколько зерна склевала каждая птица?**П****270** Представьте дроби в виде десятичных дробей, если это возможно:
 $\frac{4}{5}, \frac{3}{75}, \frac{7}{20}, \frac{14}{21}, \frac{3}{4}$.**271** Выразите:

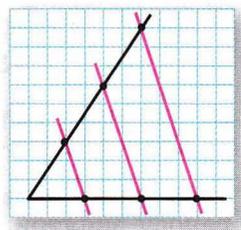
а) 375 см, 80 см, 9 см в метрах; б) 1,455 кг, 2,5 кг, 0,6 кг в граммах.

272 а) В магазине было 220 кг клубники. Продали $\frac{7}{10}$ всей клубники. Сколько килограммов клубники не продано?б) До обеда в киоске продали 75 газет, и осталось $\frac{2}{5}$ всех газет, привезённых для продажи. Сколько всего газет привезли в киоск?

в) Какую часть от 70 дней составляют 28 дней?

273 Скопируйте рисунок 4.1 по плану:

- 1) начертите угол;
 - 2) отметьте равные отрезки сначала на одной стороне угла, затем на другой;
 - 3) через каждую пару точек проведите прямые. Что вы можете сказать о построенных прямых?
- Сделайте ещё один рисунок, выбрав величину угла и длины отрезков на своё усмотрение.



■ Рис. 4.1

4.2 Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...

Умножение и деление натурального числа на 10, 100, 1000 и т. д. сводится к приписыванию или отбрасыванию соответствующего количества нулей. Например: $23 \cdot 1000 = 23\,000$; $48\,650 : 10 = 4865$. А умножение и деление десятичной дроби на «единицу с нулями» сводится к переносу запятой.

Будем умножать десятичную дробь 6,735 на 10, 100, 1000 и т. д.:

$$6,735 \cdot 10 = \frac{6735}{1000} \cdot \frac{10}{1} = \frac{6735}{100} = 67 \frac{35}{100} = 67,35;$$

$$6,735 \cdot 100 = \frac{6735}{1000} \cdot \frac{100}{1} = \frac{6735}{10} = 673 \frac{5}{10} = 673,5;$$

$$6,735 \cdot 1000 = \frac{6735}{1000} \cdot \frac{1000}{1} = 6735.$$

Вы видите, что в результате умножения в исходной дроби меняется положение запятой: при умножении на 10 она передвигается вправо на 1 знак, при умножении на 100 — на 2 знака, при умножении на 1000 — на 3 знака. Отсюда ясно правило:

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., нужно перенести в этой дроби запятую на столько знаков вправо, сколько нулей содержится в множителе.

Обратите внимание: при умножении 6,735 на 1000 мы получили число без запятой, так как в дроби 6,735 содержится ровно 3 десятичных знака. А как, пользуясь сформулированным правилом, продолжить умножение десятичной дроби 6,735 на следующие степени числа 10, т. е. на 10 000, 100 000 и т. д.?

Вспомните: к десятичной дроби справа можно приписывать любое число нулей, при этом получается дробь, равная данной. Поэтому мы имеем возможность переносить запятую на столько знаков, сколько требуется. Таким образом, в соответствии с правилом получим

$$6,735 \cdot 10\,000 = 6,7350 \cdot 10\,000 = 67\,350;$$

$$6,735 \cdot 100\,000 = 6,73500 \cdot 100\,000 = 673\,500.$$

- По какому правилу умножают десятичную дробь на «единицу с нулями»? Вычислите: а) $4,321 \cdot 100$; б) $7,3 \cdot 1000$; в) $0,075 \cdot 100$.

Деление десятичной дроби на 10, 100 и т. д. также сводится к переносу запятой, но только влево. Возьмём, например, число 851,3:

$$851,3 : 10 = \frac{8513}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{8513}{100} = 85 \frac{13}{100} = 85,13;$$

$$851,3 : 100 = \frac{8513}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{8513}{1000} = 8 \frac{513}{1000} = 8,513.$$

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., нужно перенести в этой дроби запятую на столько знаков влево, сколько нулей содержится в делителе.

Попробуем теперь разделить дробь 851,3 на 10 000. По правилу нужно было бы перенести запятую влево на 4 знака, но у нашей дроби перед запятой только 3 знака. Поэтому найдём частное, перейдя к обыкновенным дробям:

$$851,3 : 10\,000 = \frac{8513}{10} \cdot \frac{1}{10\,000} = \frac{8513}{100\,000} = 0,08513.$$

Получившийся ответ подсказывает нам приём, который позволяет в любом случае находить результат деления на 10, 100, 1000 и т. д. с помощью переноса запятой, — к десятичной дроби слева нужно приписать вспомогательные нули. Например:

$$851,3 : 10\,000 = 00851,3 : 10\,000 = 0,08513.$$

- По какому правилу делят десятичную дробь на «единицу с нулями»? Вычислите: а) $850,4 : 100$; б) $3,65 : 1000$; в) $0,42 : 10$.

Так как в метрической системе мер единицы различаются в 10, 100, 1000 раз, то переход от одних единиц измерения к другим выполняется с помощью умножения и деления на степень 10.

Пример 1. Выразим 2,7 кг в граммах.

Так как $1\text{ кг} = 1000\text{ г}$, то, для того чтобы перейти от килограммов к граммам, т. е. к *более мелким* единицам, нужно 2,7 умножить на 1000:

$$2,7\text{ кг} = 2,7 \cdot 1000\text{ (г)} = 2700\text{ г}.$$

Пример 2. Выразим 175 см в метрах.

Так как $1\text{ м} = 100\text{ см}$, то, для того чтобы перейти от сантиметров к метрам, т. е. к *более крупным* единицам, нужно 175 разделить на 100:

$$175\text{ см} = 175 : 100\text{ (м)} = 1,75\text{ м}.$$

- Объясните, как выразить в килограммах массу: а) 7,5 т; б) 370 г.

A

274 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** ■ Выполните умножение:

- а) $15,47 \cdot 10$, $913,134 \cdot 100$, $4,8 \cdot 1000$;
 б) $0,75 \cdot 10$, $10,28 \cdot 100$, $3,7 \cdot 1000$;
 в) $13,003 \cdot 10$, $0,0045 \cdot 100$, $16,14 \cdot 1000$;
 г) $0,01 \cdot 10$, $70,36 \cdot 100$, $0,0018 \cdot 1000$.

275 Представьте в виде натурального числа:

- а) 1,5 тыс.; г) 2,5 млн; ж) 7,5 млрд;
 б) 40,7 тыс.; д) 10,2 млн; з) 12,55 млрд;
 в) 0,6 тыс.; е) 0,9 млн; и) 0,785 млрд.

276 ■ **РАЗБИРАЕМ СПОСОБ РЕШЕНИЯ** ■

1) Разберите, как с помощью сочетательного свойства умножения вычислено произведение $12,3 \cdot 20$:

$$12,3 \cdot 20 = 12,3 \cdot (10 \cdot 2) = (12,3 \cdot 10) \cdot 2 = 123 \cdot 2 = 246.$$

2) Пользуясь этим приёмом, вычислите:

- а) $1,8 \cdot 30$; б) $21,5 \cdot 20$; в) $3,05 \cdot 300$.

277 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** ■ Выполните деление:

- а) $27,13 : 10$, $210,36 : 100$, $0,45,56 : 1000$;
 б) $104,85 : 10$, $38,5 : 100$, $562,7 : 1000$;
 в) $9,28 : 10$, $104,7 : 100$, $36,128 : 1000$;
 г) $0,36 : 10$, $4,931 : 100$, $900,5 : 1000$.

278 а) Увеличьте каждое из чисел 0,2; 1,112; 13,0247; 34,05 в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз.

б) Уменьшите каждое из чисел 2500; 1555,01; 4,45; 0,6 в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз.

279 Выразите:

- а) 23 км, 5,127 км, 0,027 км, 0,35 км, 0,4 км в метрах;
 б) 16 см, 10,5 см, 0,3 см, 1,7 см, 0,4 см в миллиметрах;
 в) 0,356 л, 0,012 л, 1,25 л, 0,1 л, 0,8 л в миллилитрах.

280 Выразите:

- а) 526 см, 48 см, 20 см, 7,6 см, 5 см в метрах;
 б) 3000 мг, 25,6 мг, 15 мг, 4 мг в граммах;
 в) 2560 мл, 350 мл, 2,8 мл, 0,05 мл в литрах.

281 а) За 20 компьютеров заплатили 484,5 тыс. р. Сколько надо заплатить за 200 таких же компьютеров?

б) За 100 стиральных машин заплатили 1,26 млн р. Сколько надо заплатить за 10 таких же стиральных машин?

Б

- 282** На какое число нужно умножить или разделить число 25,6, чтобы в результате получилось:
- а) 25 600; б) 2,56; в) 0,0256; г) 256?

■ РАССУЖДАЕМ (283–284) ■

- 283** Продолжите последовательность чисел 1100, 110, 11, ..., записав ещё три числа. Какая десятичная дробь должна быть записана на десятом месте?
- 284** Как изменится положение запятой в десятичной дроби, если эту дробь:
- а) уменьшить в 1000 раз и ещё в 10 раз;
б) уменьшить в 10 раз, а затем увеличить в 1000 раз?

Для каждого случая приведите примеры.

- 285** ■ ИССЛЕДУЕМ ■ Умножение десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ... также можно выполнять с помощью переноса запятой.

1) Разберите, как выполнено умножение дроби 32,5 на 0,1:

$$32,5 \cdot 0,1 = 32,5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{32,5}{10} = \underline{3,25}.$$

Сделайте вывод: как можно было бы найти произведение $32,5 \cdot 0,1$ с помощью переноса запятой?

- 2) Сформулируйте правило умножения десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.
3) Найдите: а) $23,6 \cdot 0,1$; б) $37,05 \cdot 0,01$; в) $540\,000 \cdot 0,001$.

П

- 286** Какое из выражений $\frac{6}{25} - 0,01$; $\frac{3}{4} + 0,9$; $\frac{2}{3} - 0,4$; $\frac{7}{10} + \frac{2}{5}$ можно вычислить только в обыкновенных дробях? Чему равно его значение?

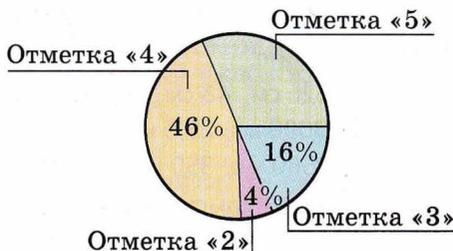
- 287** На диаграмме (рис. 4.2) представлены результаты контрольной работы по математике в шестых классах.

1) Сколько процентов учащихся получило отметку «5»?

2) Сколько учащихся получило отметку «4», если всего в школе 50 шестиклассников?

- 288** а) В одном пакете 1,85 кг муки, в другом на 0,5 кг больше. Сколько муки в двух пакетах? Выразите ответ в килограммах и граммах.

б) В первый день бригада отремонтировала 1,5 км дороги, а во



■ Рис. 4.2

293 Вычислите:

- а) $85,3 \cdot 4,1$; г) $1,56 \cdot 0,2$; ж) $10,3 \cdot 1,01$; к) $103,15 \cdot 0,001$;
 б) $6,36 \cdot 2,5$; д) $2,06 \cdot 3,05$; з) $5,08 \cdot 2,05$; л) $5,56 \cdot 0,01$;
 в) $27,2 \cdot 0,06$; е) $1,04 \cdot 8,02$; и) $2,35 \cdot 0,14$; м) $1,23 \cdot 0,02$.

294 Найдите значение степени:

- а) $0,6^2$; б) $0,3^2$; в) $1,1^2$; г) $0,5^2$; д) $0,2^3$; е) $0,5^3$.

295 а) Найдите число, квадрат которого равен: 0,64; 0,01; 0,0009.

б) Найдите число, куб которого равен: 0,064; 0,008; 0,125.

296 Используя таблицу квадратов двузначных чисел, вычислите:

- а) $1,8^2$; $1,3^2$; $1,6^2$; б) $0,11^2$; $0,17^2$; $0,14^2$; в) $0,012^2$; $0,015^2$; $0,019^2$.

297 Найдите произведение чисел:

- а) 3,55 и 6; г) 6,71 и 23; ж) 0,25 и 4;
 б) 4,77 и 3; д) 3,02 и 15; з) 0,2 и 5;
 в) 0,235 и 4; е) 0,75 и 44; и) 0,125 и 8.

298 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** Скорость звука в воздухе 0,33 км/с. На каком расстоянии от вас происходит гроза, если вы увидели вспышку молнии, а раскат грома услышали через 5 с? через 10 с? через 24 с?

299 Велосипедист ехал со скоростью 12,5 км/ч. Какой путь он проехал за 2 ч? за 0,5 ч? за 1,5 ч? за 2,5 ч?

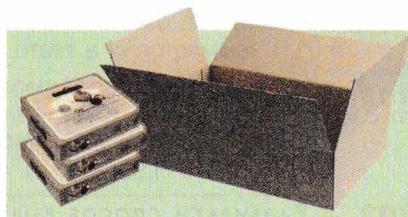
300 а) Группа туристов идёт от лагеря к станции, расстояние между которыми 3,5 км, со скоростью 4,7 км/ч. Сколько километров осталось пройти туристам, если они находятся в пути 0,5 ч?

б) Игорь идёт из дома на стадион со скоростью 5,5 км/ч. Через 0,2 ч после выхода из дома ему осталось пройти 0,4 км. Чему равно расстояние от дома до стадиона?

301 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** Коробка конфет весит 0,6 кг, а пачка печенья — 0,25 кг. В бандероль можно упаковать не более 2 кг.

1) Можно ли отправить в одной бандероли 3 коробки конфет? 4 коробки конфет? 8 пачек печенья? 4 пачки печенья и 2 коробки конфет?

2) Составьте другие наборы из конфет и печенья, которые можно упаковать в одну бандероль.



302 Обратите десятичную дробь в обыкновенную и выполните умножение. Представьте ответ, если возможно, в виде десятичной дроби:

- а) $\frac{2}{3} \cdot 0,15$; в) $\frac{1}{3} \cdot 0,1$; д) $3\frac{3}{4} \cdot 0,4$;
 б) $0,12 \cdot \frac{1}{6}$; г) $1,5 \cdot \frac{5}{9}$; е) $2,1 \cdot \frac{3}{7}$.

303 Найдите значение выражения:

- а) $0,4 \cdot 2,55 \cdot 1,6$; г) $17 - 3,44 \cdot 3,5$;
 б) $(1,34 + 0,9) \cdot 5,4$; д) $2,15 \cdot (3,9 + 0,18) \cdot 5$;
 в) $40 \cdot (7,85 - 3,9)$; е) $20,3 - 5,7 \cdot (2,4 + 0,43)$.

304 Вычислите:

- а) $2,1^2 - 2,1$; в) $2 \cdot 0,8^2$; д) $2,5^2 - 0,5^2$;
 б) $0,9 - 0,9^2$; г) $(2 \cdot 0,8)^2$; е) $(2,5 - 0,5)^2$.

305 ■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ ■ Музыканты, давшие благотворительный концерт, передали городу 4,5 млн р.

- 1) На строительство спортивных комплексов было выделено 0,7 этой суммы. Сколько денег было выделено на строительство?
- 2) На закупку лекарств для больниц было потрачено 0,2 этой суммы. Сколько было потрачено на лекарства?
- 3) Оставшаяся сумма денег была передана краеведческому музею для его реконструкции. Сколько денег было передано музею?

306 а) От ленты длиной 15 м отрезали 0,3 её длины. Сколько метров ленты осталось?

б) Уроки и перемены длятся 6 ч. На уроки уходит 0,75 этого времени. Сколько времени приходится на все перемены?

307 а) Дорога от станции до посёлка проходит по шоссе, просёлку и лесу. Дорога по шоссе составляет 0,4 всего пути, а по просёлку — 0,5 всего пути. Какая часть всего пути проходит по лесу? Сколько километров надо идти лесом, если весь путь от станции до посёлка равен 3,5 км?

б) При ремонте участка шоссе длиной 20 км в первый день отремонтировали 0,35 всего участка, во второй день — 0,4 всего участка, оставшее — в третий день. Сколько километров ремонтировали каждый день?

Б

308 Выполните действия:

- а) $0,14 \cdot 0,35 \cdot 2,2$; в) $4,4 \cdot 2,25 \cdot 10,2$; д) $32 \cdot 0,03 \cdot 1,1 \cdot 0,005$;
 б) $0,8 \cdot 0,375 \cdot 1,93$; г) $4 \cdot 0,15 \cdot 3,6 \cdot 0,001$; е) $1,6 \cdot 0,375 \cdot 0,05 \cdot 3,3$.

309 ■ РАЗБИРАЕМ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ■

1) Разберите, как выполнено умножение числа 48 на 0,5 и на 0,25:

$$48 \cdot 0,5 = 48 \cdot \frac{1}{2} = 48 : 2 = 24; \quad 48 \cdot 0,25 = 48 \cdot \frac{1}{4} = 48 : 4 = 12.$$

Вы видите, что умножение свелось к делению на 2 и на 4 соответственно.

2) Вычислите устно:

- а) $116 \cdot 0,5$; в) $780 \cdot 0,1$;
 б) $84 \cdot 0,25$; г) $1008 \cdot 0,25$.

310 Найдите значение выражения:

- а) $2,02 \cdot 0,45 + 5,0505 \cdot 2 + 39,1 \cdot 0,01$;
 б) $(6 - 1,96) \cdot (10,2 - 5,7) + (6,8 + 2,6) \cdot (0,37 + 0,03)$;
 в) $(1 - 0,34) \cdot (2 - 0,75) + 1,05 \cdot (4,882 + 3,018)$;
 г) $(8 - 5 \cdot 0,25) - (4,7 + 5,6 \cdot 0,125) \cdot 0,1$.

311 Турист шёл пешком полтора часа. Первые полчаса он шёл со скоростью 5,4 км/ч, затем 48 мин — со скоростью 4,5 км/ч, а оставшееся время — со скоростью 5 км/ч. Какое расстояние прошёл турист за эти полтора часа?

312 На дорогу от дома до стадиона Коля тратит 0,8 ч. На метро он едет 0,5 всего времени, 0,75 оставшегося времени он едет на троллейбусе, а остальное время идёт пешком. Сколько минут Коля идёт пешком?

313 Сторона квадрата равна 0,4 дм. Найдите сторону квадрата, площадь которого составляет 0,25 площади данного квадрата. Выразите ответ в сантиметрах.

Рассуждаем (314–315)

314 Вычислите рациональным способом:

- а) $1,5 \cdot 2,2 \cdot 2$; в) $2 \cdot 3,8 \cdot 0,5$; д) $13,7 \cdot 0,2 \cdot 5$;
 б) $6,54 \cdot 0,25 \cdot 4$; г) $2,5 \cdot 0,061 \cdot 4$; е) $0,25 \cdot 0,2 \cdot 4 \cdot 5$.

315 Вычислите, используя распределительное свойство умножения относительно сложения:

- а) $3,4 \cdot 2,6 + 1,3 \cdot 2,6 + 5,3 \cdot 0,7 + 5,3 \cdot 1,9$;
 б) $3,6 \cdot 3,8 + 3,6 \cdot 1,6 + 2,7 \cdot 4,6 + 0,9 \cdot 4,6$;
 в) $1,7 \cdot 2,3 - 1,7 \cdot 1,5 + 0,8 \cdot 2,2 - 0,8 \cdot 0,5$;
 г) $2,5 \cdot 3,5 - 1,6 \cdot 2,5 + 1,9 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 1,9$.

316 Решите задачу, составив выражение, соответствующее условию:

- а) Орехи расфасовали в пакеты по 0,7 кг: грецкие — в 20 пакетов, арахис — в 15 пакетов, миндаль — в 10 пакетов. Сколько всего килограммов орехов расфасовали в пакеты? Выразите ответ в килограммах и граммах.
 б) В санаторий привезли по 12 ящиков помидоров, огурцов и лука: помидоров в каждом ящике по 7,5 кг, огурцов — по 12,5 кг, а лука — по 5,5 кг. Сколько всего килограммов овощей привезли в санаторий?

П

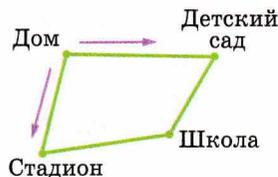
317 Выразите время в часах и, если возможно, запишите ответ в виде десятичной дроби:

- а) 2 ч 10 мин; б) 3 ч 45 мин; в) 1 ч 20 мин; г) 4 ч 48 мин.

318 **Верно или неверно** Верно ли, что:

- а) 100 г составляют 2% от 5 кг;
 б) 10 р. составляют более 1% от 1000 р.;
 в) 19 человек составляют менее 2% от 1000 человек?

- 319** ■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ ■ На плане изображены две дороги, по которым можно пройти из дома в школу: мимо стадиона или мимо детского сада (рис. 4.4). Выполните необходимые измерения, выразите длины в сантиметрах и определите, какой путь короче.



- 320** ■ ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ ■ Выполните следующее построение:

- проведите две пересекающиеся прямые;
- начертите окружность с центром в точке пересечения прямых;
- обозначьте точки пересечения прямых и окружности;
- соедините отрезками каждую пару соседних точек.

Как надо было провести пару прямых, чтобы получился:

а) квадрат; б) прямоугольник произвольного вида?

■ Рис. 4.4

4.4 Деление десятичных дробей

Вы видели, что результат сложения, вычитания и умножения десятичных дробей выражается десятичной дробью. Иначе обстоит дело с делением.

Возьмём, например, частные $0,28 : 1,4$ и $1,2 : 0,9$ и вычислим каждое из них, перейдя к обыкновенным дробям:

$$0,28 : 1,4 = \frac{28}{100} : \frac{14}{10} = \frac{28 \cdot 10}{100 \cdot 14} = 0,2;$$

$$1,2 : 0,9 = \frac{12}{10} : \frac{9}{10} = \frac{12 \cdot 10}{10 \cdot 9} = \frac{4}{3}.$$

В первом случае мы получили десятичную дробь $0,2$, а во втором — обыкновенную дробь $\frac{4}{3}$, которая в десятичную не обращается.

Таким образом, частное двух десятичных дробей не всегда можно выразить десятичной дробью.

Если частное выражается десятичной дробью, его можно вычислить, используя деление уголком, так же как при делении натуральных чисел. Рассмотрим сначала случай деления десятичной дроби на натуральное число. Этот случай можно считать главным, так как все остальные сводятся к нему.

Пример 1. Найдём частное $7,47 : 3$.

Разберите, как выполнено деление. Сначала разделили на 3 целую часть дроби $7,47$, после этого в частном поставили запятую. Остаток от деления раздробили в десятые и разделили 14 десятых

$$\begin{array}{r} 7,47 : 3 \\ \underline{6} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

на 3. Новый остаток раздробили в сотые и разделили 27 сотых на 3. Ноль в остатке означает, что деление закончено. Таким образом, $7,47 : 3 = 2,49$.

Деление десятичной дроби на натуральное число выполняется так же, как и деление натуральных чисел. Сразу после того, как закончено деление целой части, в частном ставят запятую.

Пример 2. Найдём частное $1,28 : 4$.

В этом случае целая часть делимого меньше делителя. Поэтому в частном записали 0 целых, после чего поставили запятую и продолжили деление. Получили $1,28 : 4 = 0,32$.

Пример 3. Найдём частное $93,2 : 16$.

Посмотрите, как выполнено деление. Когда все цифры делимого 93,2 были снесены, ноль в остатке не получился. Однако мы знаем, что десятичная дробь не изменится, если к ней приписать справа нули. Поэтому, чтобы продолжить деление, мы последовательно приписывали к делимому нули и вычисляли следующие цифры частного.

Получили, что $93,2 : 16 = 5,825$.

Заметим, что в подобных случаях ноль можно приписывать не к делимому, а непосредственно к остатку.

Пример 4. Оксана собрала морковь с трёх одинаковых грядок: с одной 2,5 кг, с другой 2,8 кг, с третьей 1,9 кг. Чтобы определить среднюю урожайность с грядки, она вычислила массу моркови и результат разделила на три: $\frac{2,5 + 2,8 + 1,9}{3} = \frac{7,2}{3} = 2,4$ (кг).

Число 2,4 — это *среднее арифметическое чисел* 2,5; 2,8; 1,9.

Средним арифметическим нескольких чисел называется частное от деления суммы этих чисел на их количество.

- На примере вычисления частного чисел 11,9 и 5 расскажите, как можно разделить уголком десятичную дробь на натуральное число.
- Объясните, как найти среднее арифметическое чисел 1,8 и 3,7.

Деление на десятичную дробь легко свести к делению на натуральное число. Возьмём, например, частное $0,126 : 0,45$. Его значение не изменится, если делимое и делитель умножить на 100. Поэтому $0,126 : 0,45 = 12,6 : 45$.

$$\begin{array}{r} 1,28 \overline{) 4} \\ \underline{0} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93,200 \overline{) 16} \\ \underline{80} \\ 132 \\ \underline{128} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$$

Обратите внимание: чтобы из первого частного получить второе, достаточно в делимом и делителе перенести запятую на два знака вправо. Это и понятно: ведь умножение десятичной дроби на единицу с несколькими нулями равнозначно переносу запятой на столько же цифр вправо.

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную дробь, нужно:

- в делимом и делителе перенести запятую на столько цифр вправо, сколько их содержится после запятой в делителе;
- выполнить деление на натуральное число.

■ Объясните, как делят десятичную дробь на десятичную. Вычислите:
а) $30,2 : 0,4$; б) $3,5 : 0,07$.

А

321 Выполните деление (используйте в качестве образца пример 1):

- а) $192,6 : 9$; в) $17,22 : 2$; д) $336,6 : 11$; ж) $28,29 : 23$;
б) $477,4 : 14$; г) $30,25 : 5$; е) $8,176 : 4$; з) $17,15 : 7$.

322 Вычислите (используйте в качестве образца пример 2):

- а) $4,41 : 7$; в) $4,88 : 8$; д) $10,71 : 21$; ж) $0,121 : 11$;
б) $8,28 : 9$; г) $4,65 : 15$; е) $5,12 : 32$; з) $0,115 : 5$.

323 Найдите частное (в качестве образца воспользуйтесь примером 3):

- а) $5,87 : 2$; в) $3,42 : 4$; д) $13,8 : 15$; ж) $14,7 : 12$;
б) $10,63 : 2$; г) $10,4 : 5$; е) $24,4 : 8$; з) $44,5 : 4$.

324 Обратите обыкновенную дробь в десятичную двумя способами:

- 1) приведя дробь к знаменателю, равному степени 10;
- 2) разделив уголком числитель дроби на знаменатель:

- а) $\frac{13}{40}$; б) $\frac{18}{25}$; в) $\frac{7}{8}$; г) $\frac{9}{20}$.

325 Найдите среднее арифметическое двух величин:

- а) 17 л и 19 л; б) 175 г и 168 г; в) 9,7 км и 8,9 км.

326 Отметьте на координатной прямой точки $A(6)$, $B(11)$ и точку C , координата которой есть среднее арифметическое координат точек A и B . Найдите длины отрезков AB , AC и CB . Сделайте вывод о расположении точек A , B и C .

327 а) Собака весит 20,2 кг. Щенок в 4 раза легче, а кошка в 10 раз легче собаки. Сколько весит щенок и сколько кошка?

б) В первом бидоне в 3 раза больше молока, чем во втором, а во втором в 2 раза больше, чем в третьем. Сколько молока в каждом бидоне, если в первом 4,5 л молока? Сколько всего литров молока?

328 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** ■ Преобразуйте частное так, чтобы делитель был целым числом, и выполните деление:

- а) $1,74 : 0,6$; в) $17,28 : 7,2$; д) $0,343 : 0,7$; ж) $3,36 : 1,5$;
 б) $512 : 0,16$; г) $12,25 : 0,005$; е) $81,2 : 0,35$; з) $1050 : 4,2$.

329 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** ■ Вычислите:

- а) $3,534 : 0,5$; в) $1,23 : 0,6$; д) $14,23 : 0,1$; ж) $0,04 : 2,5$;
 б) $0,945 : 1,8$; г) $28,42 : 1,4$; е) $11,1 : 0,04$; з) $0,24 : 0,001$.

330 ■ **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** ■ а) Ваш шаг равен 0,5 м. Сколько шагов вам надо сделать, чтобы пройти 6 м?

б) Каждая таблетка содержит 0,25 мг лекарства. Сколько таблеток в день вы должны принять, если вам назначено 2 мг лекарства в сутки?

331 а) На упаковке некоторого товара указаны его стоимость и масса. Сколько стоит 1 кг этого товара, если 1,5 кг стоят 54 р.? А если 0,4 кг стоят 25 р.?

б) Цена некоторого товара 98 р. за 1 кг. Сколько купили этого товара, если за покупку заплатили 34,3 р.? 441 р.?

332 а) Сколько кусков ленты по 2,5 м получится из мотка длиной 23 м?

б) В бидоне содержится 4,6 л молока. Сколько бутылок вместимостью 0,5 л потребуется, чтобы разлить в них всё молоко из бидона?

333 Найдите неизвестное число: а) $x \cdot 4 = 2,4$; б) $4,8 : x = 6$; в) $x : 25 = 1,2$.

Найдите значение выражения (**334—335**).

334 а) $6,144 : 12 + 1,64$; в) $(62,1 - 61,44) : 1,2$;

б) $0,07 - 0,1001 : 1,43$; г) $48 : (73,29 + 46,71)$.

335 а) $40,28 - 22,5 : 12,5 + 1,7$; в) $30 - 19,56 : (4,2 + 3,95)$;

б) $(4,8 - 0,42 \cdot 8,5) : 0,5$; г) $(2,6 - 1,04) : 0,24 \cdot 0,8$.

336 Чтобы сшить кухонные полотенца, хозяйка отрезала от куска полотна длиной 5,5 м несколько кусков по 0,65 м. У неё остался кусок длиной 0,95 м. Сколько полотенец сшила хозяйка?

337 а) В одном пакете 1,5 кг кофе, а в другом 0,9 кг. Сколько кофе надо пересыпать из одного пакета в другой, чтобы кофе в них оказалось поровну? Сколько кофе будет после этого в каждом пакете?

б) В двух пакетах 1,3 кг семян. Если из одного пакета переложить в другой 0,15 кг семян, то семян в пакетах станет поровну. Сколько семян было в каждом пакете первоначально?

338 а) Масса двух кусков сыра 1,4 кг. Один из них в 3 раза тяжелее другого. Найдите массу большего куска.

б) В двух пакетах 3,75 кг конфет. В одном пакете конфет в 2 раза меньше, чем в другом. Сколько конфет в большем пакете?

Б

339 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ Известно, что $17 : 8 = 2,125$. Используя этот результат, найдите частное: $1,7 : 0,8$; $0,17 : 8$; $17 : 0,08$.

Найдите значение выражения (**340–341**).

340 а) $3,5 \cdot (8,68 + 1,136) - 135,531 : 33,3$; в) $46,08 : (1,5 - 1,116) \cdot 0,04 + 44,8$;
б) $(8,94 + 9,39) : (7,57 - 1,4 \cdot 2,05)$; г) $8,364 : (8 - 3,92) - 2,05 \cdot 0,4$.

341 а) $3,5 : 7 + 2,8 : 0,4 - 0,74 \cdot 5$;
б) $0,57 : 1,9 \cdot 4,4 - 0,68 : 1,7 : 0,4$;
в) $10,02 \cdot 5 - (44 - (34,5 + 7,87)) : 0,05$;
г) $3,36 : 3,2 + (4 - (7 - 6,3) \cdot 4,2) - 1,1$.

342 Для одинаковых подарков к детскому празднику взяли 4,2 кг шоколадных конфет, а карамели на 2,4 кг больше. Чему равна масса конфет в подарке, если в каждом из них 0,175 кг шоколадных конфет?

343 Туристическая тропа от станции до лагеря сначала поднимается в гору, а потом спускается с горы. Расстояние в гору в 4 раза короче, чем с горы, а весь путь составляет 7,5 км. Туристы преодолели путь в гору за 0,6 ч, а остальной путь до лагеря за 1,5 ч. Определите скорость туристов на подъёме и на спуске.

344 На покраску двух стен дома израсходовали 7,26 кг краски. Сколько килограммов краски было израсходовано на каждую стену, если площадь одной из них на 6 м² больше, чем площадь другой, а на каждый квадратный метр требуется 0,22 кг краски?

345 Огород имеет форму прямоугольника, длина которого 8 м, ширина 2,5 м. На 0,4 всей площади огорода посажена морковь, на остальной — лук и чеснок, причём луком засажена площадь, в 4 раза бóльшая, чем чесноком. Какая площадь засажена морковью, луком и чесноком в отдельности?

346 ■ **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** ■ Представьте, что вы помогаете родителям делать ремонт в ванной комнате, которая имеет длину 3,5 м и ширину 2,5 м. Стены высотой 2,5 м требуется обложить плитками, исключая окно и дверь, которые занимают 0,1 площади стен. Сколько требуется плиток квадратной формы со стороной 25 см?

347 Столб, врытый в землю, возвышается над землёй на 0,8 своей длины. Чему равна длина столба, если его надземная часть 1,6 м?

348 Под посадку картофеля отвели 0,6 всего участка земли, под посадку моркови — 0,3 этого участка, а на оставшихся 2 сотках (200 м²) посадили лук. Определите площадь всего участка земли. Выразите её в гектарах.

349 Когда турист прошёл 0,35 всего пути, то до середины пути ему осталось пройти 6 км. Найдите длину всего пути.

П

350 Какие цифры можно подставить вместо звёздочки, чтобы полученное неравенство было верным:

а) $0,566 < 0,5*6$; б) $2*,03 < 23,03$; в) $0,*7 < 0,17?$

351 Вычислите, обратив десятичную дробь в обыкновенную:

а) $0,75 + \frac{1}{28} + \frac{5}{7}$; б) $\frac{8}{15} + \frac{1}{3} - 0,2$.

352 Какие натуральные числа заключены между данными десятичными дробями? Запишите ответ в виде цепочки неравенств:

а) 2,75 и 4,05; б) 1,08 и 5,06; в) 12,001 и 16,9.

Образец. $11,3 < 12 < 13 < 14 < 15 < 16 < 16,5$.

4.5 Деление десятичных дробей (продолжение)

Задания, которые вы выполняли при изучении предыдущего пункта, сводились к нахождению частного десятичных дробей делением уголком. Однако этот приём годится далеко не всегда.

Пусть нужно найти частное $0,05 : 0,3$. Попробуем вычислить его с помощью деления уголком. Для этого будем делить 0,5 на 3.

Вы видите, что при делении всё время повторяется один и тот же остаток — число 2. Значит, деление никогда не закончится, сколько бы мы его ни продолжали.

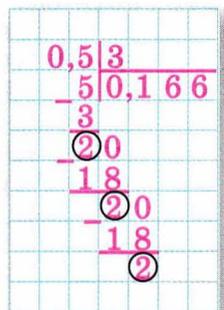
Но частное чисел 0,05 и 0,3 существует, найди его, конечно же, можно. Для этого достаточно перейти к обыкновенным дробям:

$$0,05 : 0,3 = \frac{5}{100} : \frac{3}{10} = \frac{5}{100} \cdot \frac{10}{3} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Обратите внимание: частное $0,05 : 0,3$ равно дроби $\frac{1}{6}$, которая в десятичную не обращается. Поэтому деление уголком дроби 0,5 на 3 и оказалось бесконечным.

Заметим, что вычислить частное $0,05 : 3$ можно иначе: записать его в виде дроби и преобразовать эту дробь так, чтобы в числителе и знаменателе оказались натуральные числа:

$$0,05 : 0,3 = \frac{0,05}{0,3} = \frac{0,05 \cdot 100}{0,3 \cdot 100} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$



■ Вычислите частное $1,37 : 0,3$ двумя способами:

1) переходя к обыкновенным дробям;

2) записав частное в виде дроби $\frac{1,37}{0,3}$.

А

- 353** Найдите частное, перейдя к обыкновенным дробям, и, если возможно, выразите ответ десятичной дробью:
а) $0,7 : 0,3$; б) $4,2 : 2,8$; в) $0,33 : 0,9$; г) $0,24 : 1,5$; д) $0,04 : 1,2$.
- 354** Найдите значение выражения:
а) $\frac{0,4}{0,5}$; б) $\frac{0,25}{1,5}$; в) $\frac{1,7}{0,3}$; г) $\frac{12,6}{1,2}$; д) $\frac{3,8}{20}$; е) $\frac{0,24}{0,9}$.
- 355** Вычислите:
а) $\frac{2}{3} : 0,2$; б) $1,4 : \frac{2}{7}$; в) $\frac{8}{9} : 1,6$; г) $0,8 : \frac{4}{7}$; д) $\frac{5}{12} : 0,01$.
- 356** Какую часть улицы асфальтирует машина за 1 ч, если на асфальтирование всей улицы требуется 4 ч? 2,5 ч? 1,5 ч? 0,8 ч?
- 357** Газированную воду на фабрике разливают в банки по 0,33 л. Сколько полных банок получится при разливе 100 л газированной воды?
- 358** а) В мешке в 1,5 раза больше сахара, чем в коробке, и в 12,5 раза больше, чем в банке. Сколько сахара в коробке и сколько в банке, если в мешке 37,5 кг сахара?
б) Арбуз в 2,5 раза тяжелее дыни, а дыня в 2,5 раза тяжелее кабачка. Сколько весит дыня и сколько кабачок, если арбуз весит 5,5 кг?
- 359** а) От одной станции до другой 165 км. Первые 1,5 ч поезд шёл со скоростью 60 км/ч. Остальной путь он прошёл за 1,2 ч. С какой скоростью прошёл поезд второй перегон?
б) От посёлка до станции 2,7 км. Андрей проходит это расстояние пешком за 0,6 ч. За какое время он проезжает это расстояние на велосипеде, если на велосипеде он едет со скоростью, на 6,3 км/ч большей, чем идёт пешком? Выразите ответ в минутах.

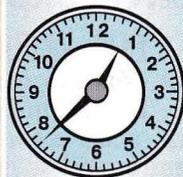
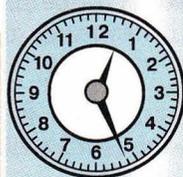
Б

- 360** В таблице приведены данные о средней урожайности картофеля в хозяйствах некоторого района. Определите среднюю урожайность (среднее арифметическое) картофеля по району. В каких хозяйствах урожайность выше средней?

Номер хозяйства	1	2	3	4	5	6
Урожай, ц/га	23,9	21,7	20,5	19,6	18,9	17,8

- 361** а) Таня проезжает на велосипеде 2,4 км за 9 мин, а Коля проезжает 4,4 км за 16 мин. С какой скоростью едет каждый из них? Выразите скорости Тани и Коли в километрах в час.

б) Расстояние между станциями Вороново и Сорокино равно 12,5 км. Электричка отошла от станции Вороново в 12 ч 26 мин и прибыла на станцию Сорокино в 12 ч 38 мин. С какой скоростью прошла электричка расстояние между этими двумя станциями? Выразите скорость электрички в километрах в час.



362 Вычислите:

а) $\frac{3,4 + 2,8}{0,2}$; б) $\frac{1,2}{1 - 0,4}$; в) $\frac{3 - 0,5}{3 + 0,5}$; г) $\frac{4,5 - 2,7}{14,6 + 15,4}$.

Образец. Вычисления можно вести цепочкой:

$$\frac{2 - 0,75}{2 + 0,75} = \frac{1,25}{2,75} = \frac{125}{275} = \frac{5}{11}.$$

363 Вычислите:

а) $\frac{5 \cdot 0,1}{0,6}$; б) $\frac{0,5 \cdot 3}{0,3}$; в) $\frac{10 \cdot 0,7}{4}$; г) $\frac{13}{2,6 \cdot 0,5}$.

Образец. Найдём значение выражения $\frac{1,4 \cdot 0,2}{2,1}$. Для этого преобразуем выражение так, чтобы в числителе и знаменателе были натуральные числа:

$$\frac{1,4 \cdot 0,2}{2,1} = \frac{1,4 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 10}{2,1 \cdot 100} = \frac{14 \cdot 2}{21 \cdot 10} = \frac{2}{15}.$$

364 Вычислите:

а) $\frac{5,8 - 2,65}{1,4 \cdot (3,7 - 2,2)}$; в) $\frac{(36,8 - 28,9) \cdot 3}{(12,52 + 12,48) \cdot 0,4}$;
 б) $\frac{3,5 \cdot (4,9 - 4,6)}{2 \cdot (4,5 - 3,6)}$; г) $\frac{(15,94 + 17,54) \cdot 3}{10,06 + 14,24}$.

365 Воспользовавшись приведённым образцом, найдите значение выражения:

а) $1,4 \cdot 1,5 : 2,1$; в) $0,36 : (4,5 : 0,25)$;
 б) $9 : 0,12 : 300$; г) $5,6 : (120 \cdot 0,7)$.

Образец. $2,25 : 0,15 \cdot 0,4 = \frac{225}{100} : \frac{15}{100} \cdot \frac{4}{10} = \frac{225}{100} \cdot \frac{100}{15} \cdot \frac{4}{10} =$
 $= \frac{225 \cdot 100 \cdot 4}{100 \cdot 15 \cdot 10} = \frac{15 \cdot 4}{10} = 6.$

П

366 Луна вращается вокруг Земли. В перигее – точке её орбиты, ближайшей к Земле, – расстояние до Земли равно 363 104 км, в апогее – точке орбиты, наиболее удалённой от Земли, – расстояние до Земли равно 405 696 км. Округлите эти значения до тысяч.

Подобно тому как натуральные числа округляют до десятков, сотен, тысяч и т. д., десятичные дроби можно округлять до единиц, десятых, сотых, тысячных и т. д.

Например:

$3,8026 \approx 4$ — округление до единиц (3,8026 ближе к 4, чем к 3);

$3,8026 \approx 3,8$ — округление до десятых (3,8026 ближе к 3,8, чем к 3,9);

$3,8026 \approx 3,80$ — округление до сотых (3,8026 ближе к 3,80, чем к 3,81).

Обратите внимание на третье приближённое равенство: чтобы показать, что округление проведено до сотых, мы оставили цифру «ноль» в разряде сотых.

Рассмотренные примеры позволяют сформулировать правило, по которому можно округлять десятичные дроби.

- Если справа от разряда, до которого округляют число, стоит цифра 5 или цифра, большая 5, то к цифре этого разряда прибавляют 1, в противном случае эту цифру оставляют без изменения;
- все цифры, расположенные правее разряда, до которого округляют число, отбрасывают.

Пример 1. Округлим дробь 0,172504 до десятых.

После запятой мы должны оставить одну цифру. Правее разряда десятых стоит цифра, большая 5, поэтому цифру в разряде десятых следует увеличить на единицу:

$$0,172504 \approx 0,2.$$

Пример 2. Округлим дробь 0,39608 до сотых:

$$0,39608 \approx 0,40.$$

Это трудный случай. Прибавив единицу к цифре 9 в разряде сотых, мы получили 10 сотых. Поэтому в разряде сотых оказался 0, а в разряде десятых добавилась одна разрядная единица.

- Проиллюстрируйте правило округления десятичных дробей на примере округления дроби 0,3725 до сотых, до тысячных.
- До какого разряда округляли десятичную дробь, если в результате получилось число: а) 72,4; б) 1,50?
- Приведите пример, когда в результате округления десятичной дроби получается целое число.

Вы знаете, что не всякую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной. Однако для практических расчётов десятичные дроби удобнее, поэтому часто обыкновенную дробь заменяют близкой ей десятичной дробью с нужным числом знаков после запятой. А для этого прибегают к делению уголком.

Пример 3. Выразим дробь $\frac{7}{15}$ приближённо десятичной дробью с двумя знаками после запятой.

Будем делить уголком числитель дроби $\frac{7}{15}$ на её знаменатель и оборвём деление в тот момент, когда получим третий знак после запятой.

Округлим дробь 0,466 до сотых и получим, что $\frac{7}{15} \approx 0,47$.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 15 \\ \hline -70 & 0,466 \\ \hline 60 & \\ -100 & \\ \hline 90 & \\ -100 & \\ \hline 90 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

Пример 4. В пошивочной мастерской из 10 метров ткани изготовили 7 одинаковых детских костюмов. Сколько ткани пошло на один костюм?

Понятно, что естественная форма ответа в такой задаче — это указание метров и сантиметров. Поэтому будем делить уголком 10 на 7.

Таким образом, на один костюм пошло примерно 1,4 м, т. е. 1 м 40 см.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 7 \\ \hline -7 & 1,42 \\ \hline 30 & \\ -28 & \\ \hline 20 & \end{array}$$

- Выразите приближённо обыкновенную дробь десятичной дробью с двумя знаками после запятой: $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{9}$.

A

370 Покажите примерное расположение каждого числа на координатной прямой. Между какими последовательными целыми числами оно заключено? Назовите целое число, являющееся его приближённым значением с недостатком; приближённым значением с избытком:

- а) 3,3; 5,7; 0,1; б) 2,04; 1,52; 6,39.

Образец. $3,71 \approx 3$ (с нед.); $3,71 \approx 4$ (с изб.).

371 ■ **Рассуждаем** ■ Какое из приближённых равенств точнее:

- а) $0,36 \approx 0,4$ или $0,36 \approx 0,3$; в) $2,834 \approx 2,83$ или $2,834 \approx 2,84$;
б) $1,654 \approx 1,6$ или $1,654 \approx 1,7$; г) $3,497 \approx 3,49$ или $3,497 \approx 3,50$

372 а) В старину при изготовлении лекарств пользовались специальными единицами аптекарского веса — унциями: 1 унция равнялась 31,1035 г. Округлите это число до десятых; до единиц. Скольким целым граммам примерно равна 1 аптекарская унция?

б) В английской системе мер для измерения массы используют фунты: 1 фунт $\approx 0,45359237$ кг. Округлите это число до тысячных; до сотых; до десятых. Сколько примерно граммов содержится в 1 фунте?

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (373–375)

373 Округлите до единиц:

- а) 38,459; б) 105,83; в) 0,963; г) 9,5004; д) 29,48.

374 Округлите до десятых, до сотых, до тысячных:

- а) 28,37267; б) 43,52859; в) 106,09311; г) 4,03954.

375 Округлите:

- десятичную дробь 282,0954 до десятых, до сотых, до тысячных;
- натуральное число 2 820 954 до десятков, до сотен, до тысяч.

Чем похожи и чем различаются округление натуральных чисел и округление десятичных дробей?

376 **ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО** Ученики выполняли задание на округление десятичных дробей, и при этом было допущено несколько ошибок. В каждом случае объясните, в чём заключается ошибка, и выполните округление правильно.

- При округлении числа 8,01253 до тысячных получилось $8,01253 \approx 8,012$.
- При округлении числа 0,597 до сотых получилось $0,597 \approx 0,6$.
- При округлении числа 123,756 до десятых получилось $123,756 \approx 120$.

377 Площадка для игры в бадминтон имеет размеры 13,4 м и 5,2 м. Найдите площадь игрового поля. (Полученное число округлите до единиц.)

378 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** Коля купил продукты, причём масса свёртков оказалась равной 0,756 кг, 1,2 кг и 2,87 кг. Чтобы выяснить, тяжёлой ли будет сумка, он прикинул, сколько примерно килограммов ему придётся нести: $0,756 \approx 1$; $1,2 \approx 1$; $2,87 \approx 3$; $1 \text{ кг} + 1 \text{ кг} + 3 \text{ кг} = 5 \text{ кг}$.

Рассуждая таким же образом, прикиньте общую массу покупок, если масса каждой равна: а) 2,05 кг, 3,7 кг и 0,925 кг; б) 1,87 кг, 2,2 кг и 3,08 кг.

379 Даны дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$.

Какие из них можно представить в виде десятичных дробей? Если дробь нельзя представить в виде десятичной дроби, то запишите её приближённое значение с двумя знаками после запятой.

Б

380 Выразите приближённо обыкновенную дробь десятичной дробью с одним, двумя, тремя знаками после запятой: а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{2}{9}$; г) $\frac{4}{7}$.

381 Найдите приближённое значение частного, выраженное десятичной дробью с двумя знаками после запятой:

- а) $7 : 0,3$; б) $0,28 : 0,9$; в) $3,5 : 1,5$; г) $2 : 1,2$.

4.7 Задачи на движение

Продолжим учиться решать задачи, в которых два участника движения. Вы уже решали задачи, когда участники двигаются в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга или сближаясь друг с другом.

■ Как изменяется расстояние между автобусом и автомобилем (уменьшается или увеличивается) и на сколько километров в час, если скорость автобуса 50 км/ч, автомобиля 80 км/ч и они движутся:

- 1) из одного и того же пункта в противоположных направлениях;
- 2) из разных пунктов навстречу друг другу?

Теперь остановимся на задачах, когда участники движутся в одном направлении.

Задача 1. Один пешеход идёт со скоростью 4 км/ч, а другой идёт вслед за ним со скоростью 6 км/ч (рис. 4.7). В начальный момент времени расстояние между ними было равно 3 км. Через какое время второй пешеход догонит первого?

Решение. Скорость второго пешехода больше скорости первого на $6 - 4 = 2$ (км/ч), т. е. их *скорость сближения* равна 2 км/ч. Тогда время, через которое он догонит первого пешехода, равно $3 : 2 = 1,5$ (ч).

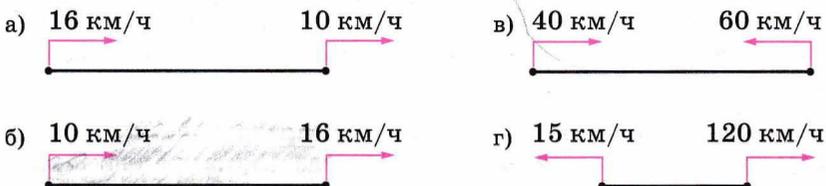


■ Рис. 4.7

Обратите внимание: если бы пешеходы поменялись местами, то с каждым часом они удалялись бы друг от друга на $6 - 4 = 2$ (км/ч) — это их *скорость удаления*. Так, например, через полчаса расстояние между пешеходами увеличилось бы на 1 км.

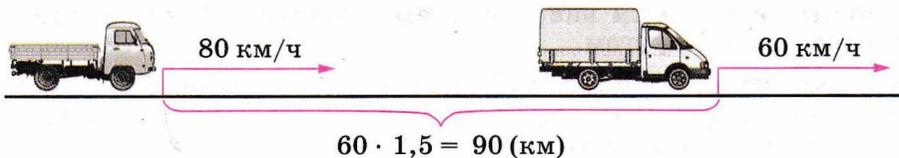
■ Для каждого рисунка (рис. 4.8, а–г):

- 1) опишите ситуацию, которая может иллюстрировать этот рисунок;
- 2) определите, о какой скорости — сближения или удаления — следует говорить в данном случае, и найдите эту скорость.



■ Рис. 4.8

Задача 2. Автомобиль выехал из пункта А со скоростью 60 км/ч. Через 1,5 ч вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 80 км/ч (рис. 4.9). Через какое время и на каком расстоянии от А второй автомобиль догонит первый?



■ Рис. 4.9

Решение.

- 1) $60 \cdot 1,5 = 90 \text{ (км)}$ — расстояние, пройденное первым автомобилем за 1,5 ч;
- 2) $80 - 60 = 20 \text{ (км/ч)}$ — скорость сближения автомобилей;
- 3) $90 : 20 = \frac{90}{20} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (ч)}$ — время, которое потребуется второму автомобилю, чтобы догнать первый;
- 4) $80 \cdot 4,5 = 360 \text{ км}$ — расстояние от пункта А, на котором второй автомобиль догонит первый.

Ответ. Через 4 ч 30 мин; 360 км.

- Составьте план решения задачи: «Оля вышла из дома, а через 6 мин её сестра отправилась вдогонку за ней. Оля за 1 мин проходит 50 м, а её сестра — 70 м. Через сколько минут после своего выхода сестра догонит Олю?»

А

- 390** 1) Два велосипедиста одновременно выехали из одного пункта в противоположных направлениях со скоростями 10 км/ч и 12 км/ч. На каком расстоянии друг от друга они будут через 1 ч? через 1,3 ч?
- 2) Два велосипедиста выехали из двух посёлков одновременно навстречу друг другу и встретились через 0,6 ч. Скорость одного 11 км/ч, другого 14 км/ч. Чему равно расстояние между посёлками?
- 3) Расстояние между двумя туристическими базами 22,5 км. Из этих баз одновременно навстречу друг другу вышли два туриста. Один из них идёт со скоростью 4,3 км/ч, а другой — со скоростью 4,7 км/ч. Какое расстояние будет между туристами через 1 ч? через 1,5 ч? Через сколько часов они встретятся?
- 391** Расстояние между станциями 350 км. От этих станций одновременно навстречу друг другу отправились два поезда. Они встретились через 2,5 ч. Найдите скорость первого поезда, если скорость второго 65 км/ч.
- Подсказка.* Сначала найдите скорость сближения поездов.

392 1) Как изменяется расстояние между автобусом и автомобилем (уменьшается или увеличивается) и на сколько километров в час, если скорость автобуса 50 км/ч, автомобиля 80 км/ч и они движутся:

- в одном направлении и автобус едет за автомобилем;
- в одном направлении и автомобиль едет за автобусом?

2) Решите задачу:

а) Расстояние между городами, расположенными на одном шоссе, равно 34 км. Из этих городов одновременно в одном направлении выехали два автобуса. Скорость первого автобуса 70 км/ч, второго 40 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 0,5 ч? Через какое время между ними будет расстояние 94 км?

б) Когда Ира вышла из дома в школу, Юля была на 240 м впереди неё. Через сколько минут Ира догонит Юлю, если будет идти со скоростью 80 м/мин, а Юля идёт со скоростью 60 м/мин? На каком расстоянии от дома Ира догонит Юлю?

393 Два катера одновременно отправились от одной пристани в одном направлении. Их скорости соответственно равны 20 км/ч и 30 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1 ч? через 1,5 ч? Через сколько часов расстояние между ними будет равно 25 км?



394 **■ Действуем по плану ■** Прочитайте задачу:

«Расстояние между станциями А и В равно 165 км. От этих станций одновременно навстречу друг другу отправляются два поезда и встречаются через 1,5 ч на разъезде, который находится в 90 км от станции А. С какой скоростью идут поезда?»

Решите задачу по плану:

- Чему равна скорость сближения поездов?
- Чему равна скорость поезда, следующего от станции А?
- Чему равно расстояние от станции В до места встречи поездов?
- Чему равна скорость поезда, следующего от станции В?

395 Расстояние между посёлками А и В 24 км. Из посёлка А по направлению к посёлку В выехал автобус. Одновременно с ним из посёлка В в том же направлении выехал велосипедист. Автобус через 0,6 ч догнал велосипедиста на расстоянии 9 км от посёлка В. С какой скоростью ехал автобус и чему была равна скорость велосипедиста?

Подсказка. Воспользуйтесь схематическим рисунком (рис. 4.10).

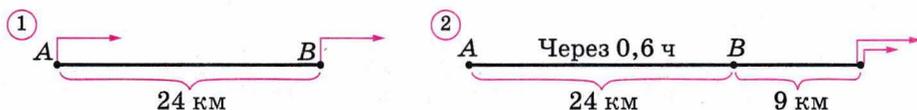


Рис. 4.10

- 396** а) Собственная скорость лодки $8,5$ км/ч, а скорость течения реки $3,5$ км/ч. Расстояние между пристанями 15 км. Сколько времени затратит лодка на путь между пристанями туда и обратно?
- б) Город B находится в 63 км от города A ниже по течению реки. Теплоход плывёт из A в B и обратно. На сколько больше времени понадобится ему на обратный путь, если собственная скорость теплохода 32 км/ч, а скорость течения реки 4 км/ч?
- 397** а) Моторная лодка плыла $2,5$ ч по течению реки, а потом 2 ч по озеру. Собственная скорость лодки 32 км/ч, а скорость течения реки $2,4$ км/ч. Какое расстояние проплыла за это время моторная лодка?
- б) Туристы плыли $4,5$ ч на плоту, а затем $1,5$ ч на байдарке. Скорость течения реки 2 км/ч, а скорость байдарки в стоячей воде 20 км/ч. Какое расстояние проплыли туристы?

Б

- 398** 1) Колонна автобусов движется по шоссе со скоростью 60 км/ч. Скорость патрульной машины 85 км/ч. С какой скоростью патрульная машина сближается с первым автобусом, если она движется из конца колонны в её начало? С какой скоростью патрульная машина сближается с последним автобусом, если она движется от начала колонны к её концу?
- 2) Колонна автобусов длиной 400 м движется по шоссе со скоростью 50 км/ч. Инспектору, машина которого замыкает колонну, нужно подъехать в начало колонны. За сколько минут инспектор обгонит головной автобус, если будет ехать со скоростью 60 км/ч?
- Подсказка.* Выразите 400 м в километрах.
- 399** Из пункта A в пункт B вышел турист со скоростью $4,5$ км/ч. Через 2 ч из B в направлении к A вышел почтальон с такой же скоростью, и через $0,5$ ч после своего выхода он встретил туриста. Найдите расстояние от A до B .
- 400** Саша вышел из дома и направился к стадиону со скоростью 50 м/мин. Через 2 мин вслед за ним вышел его брат со скоростью 60 м/мин и догнал Сашу у стадиона. На каком расстоянии от дома находится стадион?
- 401** Из двух городов, расстояние между которыми 45 км, одновременно в одном направлении выехали автомобили со скоростями 70 км/ч и 60 км/ч, причём первый автомобиль догоняет второй. Через сколько часов расстояние между автомобилями будет равно 10 км? Почему задача имеет два решения?
- 402** Два поезда выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Расстояние между пунктами A и B равно 350 км. Скорость одного 65 км/ч, другого 75 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними составит 70 км? Почему задача имеет два решения?

403 Лодка и плот плывут по реке навстречу друг другу. Расстояние между ними равно 9 км. Через 0,5 ч лодка и плот встречаются. Лодка плывёт со скоростью 15 км/ч. Чему равна скорость течения реки и собственная скорость лодки?

П

404 Расположите в порядке убывания дроби $\frac{5}{11}$; $\frac{3}{7}$; 0,5.

405 Найдите: а) 0,6 от 50 м; б) 0,01 от 7 км; в) 0,1 от 1 кг.

406 Опровергните каждое из утверждений.

1) При делении на дробь в частном получается число, меньшее делимого.

2) Сумма двух дробных чисел также является числом дробным.

407 Скопируйте рисунок 4.11. Найдите расстояние от каждой вершины треугольника до прямой KM . Ответ запишите в сантиметрах.

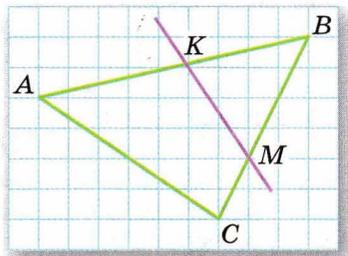


Рис. 4.11

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю правила сложения и вычитания десятичных дробей; умею складывать и вычитать десятичные дроби.

1. На примерах вычисления суммы и разности чисел 24,9 и 8,23 расскажите, как складывают и вычитают десятичные дроби.
2. Найдите сумму $3,005 + 0,265 + 18,79$, выполнив вычисления столбиком.

Умею умножать и делить дроби на 10, 100, 1000, ...

3. Вычислите:
а) $7,045 \cdot 100$; б) $0,8 \cdot 1000$; в) $25,14 : 10$; г) $6,38 : 100$.
4. Выразите:
а) 1,35 км в метрах; б) 730 г в килограммах.

Знаю правило умножения десятичных дробей; умею умножать десятичные дроби.

5. Расскажите, как определяют положение запятой при умножении десятичной дроби на десятичную дробь; на натуральное число. Вычислите:
а) $9,38 \cdot 1,5$; б) $0,06 \cdot 50$; в) $0,3^3$.

Умею выполнять деление десятичных дробей.

6. Вычислите частное, выполнив деление уголком: а) $7,92 : 1,8$; б) $0,91 : 2,6$.
7. Найдите частное: $0,7 : 0,3$.

Умею вычислять значения выражений, содержащих дробные числа, в том числе в ходе решения задач.

8. Найдите значение выражения: $8,8 - (2,6 + 1,68) : 4$.
9. Вычислите:
а) $0,7 + \frac{3}{5}$; б) $\frac{1}{6} \cdot 0,8$; в) $12 : 2,8$; г) $\frac{12 \cdot 3}{40}$.
10. Турист идёт со скоростью $4,5$ км/ч. За какое время он пройдёт $1,8$ км? Какой путь он пройдёт за $1,2$ ч?
11. С турбазы в одном направлении одновременно вышли два туриста со скоростями $3,5$ км/ч и $4,2$ км/ч. Какое расстояние будет между туристами через 2 ч?
12. Из 110 м ткани в мастерской сшили 7 чехлов для кресел и 3 чехла для диванов. На чехол для кресла пошло $6,5$ м ткани. Сколько ткани пошло на чехол для дивана?

Знаю правила округления десятичных дробей и умею применять их на практике.

13. Округлите число $1,69457$ до десятых, до сотых, до тысячных.
14. Ленту длиной $5,7$ м разрезали на 4 равные части. Найдите примерную длину каждой части. Ответ выразите в метрах и сантиметрах.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Окружность

Две прямые на плоскости или пересекаются, или параллельны. А каким может быть взаимное расположение прямой и окружности? Или двух окружностей? И встречаются ли такие случаи в жизни? Да. Например, если вам приходилось заглядывать в часовой механизм, ваше внимание наверняка привлекли вращающиеся и цепляющиеся друг за друга колёсики.

А знакомо ли вам древнейшее метательное оружие — праща? Для метания снаряда праща вращается над головой, а в момент наиболее сильного маха её свободный конец выпускается, и снаряд летит по прямой, перпендикулярной радиусу окружности в момент отрыва. И это лишь два примера.

5.1 Окружность и прямая

На рисунке 5.1, а изображена окружность с центром в точке O и прямая k , её не пересекающая. Расстояние от центра O до прямой равно длине перпендикуляра OM . Оно больше радиуса окружности.

Будем теперь перемещать прямую параллельно самой себе, приближая её к центру окружности. В какой-то момент расстояние от центра до прямой станет равным радиусу и точка M окажется на окружности (рис. 5.1, б). В этом случае прямую k называют **касательной** к окружности, а точку M — **точкой касания**.

Продолжим движение к центру. Расстояние от центра до прямой сначала будет уменьшаться, а после того как прямая пройдёт через центр — снова увеличиваться. Всё время, пока это расстояние будет меньше радиуса, прямая будет пересекать окружность (рис. 5.1, в). Как только оно опять станет равным радиусу, мы получим ещё одну касательную (рис. 5.1, г). А затем прямая и окружность вновь не будут иметь общих точек (рис. 5.1, д).

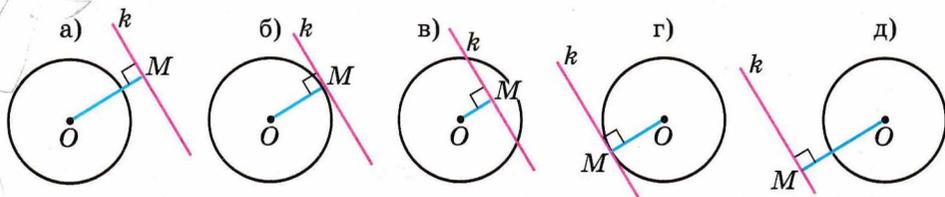


Рис. 5.1

Таким образом, прямая и окружность могут пересекаться, могут не пересекаться и, наконец, прямая может касаться окружности.

- Для каждого случая (см. рис. 5.1) сравните радиус окружности и расстояние от центра окружности до прямой.
- Сколько общих точек могут иметь прямая и окружность?

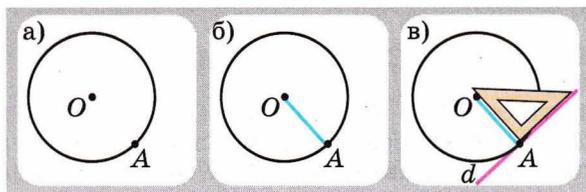
На рисунке 5.1, б хорошо видно свойство касательной:

Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

На этом свойстве основан способ построения касательной к окружности. На рисунке 5.2, а изображена окружность с центром в точке O , на ней отмечена точка A . Построим касательную к окружности в этой точке:

- проведём радиус OA (рис. 5.2, б);
- построим прямую d , перпендикулярную радиусу OA и проходящую через точку A (рис. 5.2, в).

Прямая d — касательная к окружности в точке A .



■ Рис. 5.2

В дальнейшем вы узнаете, что касательная играет большую роль при описании многих физических явлений. Взгляните на фото. На нём хорошо видно, что искры — раскалённые частички точильного камня, оторвавшиеся от него, — летят по касательной к кругу в точке отрыва.

- Каким свойством обладает касательная к окружности?
- Сколько можно провести касательных к окружности, параллельных некоторой прямой?

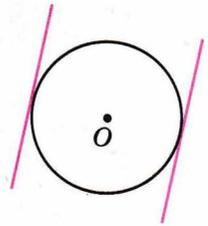


A

408 Что можно сказать о взаимном расположении прямой и окружности, если расстояние от центра окружности до прямой равно 4 см, а радиус окружности равен: а) 3 см; б) 4 см; в) 6 см?

Подсказка. Сделайте схематический рисунок.

- 409** ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** ■ Начертите произвольную окружность и отметьте на ней точку A . Постройте касательную к окружности в точке A .
- 410** К окружности, радиус которой равен 6 см, проведены две параллельные касательные (рис. 5.3). Чему равно расстояние между ними?
- 411** ■ **ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ** ■ Начертите две параллельные прямые. Постройте какую-нибудь окружность, для которой обе эти прямые являются касательными. Сколько таких окружностей можно построить? Где лежат их центры?
- 412** ■ **АНАЛИЗИРУЕМ** ■ Прямая k и окружность пересекаются в точках A и B . Прямая k перемещается к центру окружности параллельно самой себе. В какой момент длина отрезка AB будет наибольшей? Сделайте соответствующий рисунок.



■ Рис. 5.3

Б**ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ (413–414)**

- 413** Проведите прямую и построьте какую-нибудь окружность радиусом 3 см, для которой эта прямая является касательной. Сколько таких окружностей можно построить? Где расположены их центры?
- 414** Проведите прямую и отметьте на ней произвольную точку M . Постройте несколько окружностей разных радиусов, касающихся данной прямой в точке M . Где лежат центры всех таких окружностей?
- 415** Начертите в тетради квадрат со стороной 8 см. Постройте окружность, касающуюся всех сторон квадрата.

П

- 416** Представьте данное число в виде произведения двух десятичных дробей (укажите два решения):
а) 0,12; б) 0,064; в) 0,0002; г) 0,3.
- 417** Найдите значение каждого из выражений:
1) $25 - 3,6 \cdot 1,5 + 2,5$;
2) $(25 - 3,6) \cdot (1,5 + 2,5)$;
3) $25 - 3,6 \cdot (1,5 + 2,5)$.
- 418** ■ **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** ■ 1) В полиэтиленовый пакет, выдерживающий 5 кг, положили 1,8 кг огурцов, а яблок в 1,5 раза больше. Не порвётся ли пакет?

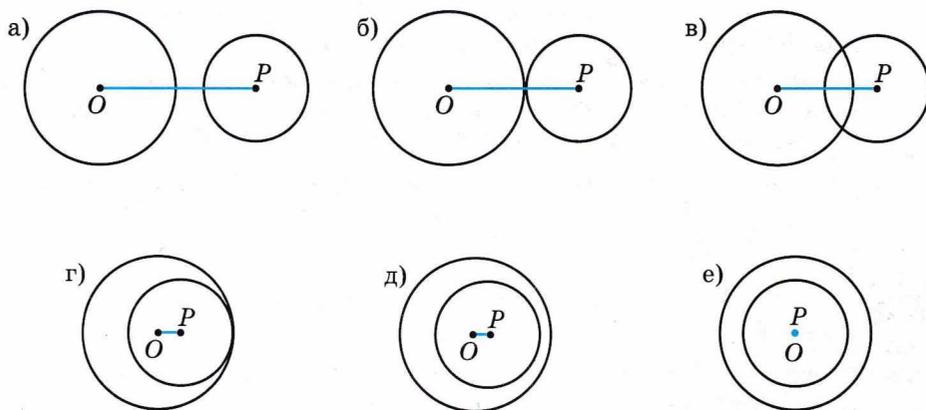
2) Представьте, что вы хотите помочь бабушке подготовить материал для изготовления шерстяного ковра из ниток разного цвета. Чтобы получить нужный узор, $\frac{1}{10}$ всех ниток должна быть красного цвета, $\frac{2}{5}$ — синего, $\frac{3}{20}$ — коричневого, остальные — белого. У бабушки имеется 700 г ниток белого цвета. Рассчитайте, сколько граммов ниток каждого цвета надо взять для выполнения работы.

5.2 Две окружности на плоскости

На рисунке 5.4, а изображены две окружности. Точка O — центр большей окружности, точка P — центр меньшей. Меньшая окружность целиком находится вне большей, и расстояние между их центрами больше суммы радиусов.

Начнём перемещать меньшую окружность по направлению к большей. При этом центры окружностей будут сближаться.

В какой-то момент меньшая окружность коснётся большей, и расстояние между их центрами будет равно сумме радиусов (рис. 5.4, б). Такое касание называется *внешним*.



■ Рис. 5.4

Если дальше сближать центры окружностей, то окружности сначала будут пересекаться (рис. 5.4, в), а затем снова коснутся друг друга (рис. 5.4, г).

На этот раз касание будет *внутренним*, и расстояние между центрами станет равным разности радиусов.

Сближая и дальше центры окружностей, мы снова получим непересекающиеся окружности, но теперь меньшая будет целиком лежать внутри большей (рис. 5.4, д).

В случае когда центры совпадают, окружности называют *концентрическими* (рис. 5.4, е). Бросив камешек в спокойную гладь водоёма, вы видите, как от точки падения камня разбегаются концентрические окружности.



Круги на воде

- Пусть радиус одной окружности равен 3 см, другой — 1 см. Сравните расстояние между их центрами: а) с суммой радиусов (см. рис. 5.4, а–в); б) с разностью радиусов (см. рис. 5.4, г, д).

A

- 419** Начертите две равные окружности так, чтобы они пересекались; не пересекались. В каждом случае измерьте расстояние между центрами окружностей.
- 420** В таблице приведены расстояние OA между центрами двух окружностей и их радиусы R и r . Постройте эти окружности. В каждом случае найдите расстояние между самыми удалёнными и самыми близкими точками окружностей.

OA , см	0,5	1	6	5	2
R , см	3	4	2	3	2,5
r , см	2	3	2	2	2

- 421** Две окружности радиусом 5 см касаются друг друга внешним образом. Чему равно расстояние между их центрами?
- 422** Начертите три концентрические окружности с радиусами 2 см, 3 см, 4 см.
- 423** **Ищем способ построения** Постройте цветок, изображённый на рисунке 5.5.
- 424** **Экспериментируем** Для каждого случая взаимного расположения двух окружностей (см. рис. 5.4) определите, сколько можно провести различных прямых, касающихся обеих окружностей. Сделайте в тетради схематические рисунки.

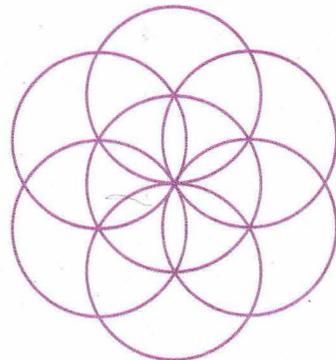


Рис. 5.5

Б

425 ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ Представьте, что вы работаете диспетчером аэропорта. На рисунке 5.6 изображён экран радара. Центр окружностей – местоположение аэропорта, точки на экране – самолёты. Радиусы окружностей соответствуют 50, 100, 150 и 200 км. Угол между двумя соседними лучами равен 30° .

- 1) Какой из самолётов находится к аэропорту ближе других? дальше других?
- 2) Удалённость какого самолёта находится в диапазоне от 50 до 100 км?
- 3) Дополните предложение: «Направление на красный самолёт составляет с нулевым направлением угол, примерно равный ... градусам, его удалённость составляет примерно ... км».
- 4) Опишите примерное местоположение каждого самолёта.

426 Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$ (рис. 5.7; сторона одной клетки равна 5 мм).

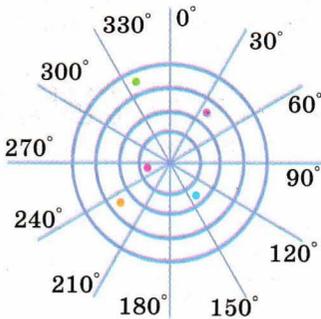


Рис. 5.6

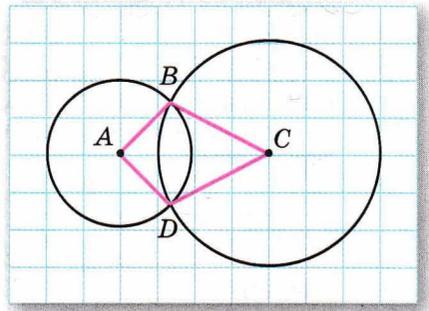


Рис. 5.7

П

427 Выполните действия:

- а) $1,485 : (0,513 + 0,477)$; б) $1 - \frac{1}{\frac{\frac{3}{4} + 1}{3}}$

428 Найдите частное: а) $10 : 3$; б) $41 : 8$; в) $57 : 30$; г) $14 : 42$.

429 Туристы идут по направлению к станции со скоростью 4,6 км/ч. Им осталось пройти 11 км. Успеют ли туристы к поезду, который отходит через 3 ч, если будут идти с той же скоростью?

430 В магазин привезли 3 т картофеля. В первый день продали 30% всего картофеля, а во второй – 45%. В какой день было продано больше картофеля и во сколько раз? Есть ли в задаче лишние данные?

5.3 Построение треугольника

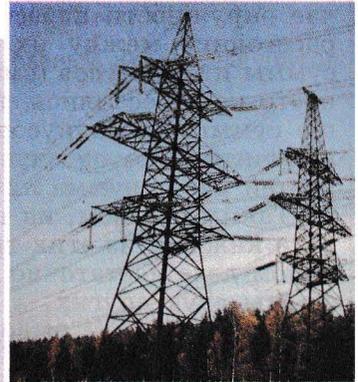
Проведите такой эксперимент: соберите из элементов металлического конструктора четырёхугольник и треугольник и попробуйте подвигать их стороны. Четырёхугольник при этом будет трансформироваться, а треугольник нет. Говорят, что треугольник — жёсткая фигура. Этим его свойством пользуются на практике, например для крепления металлических конструкций. А математики говорят, что треугольник однозначно определяется тремя своими сторонами.

Построим треугольник со сторонами 3 см, 4 см и 5 см. Для этого нам придётся воспользоваться не только линейкой, но и циркулем.

Начертим прямую и отложим на ней отрезок, равный одной из сторон треугольника, например 5 см. Обозначим его концы — вершины будущего треугольника — буквами A и C (рис. 5.8, а). Как же построить третью вершину — точку B ?

Вот здесь нам и понадобится циркуль! Любая точка, удалённая от точки A на 3 см, лежит на окружности с центром в точке A и радиусом 3 см. Точно так же любая точка, удалённая от вершины C на 4 см, лежит на окружности с центром в точке C и радиусом 4 см (рис. 5.8, б). Следовательно, третья вершина треугольника должна принадлежать и первой окружности, и второй, а значит, она должна быть точкой пересечения этих окружностей.

Окружности пересекаются в двух точках. Обозначим одну из них буквой B и проведём отрезки AB и BC . Получим треугольник ABC , имеющий заданные стороны (рис. 5.8, в).



Линии электропередачи

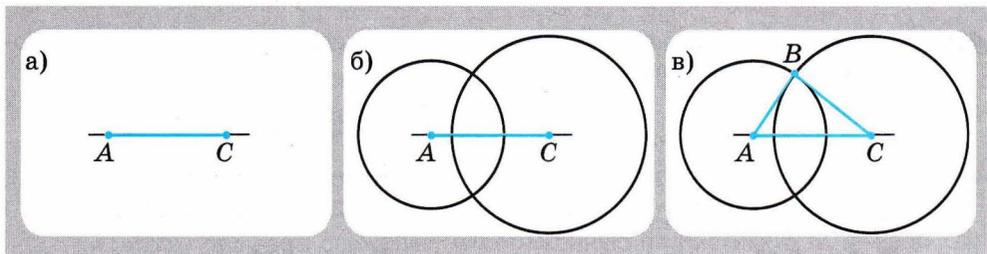


Рис. 5.8

Понятно, что если бы мы взяли другую точку пересечения окружностей, то получили бы треугольник, равный треугольнику ABC .

Постройте треугольник со сторонами 2 см, 3 см и 4 см.

Теперь попытаемся построить треугольник со сторонами 1 см, 2 см и 4 см. Сделать это нам не удастся — окружности не пересекутся (рис. 5.9). Этот пример показывает, что не всякие три отрезка могут быть сторонами треугольника.

Возникает вопрос: в каком случае три отрезка могут служить сторонами треугольника, а в каком нет? В первом случае окружности пересеклись, потому что расстояние между их центрами меньше суммы их радиусов (см. рис. 5.4, в). При втором построении окружности не пересеклись, так как расстояние между их центрами больше суммы их радиусов (см. рис. 5.4, а). Ясно, что треугольник не получится и в том случае, если расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов (см. рис. 5.4, б).

Таким образом, из трёх отрезков можно построить треугольник, если каждый из этих трёх отрезков меньше суммы двух других. На самом деле достаточно проверить, что наибольший отрезок меньше суммы двух других.

Мы пришли к выводу, который математики называют *неравенством треугольника*:

Любая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон.

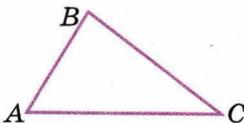
- Даны три отрезка. Как проверить, можно ли построить треугольник с такими сторонами?

A

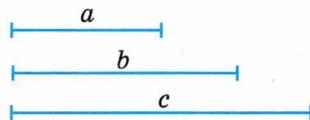
- 431** Постройте треугольник, равный треугольнику ABC (рис. 5.10).

Указание. Стороны треугольника измеряйте циркулем.

- 432** Отрезки, изображённые на рисунке 5.11, — стороны треугольника. Постройте этот треугольник.

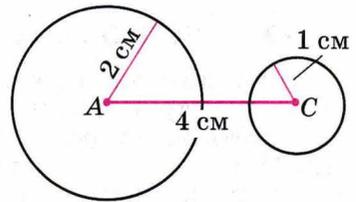


■ Рис. 5.10



■ Рис. 5.11

- 433** ■ Действуем по алгоритму ■ а) Постройте равносторонний треугольник со стороной 6 см.
б) Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно 4 см, а боковые стороны — по 5 см.



■ Рис. 5.9

434 ■ **ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ** ■ 1) Убедитесь, что нельзя построить треугольник, стороны которого равны: а) 7 см, 3 см и 3 см; б) 6 см, 4 см и 2 см. Измените длину одной из сторон так, чтобы треугольник можно было построить. Выполните построение.

2) Можно ли построить треугольник со сторонами: а) 11 см, 13 см, 25 см; б) 15 см, 6 см, 12 см; в) 20 см, 18 см, 38 см?

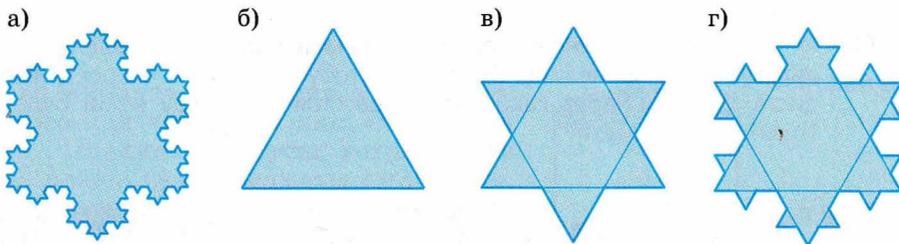
435 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** ■ 1) Постройте треугольник со сторонами 3 см и 5 см и углом между этими сторонами, равным 80° , по следующему алгоритму:

- начертите угол, равный 80° ;
- на одной стороне угла отложите отрезок, равный 3 см, а на другой стороне – отрезок, равный 5 см;
- соедините полученные точки.

2) Постройте треугольник, если известны его стороны и угол между ними: а) 6 см, 7 см и 30° ; б) 3 см, 4 см и 120° ; в) 4 см, 6 см и 90° .

Б

436 ■ **ИЩЕМ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ** ■ Многоугольник, изображённый на рисунке 5.12, а, называют снежинкой Коха. Постройте её по следующему алгоритму:



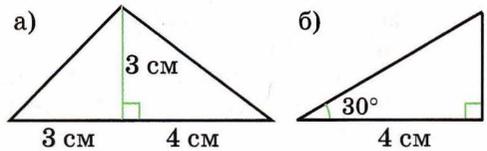
■ Рис. 5.12

- начертите на листе нелинованной бумаги равносторонний треугольник со стороной 9 см (рис. 5.12, б);
- каждую сторону треугольника разделите на 3 равные части и на средней части построите равносторонний треугольник (рис. 5.12, в);
- повторите это построение на каждой из 12 сторон получившегося многоугольника (рис. 5.12, г);
- чтобы получить снежинку, изображённую на рисунке 5.12, а, надо сделать ещё один шаг построения.

Во сколько раз увеличивается число сторон снежинки Коха на каждом шаге построения? Во сколько раз при этом уменьшается длина её стороны? Сколько сторон у снежинки, получаемой на каждом шаге? Чему равен её периметр?

437 ■ Ищем способ построения ■
 Постройте треугольник по элементам, указанным на рисунке 5.13, а, б.

438 ■ Ищем способ подсчёта ■
 Даны четыре отрезка длиной 2 см, 3 см, 5 см и 6 см. Используя неравенство треугольника, определите, сколько различных



■ Рис. 5.13

разносторонних треугольников можно построить из этих отрезков.

П

439 Выполните действия: а) $(0,24 + 0,96) : 0,25$; б)

$$2 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{2}$$

$$2 + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{2}$$

440 Из 30 000 избирателей пришли голосовать 24 000 человек. Какая часть избирателей приняла участие в голосовании?

441 Из 18 м ткани можно сшить 15 брюк. Сколько ткани останется, если сшить 8 брюк?

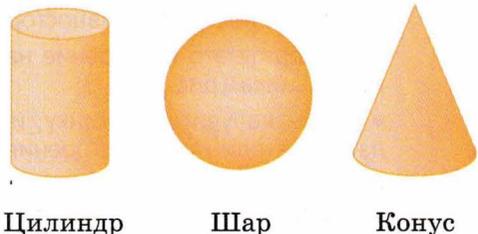
442 От автобусной остановки одновременно в одном направлении отъехали автобус и велосипедист. Скорость автобуса 45 км/ч, скорость велосипедиста 15 км/ч. Через какое время расстояние между ними будет равно 12 км?

5.4 Круглые тела

Формы предметов окружающего мира очень разнообразны. Среди них встречаются не только многогранники, но и так называемые *круглые тела*. Прежде всего это **цилиндр, конус, шар** (рис. 5.14).

У многогранника все части поверхности плоские. Поверхности цилиндра и конуса состоят как из плоских частей, так и из кривых, а шар абсолютно круглый.

Слово «цилиндр» пришло к нам из Древней Греции и происходит от слова, означающего «валик». Форму цилиндра имеют многие предметы, созданные



Цилиндр

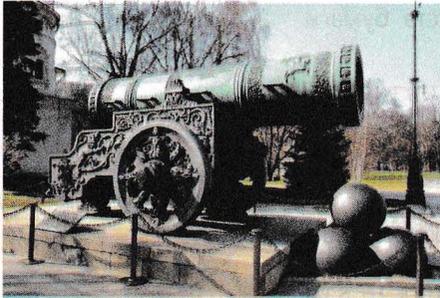
Шар

Конус

■ Рис. 5.14

руками человека: колонны зданий, трубы, стаканы, брёвна сруба избы и др. Интересно, что старинный головной убор, который носили в эпоху А. С. Пушкина, тоже носит название «цилиндр».

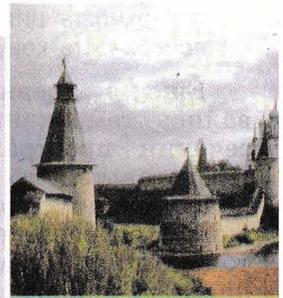
Поверхность цилиндра состоит из двух *оснований* и боковой поверхности, которую ещё называют *цилиндрической*. Основания цилиндра — это два равных круга, расположенные в параллельных плоскостях. На рисунке их изображают двумя эллипсами — «сплюснутыми» окружностями (рис. 5.15). Отрезок, соединяющий центры оснований, перпендикулярен каждому из них, его называют *высотой цилиндра*.



Царь-пушка, Московский Кремль



Шлем Александра Невского



Псковский Кремль

Слово «конус» переводится с древнегреческого как «шишка» или «верхушка шлема». Предметы-конусы встречаются гораздо реже, чем предметы-цилиндры. Форму конуса имеет, например, воронка, горка песка.

Конус в определённом смысле похож на пирамиду. У него, как и у пирамиды, есть *вершина* и *основание*, только в основании лежит не многоугольник, а круг. Перпендикуляр, проведённый из вершины конуса к плоскости основания, попадает в центр круга (рис. 5.16). Этот перпендикуляр называют *высотой конуса*.

Особое место среди круглых тел занимает шар. Поверхность шара называется *сферой*. Древние греки считали сферу «наиболее прекрасной из твёрдых фигур».

Мы называем нашу планету земным шаром, строго говоря, Земля — это почти шар. А пример сферы — это оболочка

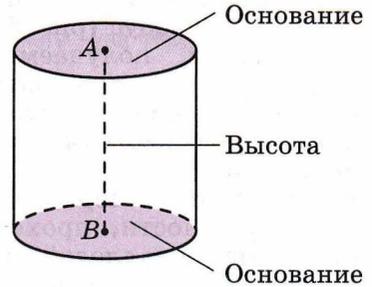


Рис. 5.15

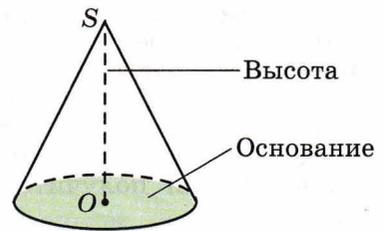


Рис. 5.16

мяча, плёнка мыльного пузыря. Собственно, само слово «сфера» происходит от греческого слова, обозначающего «мяч».

У шара и сферы, так же как у круга и окружности, есть *центр*, *радиус* и *диаметр* (рис. 5.17). Границей круга, как вам известно, является окружность, а границей шара — сфера.

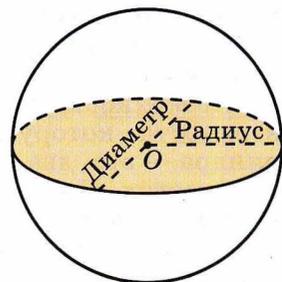
- Назовите несколько предметов, имеющих форму шара, цилиндра, конуса.
- Сверните лист бумаги трубочкой — у вас получится поверхность цилиндра. Сверните из листа бумаги поверхность конуса.

Ещё в древности математики интересовались тем, какие фигуры получаются при сечении пространственных тел плоскостью. Представьте, что шар пересекается плоскостью подобно тому, как апельсин разрезается ножом. При рассечении шара может получиться только круг. Диаметр круга будет наибольшим, когда плоскость сечения пройдёт через центр шара (рис. 5.18). Соответствующие таким кругам окружности называются *большими окружностями*. Их диаметры равны диаметру шара.

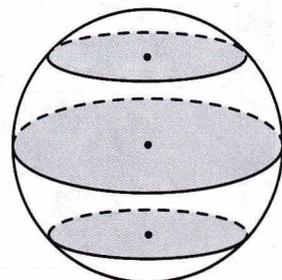
Вспомните параллели и меридианы, нанесённые на глобус (рис. 5.19). Параллели — это окружности, получаемые при «разрезании» земного шара параллельными плоскостями. Самая большая параллель — это экватор, его диаметр равен диаметру Земли. Когда параллели приближаются к полюсам, их диаметры уменьшаются. Меридианы же — это большие полуокружности, проходящие через полюсы. Сетку из параллелей и меридианов, покрывающую поверхность земного шара, изобрели древнегреческие учёные Гиппарх и Эратосфен.

При рассечении цилиндра и конуса, наряду с окружностью, получаются и другие линии. Так, если поверхность цилиндра пересекается плоскостью, которая параллельна его основаниям, то в сечении получается окружность (рис. 5.20, а). Если же плоскость пройдёт наискосок (как показано на рисунке 5.20, б), то в сечении получится уже не окружность, а *эллипс*.

Поверхности цилиндра и конуса, как и поверхность многогранника, можно развернуть



■ Рис. 5.17



■ Рис. 5.18



Земной шар



■ Рис. 5.19

на плоскость. Такие развёртки изображены на рисунке 5.21, а, б. Боковая поверхность цилиндра разворачивается в прямоугольник, а боковая поверхность конуса — в *круговой сектор* (часть круга, ограниченная двумя радиусами).

В отличие от поверхностей этих тел, поверхность шара нельзя развернуть на плоскость. Поэтому на всех географических картах изображение земной поверхности искажено.

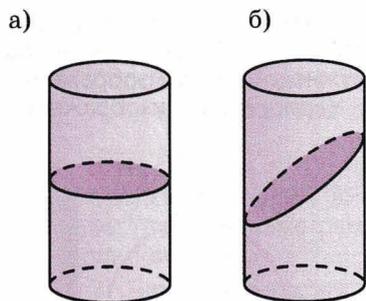


Рис. 5.20

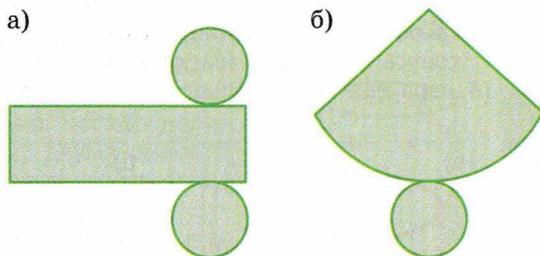


Рис. 5.21

- Проведите на мяче несколько больших окружностей. Сколько их можно провести?
- Можно ли провести на шаре две большие окружности так, чтобы они не пересекались?
- Перенесите развёртки (см. рис. 5.21) на лист бумаги, увеличив их в 2 раза. Вырежьте и склейте из них цилиндр и конус.

А

■ ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ (443—444) ■

- 443** а) Возьмите лист бумаги прямоугольной формы и сверните из него боковую поверхность цилиндра. Чему равна высота цилиндра? Сверните из этого же листа цилиндр с другой высотой.
- б) Вырежьте из одного и того же круга два неравных сектора. Сверните каждый сектор в конус. У какого конуса высота оказалась больше: полученного из большего сектора или из меньшего? Придумайте, как измерить высоту конуса.
- 444** а) Вылепите из пластилина цилиндр и разрежьте его так, чтобы в сечении получился круг; эллипс. Как надо разрезать цилиндр, чтобы в сечении получился прямоугольник?
- б) Вылепите из пластилина конус. Разрежьте его так, чтобы в сечении получился эллипс. Как надо разрезать конус, чтобы в сечении получить треугольник? круг?

445 От какой головки сыра (рис. 5.22, а–в) отрезан этот кусок (рис. 5.22, г)?

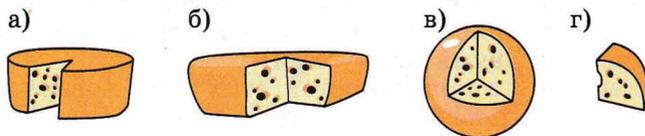


Рис. 5.22

446 **Ищем способ копирования** Скопируйте в тетрадь изображения цилиндра, конуса, шара (рис. 5.23, а–в). Нанесите на изображение цилиндра какое-нибудь сечение, имеющее форму окружности, а на изображение конуса – сечение, имеющее форму эллипса. Нарисуйте на изображении шара ещё одну большую окружность.

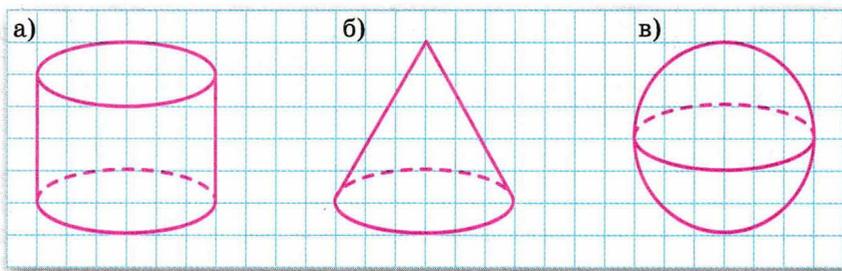


Рис. 5.23

Б

447 **Практическая ситуация** Представьте, что вам необходимо измерить диаметр арбуза, имеющего форму шара. Сделаем на нём мелом метку и положим на пол у стены так, чтобы мел отпечатался на стене. Что надо сделать, чтобы найти диаметр арбуза?

448 Ёлочный шар упакован в коробку, как показано на рисунке 5.24. Шар касается всех граней коробки. Какую форму имеет коробка? Определите её размеры, если диаметр шара равен 8 см.

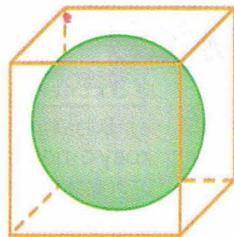


Рис. 5.24

449 **Ищем способ подсчёта** Сколько шаров диаметром 1 см войдёт в кубическую коробку с ребром 4 см (рис. 5.25)? А шаров, радиус которых равен 1 см?

450 1) Диаметр теннисного мяча колеблется от 65 до 69 мм. Есть три мяча, диаметры которых равны 6 см 7 мм, 6 см 4 мм, 7 см. Все ли они соответствуют этому требованию?

2) Теннисный мяч упакован в коробку, имеющую форму цилиндра, так, что он касается и его боковой поверхности, и оснований (рис. 5.26, а). Диаметр мяча 65 мм. Чему равна высота коробки? Какой высоты потребуется коробка, чтобы упаковать три таких мяча (рис. 5.26, б)?

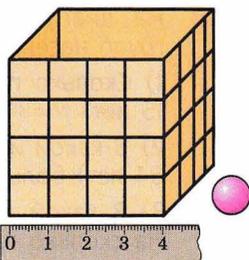


Рис. 5.25

451 ■ **ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ** ■ Пушечные ядра складывали пирамидой. Сколько ядер в пирамиде, изображённой на рисунке 5.27?

Подсказка. Склеить такую пирамиду можно, например, из шариков для настольного тенниса.

452 ■ **ИССЛЕДУЕМ** ■ 1) На сколько частей делится окружность одним диаметром? двумя диаметрами? тремя диаметрами? Сделайте соответствующие рисунки.

2) На сколько частей делится сфера одной большой окружностью? двумя большими окружностями? тремя большими окружностями?

Подсказка. В качестве модели воспользуйтесь мячом. Будьте внимательны: в последнем случае ответ неоднозначен.

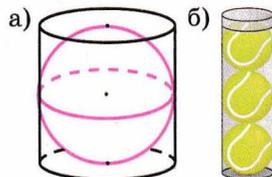


Рис. 5.26

453 ■ **ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ** ■ Найдите в научно-популярной литературе, как учёные-картографы решали проблему изображения шарообразной поверхности Земли на плоской карте.

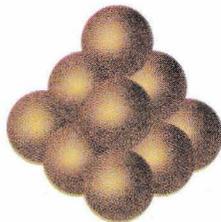


Рис. 5.27

П

454 Округлите каждое из чисел до тысячных, до сотых, до десятых. В каждом случае определите, что больше – само число или его приближённое значение:

- а) 0,33333; б) 0,44444; в) 0,55555; г) 0,66666.

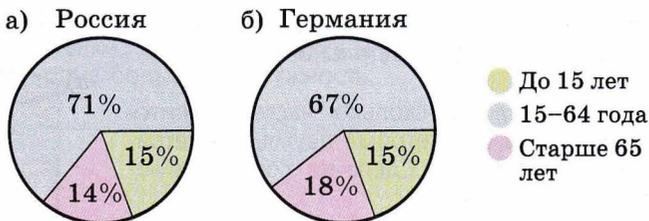
455 Выполните действия: а) $\frac{7,2}{9 \cdot 0,05}$; б) $\frac{1,2 - 0,25 - 0,5}{1 - 0,25}$.

456 Урожай яблок, составивший 200 кг, переработали в сухофрукты. При сушке масса яблок уменьшилась на 70%. Чему равна масса сушёных яблок?

457 Из дачного посёлка на станцию, расстояние между которыми 5,4 км, отправился пешеход со скоростью 4,5 км/ч. Через 0,5 ч вслед за ним выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Кто из них раньше и на сколько минут прибудет на станцию?

458 На диаграммах (рис. 5.28) показано соотношение разных возрастных групп населения в России и Германии (в процентах).

- 1) Сколько процентов населения в каждой из стран составляют дети до 15 лет?
- 2) В какой из стран доля населения работоспособного возраста (от 15 до 64 лет) больше? На сколько процентов?
- 3) В какой из стран больше доля пожилых людей (65 лет и старше)? На сколько процентов?



■ Рис. 5.28

Чему вы научились

Обязательные умения

Умею строить касательную к окружности.

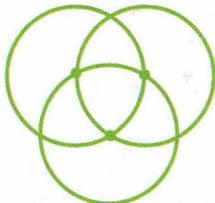
1. Начертите окружность, отметьте на ней какую-нибудь точку и постройте касательную к окружности в этой точке.

Знаю все случаи взаимного расположения двух окружностей на плоскости; умею определять взаимное расположение двух окружностей по заданным радиусам и расстоянию между их центрами.

2. Изобразите следующие случаи взаимного расположения двух окружностей:
 - а) окружности пересекаются;
 - б) окружности касаются внешним образом;
 - в) окружности касаются внутренним образом.
3. Радиусы двух окружностей равны 7 см и 11 см, а расстояние между их центрами – 19 см. Как расположены по отношению друг к другу эти окружности?
4. Начертите три концентрические окружности с радиусами 2,5 см, 3 см, 3,5 см.

Умею воспроизводить заданные изображения, составленные из окружностей, прямых и окружностей.

5. Воспроизведите рисунок, взяв радиус окружностей равным 2 см.

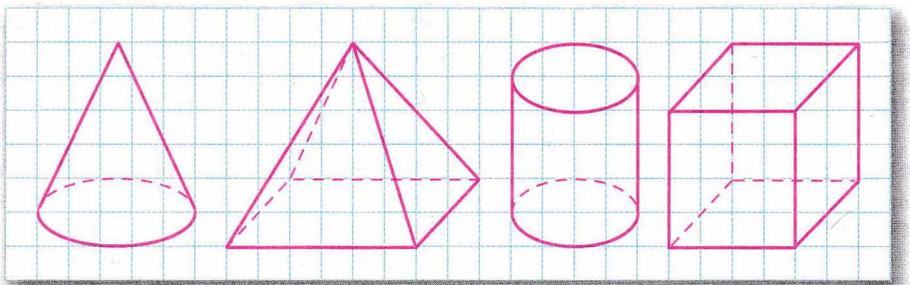


Умею строить треугольник по трём заданным сторонам.

6. Постройте:
 а) треугольник со сторонами, равными 3 см, 5 см и 7 см;
 б) равнобедренный треугольник, основание которого равно 7 см, а боковые стороны – по 4 см.

Различаю цилиндр, конус, шар; знаю, как в сечении поверхностей этих фигур плоскостью можно получить окружность, эллипс.

7. а) Скопируйте конус и нанесите на его изображение какое-нибудь сечение, имеющее форму окружности.
 б) Скопируйте цилиндр и нанесите на его изображение какое-нибудь сечение, имеющее форму эллипса.



Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

$$: b : c = 1 : 2 : 6$$

ГЛАВА 6

Отношения и проценты

Отношение чисел и величин – это просто другое название частного. Вы наверняка слышали о золотом сечении, а это не что иное, как отношение длин отрезков, примерно равное 1,66. Если вы начертите прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см, то соотношение его сторон и даст вам представление о золотом сечении ($5 : 3 \approx 1,66$). Принято считать, что объекты, содержащие в себе золотое сечение, воспринимаются людьми как наиболее гармоничные, поэтому оно широко применяется в искусстве. Предполагается, что ещё египетские мастера пользовались соотношением золотого сечения при создании своих бессмертных шедевров.

6.1 Что такое отношение

Для сравнения чисел и величин существует два способа: вычисление разности или вычисление частного. В первом случае получают ответ на вопрос, *на сколько* одно число больше (или меньше) другого, во втором — *во сколько раз* одно из них больше (или меньше) другого, или *какую часть* одно из них составляет от другого.

Оба способа сравнения чисел постоянно используются при решении практических задач, но служат они для разных целей. К делению прибегают в тех случаях, когда хотят получить качественную оценку той или иной ситуации.

Пример 1. В городе Березники проводится математический конкурс «Пифагор». В этом году число участников конкурса по сравнению с предыдущим годом увеличилось на 50 человек. Большой ли это прирост?

Ответ зависит от того, сколько школьников участвовало в конкурсе в прошлом году. Если, например, их было 25, то в этом году участников стало в 3 раза больше, и прирост можно считать достаточно большим. Если же раньше в конкурсе участвовало 1000 человек, то число участников увеличилось всего в $\frac{1050}{1000} = 1,05$ раза.

Иными словами, оно почти не изменилось.

В тех случаях, когда величины сравнивают с помощью деления, вместо слова «частное» обычно используют термин «отношение». Иными словами, *отношение двух чисел* — это другое название их частного.

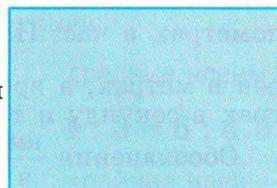
Частные $a : b$ и $\frac{a}{b}$ читают ещё и так:

«отношение числа a к числу b ».

Отношение двух чисел показывает, во сколько раз одно число больше другого, или какую часть одно число составляет от другого.

Пример 2. Стороны прямоугольника равны 9 см и 6 см (рис. 6.1). Найдём отношения длин его сторон.

6 см



9 см

Рис. 6.1

Отношение большей стороны к меньшей равно $\frac{9}{6} = 1,5$, т. е. одна сторона в 1,5 раза больше другой.

Отношение меньшей стороны к большей, т. е. обратное отношение, равно $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Иными словами, меньшая сторона составляет $\frac{2}{3}$ большей стороны.

Иногда отношения оставляют «невывчисленным». Так, стороны прямоугольника на рисунке 6.1 относятся как 9 : 6. Для записи отношения в таких случаях используют двоеточие.

Так как $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$, то можно записать и такое равенство:

$$9 : 6 = 3 : 2.$$

Если умножить или разделить оба члена отношения на одно и то же число, не равное нулю, то получится отношение, равное данному. Например, $9 : 6 = 3 : 2 = 0,3 : 0,2 = 0,6 : 0,4 = 90 : 60 = \dots$

Учитель проверил 45 контрольных работ, и ему осталось проверить ещё 75.

а) Найдите отношение числа непроверенных работ к числу проверенных и обратное отношение. Объясните, что показывает каждое из них.

б) Используя данные задачи, найдите другие отношения и объясните, что они показывают.

Замените отношение более простым: а) 12 : 8; б) 15 : 20; в) $\frac{5}{2} : 3$.

В задачах, а также в жизненной практике часто приходится находить *отношение величин*. Если это одноимённые величины — длины, площади, массы и т. д., то их отношение выражается числом. При вычислении отношения в таких случаях важно следить за тем, чтобы величины были выражены в одних и тех же единицах. Так, например, чтобы найти отношение 1 м к 45 см, надо выразить эти длины в одних единицах, например в сантиметрах:

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}, \quad 100 : 45 = 20 : 9.$$

Отношение разноимённых величин — это новая величина. Так, отношение пути ко времени — это скорость. Если путь измерен в километрах, а время — в часах, то скорость будет выражена в ки-

лометрах в час. Например: $\frac{30 \text{ км}}{6 \text{ ч}} = \frac{30}{6} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Если путь измерен в метрах, а время — в секундах, то скорость выражается в метрах в секунду и т. д.

Обозначения $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$ приняты именно потому, что расстояния делят на время. В этих обозначениях принято использовать наклонную дробную черту: км/ч, м/с, м/мин.

Отношение стоимости товара к его количеству (массе, длине, числу штук и т. д.) — это цена товара. Она тоже выражается в аналогичных единицах: р./кг, р./м, р./шт. Но на практике такие обозначения не употребляются. Их выражают словами, например: 130 р. за килограмм, 50 р. за коробку и т. д.

- Объясните, как найти отношение 3 км к 750 м, и найдите его.
- Какая величина является отношением пути ко времени? В каких единицах она выражается? Найдите отношение расстояния s (м), которое пробежал мальчик, ко времени t (мин), в течение которого он бежал, если $s = 900$, $t = 5$. Что выражает это отношение?

Примером практического применения отношения величин, который известен вам из уроков природоведения, географии, является масштаб. **Масштабом** называют отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности.

Масштаб обычно записывают в виде отношения двух чисел, первый член которого равен 1, а второй — числу, показывающему, во сколько раз единица длины на карте меньше соответствующей единицы на местности. Так, если масштаб карты 1 : 15 000 000, то это означает, что 1 см на карте изображает 15 000 000 см в реальности, т. е. 150 000 м, или 150 км. Легко понять, что если расстояние между пунктами M и N на этой карте равно 6 см, то на местности соответствующее расстояние равно $6 \cdot 150 = 900$ км.

Слово «масштаб» употребляется не только по отношению к карте, но и более широко — во всех случаях, когда речь идёт о копии какого-либо объекта, выполненной с уменьшением или увеличением размеров в одном и том же отношении.

- Что называют масштабом? Масштаб карты 1 : 200 000. Объясните, что показывает это отношение. Сколько километров на местности изображает отрезок в 1 см на этой карте? отрезок в 5 см? Каким будет на этой карте расстояние, равное 20 км на местности?

Рассмотрим два отношения: $\frac{4}{3}$ и $\frac{6}{4,5}$. Они равны. Действительно, $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$, $\frac{6}{4,5} = \frac{6 \cdot 10}{4,5 \cdot 10} = \frac{60}{45} = 1\frac{1}{3}$. Поэтому можно записать равенство $\frac{4}{3} = \frac{6}{4,5}$.

Равенство двух отношений называют пропорцией.

Пропорцию можно записывать и в строчку ($4 : 3 = 6 : 4,5$).

средние члены

$$4 : 3 = 6 : 4,5$$

крайние члены

Числа, образующие пропорцию, имеют специальные названия. В рассматриваемой пропорции 4 и 4,5 — *крайние члены* пропорции, 3 и 6 — *средние члены* пропорции.

Если перемножить крайние члены рассмотренной пропорции и её средние члены, то получим $4 \cdot 4,5 = 18$, $3 \cdot 6 = 18$, т. е. $4 \cdot 4,5 = 3 \cdot 6$. Выполнив такие же действия с любой другой пропорцией, мы снова получим равные произведения. Вообще в любой пропорции *произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов*. Это свойство носит название *основного свойства пропорции*.

Рассмотрим пример применения основного свойства пропорции.

Пример. Шестиклассники составляли пропорции и записывали их на доске. Иван составил пропорцию и один из её членов случайно стёр. Получилась такая запись (стёртое число обозначено буквой x): $x : 10 = 4 : 5$. Какое число стёрто?

Чтобы найти неизвестный член пропорции, можно воспользоваться её основным свойством. В соответствии с этим свойством верно равенство $x \cdot 5 = 10 \cdot 4$. Отсюда можно найти неизвестный множитель: $x = \frac{10 \cdot 4}{5} = 8$. Таким образом, было стёрто число 8.

■ Какие из следующих равенств являются пропорциями? Проверьте двумя способами, т. е. сравнив отношения и применив основное свойство пропорции:

а) $\frac{7}{35} = \frac{5}{25}$; б) $14 : 1 = 30 : 2$; в) $\frac{1,5}{3} = \frac{1,2}{2,4}$; г) $\frac{3}{4} : \frac{1}{3} = 9 : 4$.

■ Составьте самостоятельно три пропорции.

А

459 Прочитайте отношение и вычислите его:

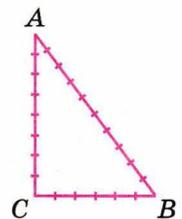
а) 121 : 33; б) 1,5 : 0,6; в) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; г) $1\frac{1}{5} : \frac{2}{5}$.

460 Напишите несколько отношений, равных: а) 5; б) 0,5; в) $\frac{3}{4}$.

461 Какое отношение лишнее: 10 : 15; 20 : 25; 1 : 1,5; $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$?

462 Составьте всевозможные отношения сторон треугольника ABC (рис. 6.2) и вычислите их. (Все маленькие отрезки равны между собой.)

463 В тетради 30 чистых и 18 исписанных страниц. Что показывает отношение 30 : 18? отношение 18 : 30? Замените каждое из отношений равным, записанным меньшими числами. Какие ещё отношения можно составить, используя условие задачи? Составьте эти отношения и упростите их.



■ Рис. 6.2

- 464** Из 200-литровой бочки, наполненной водой, отлили 60 л. Какое из отношений означает отношение количества вылитой воды к оставшейся?
1) 3 : 10. 2) 7 : 3. 3) 3 : 7. 4) 7 : 10.

Моделируем (465–466)

- 465** Начертите три прямоугольника со следующим отношением сторон: 1 : 2; 5 : 3; 1 : 1. В каком случае получился квадрат?

- 466** Начертите отрезок AB . Отметьте на нём точку C таким образом, чтобы выполнялось условие: а) $\frac{AC}{BC} = 1$; б) $\frac{AC}{BC} < 1$; в) $\frac{AC}{BC} > 1$.

Сравните в каждом случае длины отрезков AC и BC .

- 467** **Рассуждаем** а) Отношение числа красных шариков к числу синих равно 5 : 2. Каких шариков больше? Во сколько раз? Запишите обратное отношение. Что оно показывает?

б) Ручка в 1,5 раза дороже карандаша. Чему равно отношение стоимости ручки к стоимости карандаша? Чему равно отношение стоимости карандаша к стоимости ручки?

Найдите отношение **(468–469)**.

- 468** а) 3 км к 750 м; б) 300 м к 2,1 км; в) 700 г к 1 кг; г) 2 т к 160 кг.

Подсказка. Не забудьте выразить величины в одних единицах.

- 469** а) 10 мин к 10 ч; б) 4 ч к 40 мин; в) 1,5 ч к 20 мин; г) 30 мин к 1 ч 15 мин.

- 470** **Верно или неверно** Верно ли найдено отношение? Если нет, то объясните, в чём ошибка, и найдите отношение правильно:

- а) 30 кг относятся к 1 т как 30 : 1;
б) 1,2 ч относятся к 24 мин как 3 : 1;
в) 20 см относятся к 2 м как 10 : 1;
г) 36 с относятся к 3 мин как 1 : 5.

- 471** Ответьте на вопрос, составив и вычислив соответствующее отношение:

а) Велосипедист проехал 36 км за 2,4 ч. С какой скоростью он ехал?

б) Принтер за 15 мин напечатал 180 страниц. Определите производительность принтера.

- 472** **Практическая ситуация** Представьте, что вы проводите опыт по биологии – выбираете семена лучшей всхожести для посадки на школьном участке. У вас имеются семена одного и того же сорта фасоли трёх разных фирм. Для проверки семян на всхожесть сажают определённое количество семян и в назначенный срок находят отношение числа проросших семян к числу посаженных. Результаты этого опыта вы представили в таблице.

Фирма	А	В	С
Число посаженных семян	20	25	30
Число проросших семян	14	20	18

Семена какой фирмы вы выберете для посадки?

473 ■ Ищем способ решения ■ а) Андрей и Борис занимаются боксом. На соревнованиях Андрей из 15 проведённых боёв выиграл 10, а Борис из 12 боёв выиграл 9. Чей результат лучше?

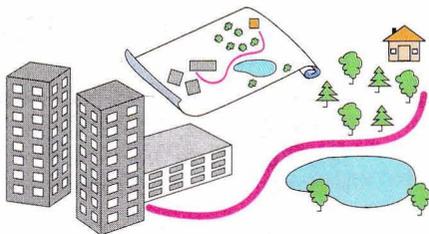
б) В одну банку мама налила 500 г воды и насыпала 120 г сахара, в другую – 600 г воды и 180 г сахара. В какой банке вода слаще?

Прочитайте фрагмент объяснительного текста пункта о масштабе и решите задачу (**474–475**).

474 а) Расстояние между двумя посёлками на карте равно 4 см, а расстояние между этими посёлками на местности равно 40 км. Определите масштаб карты.

б) Расстояние между школой и автобусной остановкой на плане равно 2 см, а в действительности – 50 м. Определите масштаб плана.

475 Масштаб плана 1 : 1000. Во сколько раз расстояние между двумя точками на плане меньше расстояния между этими же точками на местности? Во сколько раз расстояние на местности больше соответствующего расстояния на плане?



Используя эти факты, решите задачу:

1) Чему равно расстояние между двумя точками на местности, если на плане оно равно 1,5 см? 12 см?

2) Чему равно расстояние между двумя точками на плане, если на самом деле оно равно 20 м? 350 м? Можно ли на этом плане указать точки, расстояние между которыми на местности равно 0,5 м?

476 Найдите неизвестный член пропорции, обозначенный буквой (используйте основное свойство пропорции):

а) $2 : 9 = 4 : b$; в) $3 : 2,1 = y : 14$; д) $\frac{a}{3} = \frac{12}{4}$; ж) $\frac{2}{0,7} = \frac{4}{x}$;

б) $15 : b = 3 : 2$; г) $y : 2,4 = 3 : 6$; е) $\frac{18}{a} = \frac{3}{4}$; з) $\frac{3}{8} = \frac{x}{1,6}$.

Б

477 Замените отношение дробных чисел равным ему отношением целых чисел: а) $0,5 : 1,5$; б) $4,5 : 2,7$; в) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$; г) $1\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$.

478 ■ Рассуждаем ■ Из 600 учащихся школы 120 не умеют плавать. Отношение числа школьников, не умеющих плавать, к общему числу опрошенных школьников равно $\frac{120}{600} = \frac{1}{5}$, т. е. не умеющие плавать составляют пятую часть учащихся этой школы, а умеющие плавать – $\frac{4}{5}$. Можно сказать так: каждый пятый учащийся школы не умеет плавать, или четыре из пяти учащихся школы умеют плавать.

Опишите аналогичным образом следующую ситуацию:

- а) отношение числа взошедших лилий к числу посаженных равно $\frac{6}{7}$;
 б) отношение числа финалистов к числу участников конкурса равно $\frac{1}{6}$.

479 Сформулируйте утверждение, используя слово «отношение»:

- а) каждый восьмой из пропускавших уроки – прогульщик;
 б) каждая тысячная ворона – белая.

480 ■ **Анализируем** ■ Сторона одного квадрата равна 12 см, а сторона другого квадрата равна 2 см. Найдите отношение:

- 1) стороны большого квадрата к стороне малого квадрата;
- 2) периметра большого квадрата к периметру малого квадрата;
- 3) площади большого квадрата к площади малого квадрата.

Какие из этих отношений равны? Равны ли отношения площадей и сторон квадратов?

481 ■ **Практическая ситуация** ■ Возьмите географическую карту (например, карту Европы, карту мира, карту региона России, в котором вы живёте). Выберите на ней три города. Выполните необходимые измерения и определите расстояния между каждым двумя из этих городов.

482 Участок шоссе на карте изображён линией длиной 20 см. Масштаб карты 1 : 200 000. Вертолёт наблюдает за движением транспорта и летит над шоссе со скоростью 100 км/ч. За какое время он пролетит над этим участком?

483 Расстояние между посёлками на плане 12 см. Масштаб плана 1 : 100. Увеличится или уменьшится это расстояние на плане этой же местности, но с другим масштабом, равным 1 : 80? Каким будет оно на новом плане?

484 Размеры участка земли прямоугольной формы 30 м и 50 м. Начертите план этого участка в масштабе 1 : 500. Укажите на плане возможное расположение ворот, если они будут установлены на длинной стороне участка на расстоянии 10 м от одного из углов и их ширина будет равна 3 м.

П

485 Найдите значение выражения:

- а) $0,65 \cdot 3,4 + 45,25 : 25$; б) $19,6 : 1,6 - 0,85 \cdot 4,4$.

486 Витаминный сбор состоит из 5 частей измельчённых плодов шиповника и 7 частей боярышника. Сколько граммов тех и других плодов надо взять, чтобы получить 0,6 кг витаминного сбора?

487 В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 7 см, а другая – 15 см. Какая сторона является основанием?

Подсказка. Используйте неравенство треугольника.

488 Из проволоки согнули треугольник со сторонами 7,5 см, 8,3 см и 9,4 см. Затем из этой же проволоки согнули квадрат. Чему равна его сторона?

6.2 Деление в данном отношении

В практической жизни человека — при использовании кулинарных рецептов, при приготовлении смесей и растворов, при распределении доходов — часто возникает необходимость разделить ту или иную величину на части, отношение которых равно заданному отношению. В таких случаях говорят, что требуется *разделить величину в данном отношении*.

Пример. Для учащихся пятых и sixth классов школа приобрела 50 билетов в цирк. В пятых классах учится 72 человека, а в sixth — 48. Как разделить билеты между пятиклассниками и шестиклассниками?

В школе решили, что будет справедливо разделить билеты в том же отношении, в котором находится число пятиклассников и число шестиклассников, т. е. в отношении 72 к 48. Упростим это отношение:

$$72 : 48 = 3 : 2.$$

Таким образом, 50 билетов надо разделить в отношении 3 : 2. А для этого надо решить знакомую вам задачу на части. Всего имеется $3 + 2 = 5$ частей, и на каждую часть приходится $50 : 5 = 10$ билетов. Поэтому пятиклассникам следует выделить $10 \cdot 3 = 30$ билетов, а шестиклассникам — $10 \cdot 2 = 20$ билетов.

- Расскажите, как разделить 550 г конфет в отношении 2 : 3.
- В состав пряжи входят шерсть и лён в отношении 3 : 5. Из какого количества частей состоит вся пряжа? Сколько частей в составе пряжи приходится на шерсть? на лён? Какую долю всей пряжи составляет шерсть и какую — лён?

А

- 489 За набор рукописи на компьютере оператор и его ученик получили 2400 р. и разделили их в отношении 2 : 1. Сколько получил каждый?
- 490 На выполнение домашних заданий по математике и русскому языку у Николая ушло 1,5 ч. Он распределил время между этими предметами в отношении 4 : 5. Сколько времени ушло на каждый предмет?
- 491 Сплав состоит из олова и меди, массы которых относятся как 11 : 7. Масса сплава 1 кг 440 г. Сколько в сплаве олова?
- 492 Пятиклассники и шестиклассники отдыхали в спортивном лагере. Число пятиклассников относилось к числу шестиклассников как 5 : 3. Сколько пятиклассников было в лагере, если шестиклассников было 15?
- 493 ■ **Ищем способ решения** ■ Разделите с помощью транспорта развёрнутый угол на два угла в отношении: а) 1 : 2; б) 4 : 5; в) 5 : 7.
- 494 ■ **Анализируем** ■ Периметр прямоугольника равен 36 см. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны относятся как: а) 1 : 5; б) 1 : 3; в) 1 : 2; г) 1 : 1. Как меняется площадь прямоугольника от первого к последнему случаю? У какого прямоугольника площадь наибольшая?

- 495** ■ **Рассуждаем** ■ Длины отрезков AC и AB относятся как $2 : 5$ (рис. 6.3). Чему равно отношение: а) $AC : CB$; б) $CB : AB$; в) $AB : AC$; г) $AB : CB$?



■ **Рис. 6.3**

- 496** Отношение числа мальчиков в школе к числу девочек равно $5 : 4$. Какую часть от числа всех учащихся школы составляют мальчики? девочки?
- 497** Большая собака весит 9 кг, а маленькая — 3 кг. Хозяин разделил между ними пакет с кормом в отношении, равном отношению их масс. Какая часть корма досталась маленькой собаке? Выберите верный ответ.
- 1) $\frac{1}{3}$. 2) $\frac{1}{4}$. 3) $\frac{1}{9}$. 4) $\frac{1}{12}$.

Б

- 498** В театральной студии занимаются ученики пятого и шестого классов. Отношение числа пятиклассников к числу шестиклассников равно $1 : 3$.
- а) Сколько всего учеников в студии, если в ней 30 шестиклассников?
- б) Сколько всего учеников занимается в студии, если шестиклассников на 16 больше, чем пятиклассников?
- 499** Отношение длины комнаты к её ширине равно $5 : 4$.
- а) Найдите площадь комнаты, если её длина равна 6 м.
- б) Найдите площадь комнаты, если её длина больше её ширины на $0,8$ м.
- 500** Учитель разложил весь имеющийся мел в две коробки в отношении $7 : 4$. Когда из большей коробки израсходовали 12 кусков, то мела в коробках стало поровну. Сколько всего кусков мела было первоначально?
- 501** В двух больших и трёх маленьких коробках 66 карандашей. Число карандашей в маленькой коробке относится к числу карандашей в большой как $5 : 9$. Сколько карандашей в маленькой коробке? в большой?
- 502** Маме, папе и дочери вместе 75 лет. Папа на 5 лет старше мамы, а возраст мамы относится к возрасту дочери как $3 : 1$. Сколько лет каждому?
- 503** В зоопарке живут 110 чижей, ужей и ежей. Отношение числа чижей к числу ужей равно $5 : 4$, а числа ужей к числу ежей равно $2 : 1$. Сколько в зоопарке чижей, сколько ужей и сколько ежей?
- Указание.* Замените отношение $2 : 1$ равным ему отношением $4 : 2$.

П

- 504** Вычислите: а) $\frac{112}{5,6 \cdot 3}$; б) $\frac{0,2 \cdot 0,3}{0,24}$; в) $\frac{12}{0,7 + 0,8}$; г) $\frac{0,5 + 0,75}{0,5}$.
- 505** В магазин привезли 18 т картофеля. В первый день продали $0,2$ всего картофеля, во второй — $0,25$ остатка. Сколько тонн картофеля продали в каждый из двух дней и сколько осталось после двух дней продажи?
- 506** Начертите окружность радиусом 3 см. Через центр окружности проведите прямую k . Постройте касательные к окружности, перпендикулярные прямой k . Чему равно расстояние между этими касательными?

6.3 «Главная» задача на проценты

Вам уже приходилось решать одну из *главных задач на проценты*: *находить некоторое количество процентов от заданной величины*. При этом вы выражали процент дробью. А так как проценты означают сотые доли, то их очень легко представлять десятичными дробями и использовать десятичные дроби при выполнении процентных вычислений.

Рассмотрим пример, который поможет понять, как выразить проценты десятичной дробью.

Пример 1. Примерно 71% поверхности Земли занимает Мировой океан и 29% — суша. Выразим эти доли десятичной дробью. Можно рассуждать следующим образом:

Мировой океан: 71% — это $\frac{71}{100} = 0,71$.

Суша: 29% — это $\frac{29}{100} = 0,29$.

Можно прийти к такому же результату, рассуждая несколько иначе:

1% — это одна сотая, или 0,01; значит, 71% — это $0,01 \cdot 71 = 0,71$, а 29% — это $0,01 \cdot 29 = 0,29$.

Из рассмотренного примера легко подметить, что выразить процент десятичной дробью можно коротким путём, не проводя приведённые выше рассуждения.

Чтобы выразить проценты десятичной дробью, надо число, стоящее перед знаком %, разделить на 100, или, что одно и то же, умножить на 0,01.

- В каждом предложении замените проценты десятичной дробью:
- В новом году стоимость проезда в метро повысилась на 12% от его прошлогодней стоимости.
 - На распродаже цена диска с компьютерной игрой составила 80% от его прежней цены.
 - Через год сумма на банковском счёте составила 120% от вложенной суммы.

Пример 2. Согласно российским законам заработок человека облагается так называемым подоходным налогом, который составляет 13% от зарплаты. Какую сумму в качестве подоходного налога должен заплатить человек, заработавший 12 500 р.?

Так как 13% — это 0,13, то надо найти 0,13 от 12 500 р. Для этого можно 12 500 р. умножить на 0,13: $12\,500 \cdot 0,13 = 1625$ (р.), т. е. сумма подоходного налога с заработка в 12 500 р. составляет 1625 р.

Часто бывает удобно выражать проценты обыкновенной дробью, особенно в тех случаях, когда, используя их, можно выполнить вычисления устно. Пусть, например, 25 % из 120 учащихся начальных классов занимаются в школьных спортивных секциях. Так как 25 % — это $\frac{1}{4}$, то 25 % от 120 составляют $\frac{120}{4} = 30$ (учащихся).

Пример 3. Железнодорожный билет стоил 820 р. Сколько он стал стоить после повышения цены на 15 %?

Задачу можно решить разными способами. Можно сначала найти, на сколько увеличилась цена билета, а затем прибавить полученную сумму к его первоначальной цене. Так как 15 % — это 0,15, то найдём 0,15 от 820 р:

$820 \cdot 0,15 = 123$ (р.) — на столько увеличилась цена билета.

Теперь найдём новую цену:

$820 + 123 = 943$ (р.) — новая цена билета.

Можно рассуждать иначе. Первоначальная цена билета составляет 100 %. После повышения цены она увеличилась на 15 % и составила 115 % от первоначальной цены. Так как 115 % — это 1,15, то первоначальную цену надо умножить на 1,15. Имеем

$$820 \cdot 1,15 = 943 \text{ (р.)}$$

- Расскажите, как найти 18 % от 3000 р.
- Цена рубашки, которая стоила 800 р., на распродаже была снижена на 20 %. Расскажите, какими способами можно найти её новую цену.

А

- 507** Выразите десятичной дробью:
а) 21 %, 56 %, 78 %; б) 60 %, 80 %, 50 %; в) 6 %, 8 %, 2 %.
- 508** Выразите десятичной и обыкновенной дробью: 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 75 %, 80 %.

Образец. 10 % — это 0,1, или $\frac{1}{10}$.

- 509** На диаграмме представлено соотношение площадей четырёх океанов (рис. 6.4). Определите, сколько процентов площади Мирового океана приходится на Атлантический океан. Выразите проценты, приведённые на диаграмме, десятичными дробями.



■ Рис. 6.4

Разберите пример 2 из объяснительного текста и решите задачу (510–511).

- 510** а) Бензобак вмещает 40 л бензина. Сколько литров бензина в баке, если заполнено 55 % его объёма?
 б) За первую неделю построили 24 % дороги. Сколько метров дороги построено, если вся дорога будет иметь длину 850 м?

- 511** Аналитический центр провёл опрос 1500 россиян. Были заданы вопросы:

- а) Говорите ли вы хотя бы на одном иностранном языке?
 б) Есть ли у вас личный мобильный телефон?
 Данные опроса представлены на диаграммах (рис. 6.5, а, б).

Сколько опрошенных дали каждый из ответов?

- 512** Четыре стрелка сделали по 60 выстрелов по мишени. У первого стрелка попадание в цель составило 80 %, у второго – 55 %, у третьего – 95 %, у четвертого – 75 %. Сколько раз каждый стрелок промахнулся?

- 513** Выразите десятичной дробью: а) 112 %; б) 175 %; в) 120 %; г) 250 %; д) 105 %; е) 101 %.

- 514** а) Площадь территории Эстонии составляет примерно 130 % площади территории Молдавии. Площадь какой страны больше и во сколько раз?
 б) Численность населения Туркмении составляет 250 % численности населения Киргизии. Население какой страны больше и во сколько раз?

- 515** Начертите отрезок AB , длина которого равна 5 см. Начертите отрезки, длины которых равны 80 %, 150 %, 200 % и 220 % длины отрезка AB .

- 516** а) Найдите рост Серёжи, если средний рост мальчиков его возраста равен 130 см, а рост Серёжи составляет 110 % от среднего роста.
 б) На первый курс университета может быть принято 320 человек. Число поданных заявлений составило 250 % от числа мест. Сколько заявлений было подано в университет?

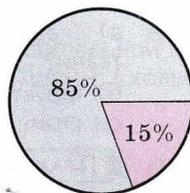
- 517** Сколько процентов от первоначальной цены товара составляет новая цена, если:

- а) товар подорожал на 40 %, на 15 %, на 5 %;
 б) товар подешевел на 20 %, на 8 %, на 1 %?

Разберите пример 3 из объяснительного текста и решите задачу тем способом, который вам кажется более удобным (518–519).

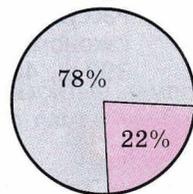
- 518** а) Банк начисляет на вклад ежегодно 9 %. Сколько денег будет на счету через год, если было вложено 5000 р.?

- а) Владение иностранным языком



● Да ● Нет

- б) Наличие мобильного телефона



● Есть ● Нет

■ Рис. 6.5

б) Предприниматель купил на складе товар за 1100 р. и планирует продавать его в магазине на 15 % дороже. Сколько будет стоить этот товар в магазине?

519 а) Ткань, цена которой 150 р. за метр, уценена на 8 %. Какая новая цена ткани?

б) Фруктовый сок подешевел на 15 %. Сколько стал стоить 1 л сока, если он стоил 20 р.?

520 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** В объявлении сообщается, что цены на ковры снижены на 20 %. Прикинем, сколько примерно рублей можно сэкономить, если купить ковёр, который до снижения цен продавался за 9980 р. Будем рассуждать так: 9980 р. – это почти 10 000 р.; 20 % – это $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{5}$ от 10 000 – это $\frac{10\,000}{5} = 2000$. Можно сэкономить примерно 2000 р.

Рассуждая таким же образом, определите, сколько примерно можно сэкономить, если купить на распродаже со скидкой 25 % товар, стоивший 399 р., 4890 р., 19 790 р.

Б

521 а) Во сколько раз увеличилась стоимость товара, если она выросла на 50 %? на 35 %? на 27 %? на 80 %? на 150 %?

б) Во сколько раз уменьшилась стоимость товара, если его уценили на 90 %? на 80 %? на 50 %? на 25 %?

РАССУЖДАЕМ (522–524)

522 Пешеход за нарушение правил дорожного движения должен до определённого срока уплатить штраф 200 р. За каждый просроченный день сумма увеличивается на 2 % от суммы штрафа. Сколько придётся заплатить пешеходу, если он просрочит уплату штрафа на 5 дней?

523 В школе 800 учащихся. В шестых классах учится 10 % всех школьников, причём 45 % из них – девочки. Сколько девочек и сколько мальчиков в шестых классах?

524 В библиотеке 98 000 книг. Книги на русском языке составляют 78 % всех книг, из них 5 % – учебники. Остальные книги на русском языке – это художественная литература и справочники. Их отношение равно 5 : 2. Сколько в библиотеке справочников на русском языке?

525 На диаграмме (рис. 6.6) представлены результаты опроса, в ходе которого 950 человек ответили, какие радиоканалы они предпочитают слушать. Найдите приближённо:

а) Сколько человек из числа опрошенных слушают спортивные каналы?

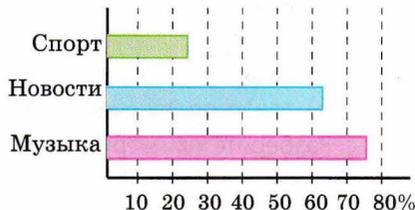


Рис. 6.6

б) На сколько больше человек предпочитают музыкальные каналы новостям?

Указание. Ответы округлите до десятков.

526 ■ **РАЗБИРАЕМ СПОСОБ РЕШЕНИЯ** ■ За доставку и установку стиральной машины заплатили 540 р. Это составляет 5% от стоимости машины. Сколько стоит стиральная машина?

Рассмотрим два способа решения задачи.

Способ 1. Так как 5% составляют 540 р., то 1% составляет $540 : 5 = 108$ (р.). Так как вся стоимость машины – это 100%, то для её нахождения надо 108 умножить на 100; получим 10 800 р.

Способ 2. Выразим 5% десятичной дробью, получим 0,05. Теперь решим задачу нахождение числа по его части, выраженной дробью. Для этого надо эту часть разделить на дробь, ей соответствующую; получим $540 : 0,05 = 10\,800$ р.

Решите задачу одним из разобранных способов:

а) В коробке лежали лампочки, 4 из них разбились. Разбитые лампочки составили 2% от числа всех лампочек. Сколько всего лампочек было в коробке?

б) В школе 15 учеников учатся на «5». Это составляет 5% всех учащихся школы. Сколько всего учащихся в школе?

527 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ 15% некоторого числа равны 12. Найдите 5%, 30%, 50%, 100% этого числа.

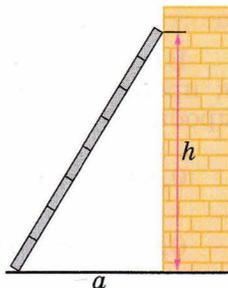
528 ■ **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** ■ Вам поручено заказать экскурсию в музей. Стоимость для одного человека 200 р. Группам предоставляются скидки. Если группа включает от 3 до 10 человек, то скидка составляет 5%. Если в группе от 11 до 20 человек, то скидка составляет 10%. Задайте сами число экскурсантов в вашей группе и определите, сколько нужно заплатить за экскурсию.

П

529 Вычислите:

а) $\frac{3,18 + 6,82}{0,025}$; б) $\frac{0,5 + 0,01}{3,4 \cdot 0,5}$

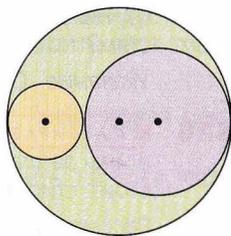
530 На рисунке 6.7 буквой h обозначено расстояние от земли до верхнего края лестницы, приставленной к стене, буквой a – расстояние от нижнего края лестницы до стены. Отношение h к a определяет крутизну лестницы. В каком случае крутизна лестницы больше: если $h=1,8$ м и $a=1,2$ м или если $h=2$ м и $a=1,5$ м?



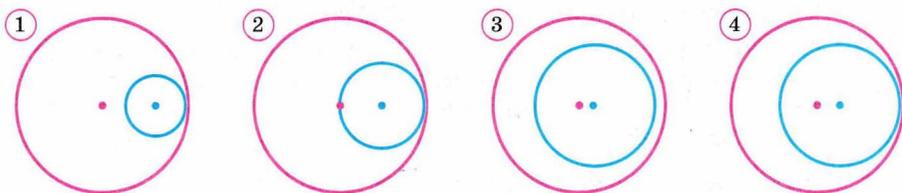
■ Рис. 6.7

531 Радиус меньшей окружности равен 2 см, радиус средней — 3 см (рис. 6.8). Чему равен радиус большей окружности? Воспроизведите рисунок.

532 ■ **Анализируем и рассуждаем** ■ На каком из рисунков (рис. 6.9) изображена следующая ситуация: радиус большей окружности равен 6 см, радиус меньшей — 4 см, расстояние между центрами окружностей равно 1 см? Для трёх других рисунков самостоятельно подберите подходящие значения.



■ Рис. 6.8



■ Рис. 6.9

6.4 Выражение отношения в процентах

Пример 1. Среди жителей села Дедово 350 человек имеют право участвовать в голосовании. На избирательный участок в день выборов пришли 189 человек. Какая часть избирателей села Дедово приняла участие в голосовании?

Чтобы ответить на вопрос задачи, найдём отношение 189 к 350.

Получим $\frac{189}{350} = \frac{27}{50}$. Но в такой форме ответ неудобен, поэтому перейдём к десятичным дробям:

$$\frac{27}{50} = 0,54.$$

Для наглядности найденное отношение часто выражают в процентах. Так как $0,54 = \frac{54}{100}$, то голосовать пришло 54% избирателей.

В ходе решения задачи мы перешли от десятичной дроби 0,54 к процентам: 0,54 — это 54%. Точно так же и другие десятичные дроби выражаются в процентах. Например:

$$0,48 \text{ — это } 48\%; \text{ действительно, } 0,48 = \frac{48}{100};$$

$$0,06 \text{ — это } 6\%; \text{ действительно, } 0,06 = \frac{6}{100};$$

$$1,25 \text{ — это } 125\%; \text{ действительно, } 1,25 = \frac{125}{100}.$$

Таким образом, $\frac{49}{2150} \approx 0,02$ и $\frac{31}{725} \approx 0,04$.

В первом случае доля телевизоров, потребовавших ремонта, оказалась примерно равной 0,02, т. е. 2%, а во втором — 0,04, т. е. 4%. Таким образом, на заводе В процент некачественных телевизоров выше.

- Как узнать, сколько процентов одно число составляет от другого? Найдите, сколько процентов от 250 кг составляют 40 кг.

А

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (533—534)

533 Выразите в процентах следующие доли учащихся школы:

а) 0,24; 0,38; 0,76; б) 0,3; 0,5; 0,9.

534 В школе подсчитали, какая часть её годового бюджета требуется на разные нужды. Результат показан в таблице.

Покупка учебников	0,37
Покупка оборудования	0,6
Ремонт столов	0,08
Ремонт помещений	1,25
Покупка мебели	1,1

Выразите эти доли в процентах. Как вы думаете, какие школьные нужды могут быть за год выполнены?

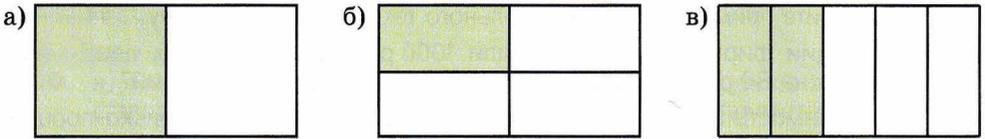
535 ■ **Верно или неверно** ■ Найдите ошибки и исправьте их:

- 1) 0,3 — это 3%; 3) 0,17 — это 17%; 5) 1,2 — это 12%;
 2) 0,9 — это 90%; 4) 1,5 — это 150%; 6) 0,64 — это 64%.

536 Прочитайте предложение, выразив дробь в процентах:

- а) бензином заполнили $\frac{9}{10}$ бака;
 б) $\frac{2}{5}$ учащихся школы едут в школу на автобусе;
 в) масса сушёной вишни составляет $\frac{6}{25}$ массы свежей;
 г) магазин продал $\frac{17}{20}$ привезённого сахара.

Подсказка. Обратите обыкновенную дробь в десятичную.



■ Рис. 6.10

537 Сколько процентов площади прямоугольника закрашено (рис. 6.10, а–в)?

538 а) Во время киносеанса $\frac{3}{5}$ всех мест кинозала было занято, остальные места свободны. Сколько процентов всех мест кинозала было занято и сколько свободно?

б) Книги на русском языке составляют $\frac{11}{20}$ всех книг библиотеки, остальные – на иностранных языках. Сколько процентов всех книг библиотеки на иностранных языках?

539 Тимур бросил мяч в баскетбольное кольцо 50 раз. Определите, какую часть составляет число попаданий от числа бросков, и выразите эту часть в процентах, если он попал в кольцо: а) 10 раз; б) 25 раз; в) 32 раза; г) 40 раз.

540 а) Из 500 ответов, присланных на вопрос телевикторины, правильными оказались 120. Найдите отношение числа правильных ответов к числу всех присланных ответов. Сколько процентов участников викторины ответили правильно?

б) В школе 800 учащихся, 600 из них занимаются спортом. Найдите отношение числа спортсменов к числу всех учащихся школы. Сколько процентов учащихся занимаются спортом?

Решите задачу и прокомментируйте решение (**541–543**).

541 а) В округе 25 000 избирателей. В голосовании приняли участие 13 000 из них. Сколько процентов избирателей приняли участие в выборах и сколько не приняли?

б) Из 30 000 жителей города 6900 – дети. Какой процент всего населения составляют дети? Какой процент всего населения составляют взрослые?

542 а) Из 40-литровой канистры отлили 16 л бензина. Сколько процентов бензина осталось в канистре?

б) Боксёр из 60 проведённых боёв выиграл 54 боя. Сколько процентов всех боёв боксёр проиграл?

543 а) В банке был открыт счёт на 8000 р. сроком на один год. Через год сумма на счёте стала равна 8640 р. Сколько процентов от вложенной суммы составляет новая сумма на счёте?

б) В осенние месяцы в городе Дальнегорске произошло 45 дорожно-транспортных происшествий (ДТП). В зимние месяцы в связи с ухудшением погодных условий число ДТП выросло до 54. Сколько процентов от числа осенних ДТП составило число ДТП в зимние месяцы?

Разберите пример 2 из объяснительного текста и решите задачу (544–545).

544 а) Акции фирмы в августе стоили 1000 р., а в сентябре их цена повысилась на 30 р. На сколько процентов повысилась цена акций?

б) Стоимость проезда в автобусе повысилась на 3 р. На сколько процентов она повысилась, если до повышения была 25 р.?

545 а) Во время распродажи цена стола, который стоил 3000 р., была снижена на 600 р. На сколько процентов была снижена цена стола?

б) Акции фирмы в январе стоили 50 р. В феврале их цена понизилась на 2 р. На сколько процентов понизилась цена акций?

546 Выразите десятичную дробь приближённо в процентах, предварительно округлив её до сотых:

а) 0,843; в) 0,5016; д) 0,4666;

б) 0,1391; г) 0,0449; е) 0,018.

547 Сколько примерно процентов составляет:

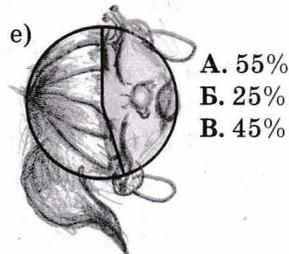
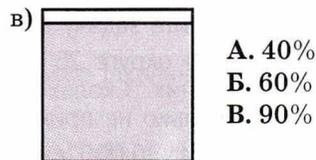
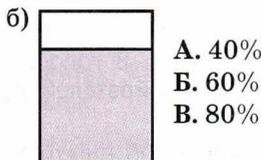
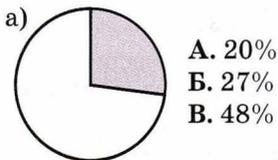
а) $\frac{1}{3}$ учащихся школы; г) $\frac{1}{9}$ семейного бюджета;

б) $\frac{1}{6}$ библиотечного фонда; д) $\frac{1}{11}$ денежного вклада;

в) $\frac{1}{7}$ населения Москвы; е) $\frac{1}{12}$ городского бюджета?

Подсказка. Замените приближённо обыкновенную дробь десятичной дробью с тремя знаками после запятой и округлите результат до сотых.

548 Определите, какой примерно процент площади фигуры закрашен (рис. 6.11, а–е). Для каждого рисунка выберите подходящий ответ.



■ Рис. 6.11

549 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ Не выполняя вычислений, определите, больше или меньше 50 % получится, если выразить в процентах следующую дробь:

а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{2}{3}$; д) $\frac{5}{12}$; е) $\frac{7}{12}$.

Б

- 550** а) Смешали 160 г какао и 40 г сахара. Сколько процентов всей смеси составляет какао? Сколько процентов всей смеси составляет сахар?
 б) Бронза – это сплав железа с оловом и цинком. Брусок бронзы некоторой марки содержит 1,78 кг железа, 0,1 кг олова, 0,12 кг цинка. Сколько процентов всего сплава составляет каждое вещество?

- 551** а) В сентябре акции компании продавали по 250 р., а в октябре их цена понизилась, и акции стали продаваться по 200 р. На сколько процентов снизилась цена акций?
 б) В 2005 г. дом был куплен за 2,4 млн р., а в 2007 г. он был продан за 3 млн р. На сколько процентов выросла цена дома?

552 ■ РЕШАЕМ ЗАДАЧУ ПО ПЛАНУ ■

а) В школьной библиотеке имеются книги и журналы. Отношение числа книг к числу журналов равно 4 : 1. Сколько процентов библиотечного фонда составляют книги?

1) Какую часть библиотечного фонда составляют книги?

2) Представьте полученную дробь десятичной дробью и выразите её в процентах.

Решите следующую задачу, воспользовавшись планом, представленным в пункте «а».

б) Толя собирает марки на две темы: «Авиация» и «Автомобили». В его коллекции марки по этим темам распределены в отношении 3 : 7. Сколько процентов коллекции составляют марки по каждой теме?

- 553** Разберите пример 3 из объяснительного текста и решите задачу:

а) На первом заводе из 1000 изделий 29 оказались бракованными, а на втором из 2000 изделий – 42. Найдите примерный процент брака на каждом заводе и определите, какой из двух заводов выпустил продукцию лучшего качества.

б) В городе А из 21 тыс. избирателей на выборы пришли 13 тыс., а в городе В из 19 тыс. избирателей в выборах участвовали 11 тыс. В каком городе избиратели активнее?

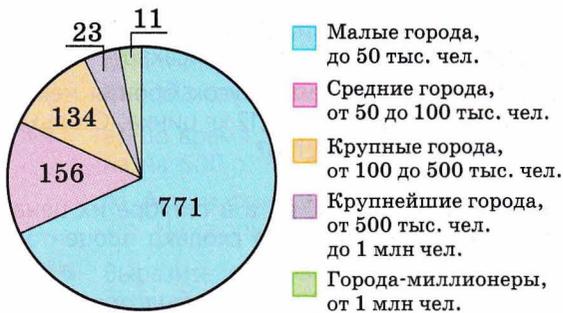
- 554** ■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ ■ Представьте, что вы готовите сообщение о городах России. Все города по численности населения подразделяются на пять типов: малые, средние, крупные, крупнейшие и города-миллионеры.

На диаграмме (рис. 6.12) показано количество городов каждого из этих типов.



Суздаль. Центр города

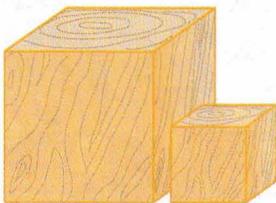
Распределение городов
по численности населения



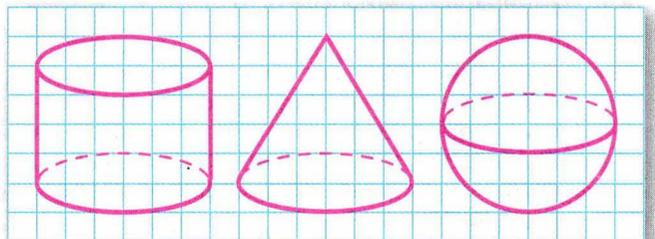
■ Рис. 6.12

П

- 555** а) Для оклейки стен комнаты требуется 80 м обоев. Сколько рулонов обоев надо купить, если длина каждого рулона 10,5 м?
б) Доску, длина которой 6,2 м, надо распилить на куски длиной 0,8 м. Сколько таких кусков получится?
- 556** ■ **Анализируем** ■ Ребро одного куба равно 10 см, а другого — 5 см (рис. 6.13). Найдите отношение:
- 1) ребра малого куба к ребру большого куба;
 - 2) площади грани малого куба к площади грани большого куба;
 - 3) объёма малого куба к объёму большого куба.
- Есть ли среди этих отношений равные?
- 557** Чертёж дома выполнен в масштабе 1 : 24. Чему равна высота стен дома на чертеже, если в действительности она равна 6 м? Чему равна длина фасада этого дома, если на чертеже она изображается отрезком, равным 35 см?
- 558** Скопируйте в тетрадь изображения цилиндра, конуса, шара (рис. 6.14). Закрасьте основания цилиндра и конуса, начертите их высоты. Отметьте центр шара, начертите его радиус и диаметр.



■ Рис. 6.13



■ Рис. 6.14

1) Используя данные диаграммы, определите, сколько всего городов насчитывается в России.

2) Сколько процентов от общего количества городов составляют города каждого типа? Ответ округлите до единиц.

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю, что показывает отношение чисел и величин; умею находить отношение чисел и величин.

1. Отрезок AB разделён точкой C на две части так, что $AC = 1,2$ дм, $BC = 6$ см. Что показывают отношения $\frac{AC}{BC}$, $\frac{BC}{AB}$? Найдите эти отношения.
2. В коробке находятся простые и цветные карандаши в отношении $5 : 8$. Какую часть цветных карандашей составляют простые? Во сколько раз цветных карандашей больше, чем простых?

Знаю, что такое масштаб; умею находить длины и расстояния, учитывая масштаб изображения.

3. Масштаб карты $1 : 200\,000$. Расстояние между двумя пунктами на этой карте равно $8,5$ см. Чему равно расстояние между этими пунктами в местности?

Умею решать задачи на деление в данном отношении.

4. Занятия в школе длятся 5 ч. Время на уроки и перемены распределяется в отношении $9 : 1$. Сколько времени длятся все уроки и сколько все перемены?

Умею выражать проценты десятичными дробями и наоборот.

5. Выразите десятичной дробью:
а) 39% ; б) 50% ; в) 6% ; г) 230% .
6. Выразите в процентах: $0,4$ жителей страны; $\frac{7}{20}$ избирателей округа.

Умею решать основные задачи на проценты.

7. Найдите:
а) 3% от 200 р.; б) 120% от 200 р.
8. Магазин снизил цены на компьютеры на 24% . Сколько стал стоить компьютер, который до снижения цен стоил $18\,000$ р.?
9. Посадили 50 семян помидоров. Проросло 45 семян. Определите, какая часть семян проросла, и выразите её в процентах.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Симметрия

Слово «симметрия» греческого происхождения. Оно, как и слово «гармония», означает «соразмерность», «наличие определённого порядка, закономерности в расположении частей». Взгляните на снежинку, бабочку, птицу, отражающуюся в глади водоёма, — это лишь некоторые примеры проявления симметрии в природе.



С давних времён люди использовали симметрию в архитектуре, предметах быта, орнаментах.



Воскресенские
ворота,
Москва, XVII в.



Розетка
католического
собора



Чувашский орнамент
поясной подвески

В математике рассматриваются различные виды симметрии, вы же познакомитесь с *осевой*, *центральной*, а также с *зеркальной* симметрией.

7.1 Осовая симметрия

Возьмите лист бумаги. Проведите на нём какую-нибудь прямую и переверните лист по этой прямой. Проткните сложенный лист иглой (рис. 7.1, а). Развернув лист, вы увидите две точки, расположенные по разные стороны от этой прямой (рис. 7.1, б). Говорят, что эти *точки*

симметричны относительно прямой — линии сгиба.

Проведите через полученные точки прямую и обозначьте её буквой l . С помощью инструментов вы можете убедиться, что прямая l перпендикулярна линии сгиба, а точки находятся от неё на одинаковом расстоянии (рис. 7.1, в). Это важное свойство симметричных точек. С его помощью можно строить точки, симметричные относительно некоторой прямой, и без перегибания листа бумаги.

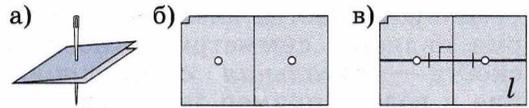


Рис. 7.1

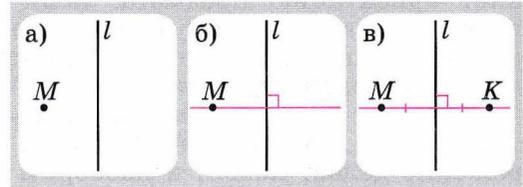


Рис. 7.2

Проведите описанный эксперимент. Сделайте необходимые обозначения и, используя их, запишите свойства симметричных точек.

Пусть дана прямая l и точка M (рис. 7.2, а). Построим точку, симметричную точке M относительно прямой l . Для этого:

- проведём через точку M прямую, перпендикулярную l (рис. 7.2, б);
- отметим на ней точку K , расположенную на таком же расстоянии от прямой l , что и точка M (рис. 7.2, в).

Точка K симметрична точке M относительно прямой l .

Рассмотрите рисунок 7.3: четырёхугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ симметричны относительно прямой k . Симметричные вершины обозначены одной и той же буквой, но с добавлением индекса — цифры, поставленной внизу. Обратите внимание: называя четырёхугольник $ABCD$, вы «обходите» его по часовой стрелке, а симметричный ему четырёхугольник $A_1B_1C_1D_1$ — против часовой стрелки. Это означает, что осевая симметрия меняет направление обхода на противоположное.

Если перегнуть рисунок по прямой k , то четырёхугольники $A_1B_1C_1D_1$ и $ABCD$ совпадут. Иными словами, эти четырёхугольники равны.

Если фигуры симметричны, то они равны.

- По рисунку 7.3 назовите вершину, симметричную вершине A , вершине C ; сторону, симметричную стороне BC , стороне DC ; угол, симметричный углу ABC , углу CDA .
- Как построить многоугольник, симметричный данному относительно некоторой прямой?

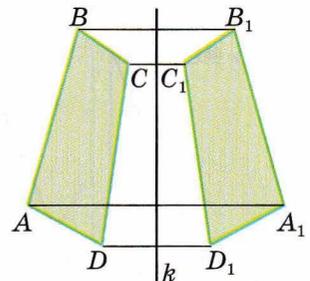
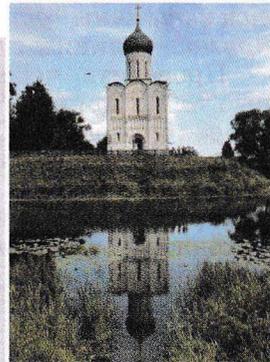


Рис. 7.3

В пространстве аналогом осевой симметрии является симметрия относительно плоскости — *зеркальная симметрия*. Отражение в воде — пример зеркальной симметрии в природе. С этой симметрией мы постоянно встречаемся, глядя на себя в зеркало.

Зеркальная симметрия, как и осевая, меняет ориентацию предмета. Если вы, стоя перед зеркалом, закружитесь по часовой стрелке, ваше отражение будет кружиться против часовой стрелки.

Заметьте ещё один интересный факт: всё то, что вы делаете правой рукой, ваше отражение делает левой, и наоборот.



Церковь Покрова на Нерли (XII в.)

А

559 **Действуем по алгоритму** На листе бумаги проведите прямую l , отметьте три точки и обозначьте их буквами A , B и C . Постройте точки, симметричные этим точкам относительно прямой l . Обозначьте их соответствующими буквами с индексом. Перегнув лист по прямой l , проверьте, верно ли выполнено построение.

560 Мысленно переверните рисунок по проведённой прямой (рис. 7.4) и выясните, симметричны ли относительно этой прямой изображённые на нём фигуры.

561 **Работаем с символами** Скопируйте рисунок 7.5 и постройте точки A_1 , B_1 и C_1 , симметричные точкам A , B и C относительно прямой k .

562 Скопируйте рисунок 7.6 в тетрадь и постройте фигуры, симметричные данным относительно прямой k . В каждом четырёхугольнике проведите диагонали и постройте точку, симметричную точке пересечения диагоналей четырёхугольника.

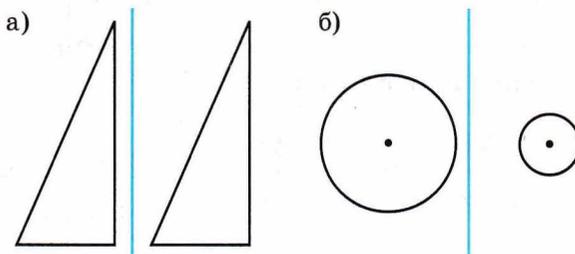


Рис. 7.4

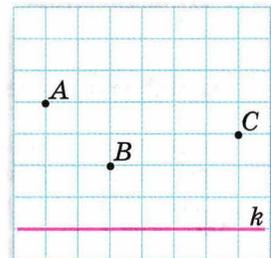
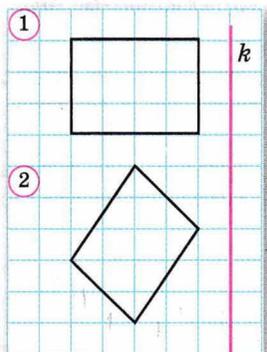
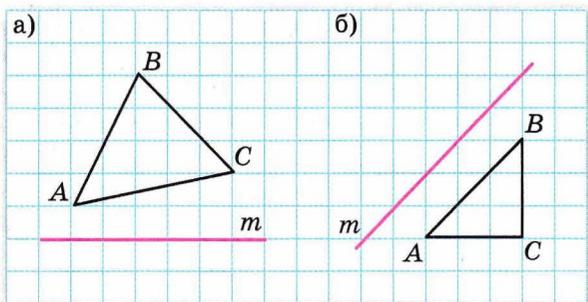


Рис. 7.5

563 Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно прямой m (рис. 7.7, а, б).



■ Рис. 7.6



■ Рис. 7.7

564 На нелинованной бумаге проведите произвольную прямую и обозначьте её буквой m .

- а) Начертите отрезок, не пересекающий прямую m , и постройте отрезок, симметричный ему относительно прямой m .
- б) Начертите четырёхугольник, одна из сторон которого лежит на прямой m , и постройте четырёхугольник, симметричный ему относительно прямой m .

565 Начертите окружность и постройте окружность, симметричную ей относительно прямой, которая:

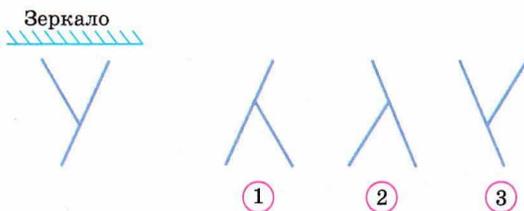
- а) не пересекает окружность;
- б) пересекает окружность, но не проходит через её центр;
- в) проходит через центр окружности;
- г) является касательной к окружности.

566 Прямые k и l :

- а) параллельны;
- б) пересекаются.

Постройте прямую m , симметричную прямой k относительно прямой l .

567 Как выглядит зеркальное отражение буквы **У** (рис. 7.8)? Проверьте себя, используя зеркало.



■ Рис. 7.8

Б

568 Скопируйте рисунок 7.9 и постройте прямую l , относительно которой точки A и B симметричны.

569 **Верно или неверно** 1) Постройте прямую, относительно которой прямая m симметрична прямой n (рис. 7.10). Сколько таких прямых можно построить?

2) Верно ли утверждение: «Для любых двух прямых a и b существует прямая c , относительно которой прямые a и b симметричны»? Обоснуйте свой ответ.

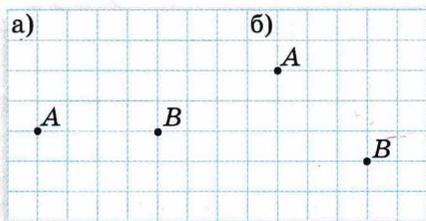


Рис. 7.9

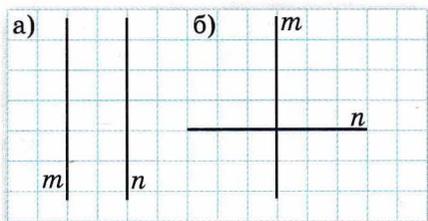


Рис. 7.10

570 **Рассуждаем** Квадрат разделён на 16 маленьких квадратов, один из которых окрашен (рис. 7.11). Будем считать, что краска, которой он окрашен, не засыхает. Большой квадрат перегибается по какой-либо из проведённых линий, после чего окрашенная часть увеличивается. Затем квадрат приводится в исходное положение. Какое число перегибаний нужно сделать, чтобы окрасить весь квадрат?

571 **Ищем закономерность** 1) Возьмите два прямоугольных зеркала и какой-нибудь предмет, например карандаш. Поставьте зеркала под углом 120° друг к другу и положите перед ними карандаш (рис. 7.12). Сколько карандашей вы видите? Повторите опыт, сделав угол между зеркалами равным 90° , 60° , 45° . Сколько карандашей вы видите в каждом случае?

2) Конструкция из двух зеркал, расположенных под некоторым углом друг к другу, используется в детской игрушке «Калейдоскоп» – «волшебной» трубе, образующей из осколков цветных стёкол бесконечное множество узоров. Возьмите, например, несколько разноцветных пуговиц, фишек или других мелких предметов и расположите их перед зеркалами. У вас получится узор.

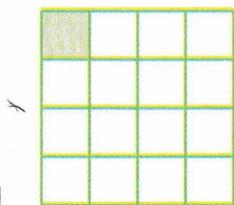


Рис. 7.11

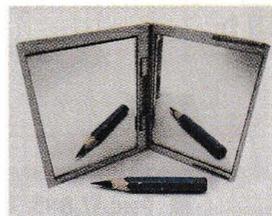


Рис. 7.12

П

- 572** Выполните действия: $(8 - 7,6) \cdot (0,33 + 0,7)$.
- 573** Турист прошёл 0,9 км за 0,2 ч, 7 км за 2 ч и 1,7 км за 0,5 ч. На каком участке пути скорость туриста была самой маленькой?
- 574** В магазин привезли 3 т картофеля и 900 кг помидоров. В первый день продали 30% всего картофеля и 45% всех помидоров. Каких овощей было продано больше и во сколько раз?
- 575** За тренировку спортсмен сделал 80 выстрелов по мишени, из них 7 раз промахнулся. Какой у этого спортсмена процент попадания по мишени? Ответ округлите до единиц.

7.2 Ось симметрии фигуры

Говорят, что фигура симметрична относительно некоторой прямой, если при перегибании фигуры по этой прямой две части, на которые прямая разбивает фигуру, совпадают. Получить симметричную фигуру очень просто.

Возьмите лист бумаги и сложите его пополам. Нарисуйте на нём какую-нибудь линию с концами на сгибе листа, как, например, на рисунке 7.13, а, разрежьте лист по этой линии (рис. 7.13, б) и разверните вырезанную фигуру (рис. 7.13, в). Фигура, которую вы получили, симметрична. Линия сгиба — это *ось симметрии фигуры*.

Многие известные вам фигуры симметричны: например, у прямоугольника две оси симметрии.

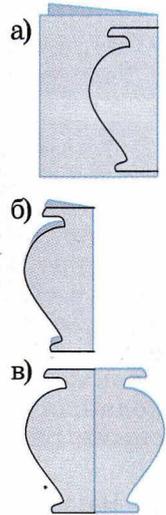
Есть ось симметрии и у равнобедренного треугольника. Перегните его так, чтобы совпали вершины при основании, линия сгиба и будет его осью симметрии (рис. 7.14).

Ось симметрии разбивает равнобедренный треугольник на две равные части. Она делит пополам угол, противолежащий основанию, проходит через середину основания и перпендикулярна ему.

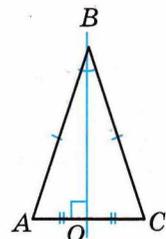
- Назовите равные элементы треугольников ABO и BCO , определите их вид (см. рис. 7.14).
- Начертите многоугольник, у которого нет осей симметрии.

Сколько осей симметрии может быть у фигуры? Начнём искать ответ на этот вопрос с многоугольников.

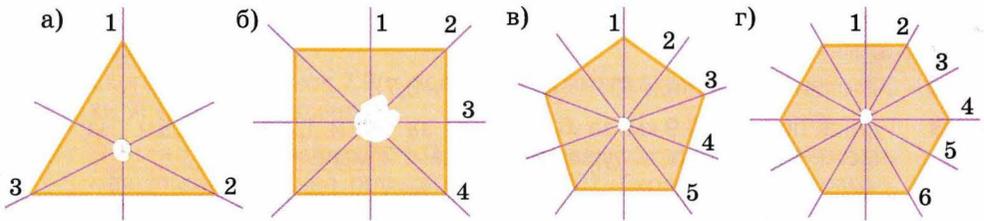
Легко догадаться, что «самый симметричный треугольник» — это равносторонний треугольник, у него



■ Рис. 7.13



■ Рис. 7.14



■ Рис. 7.15

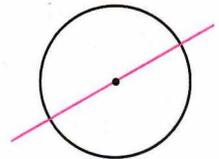
3 оси симметрии (рис. 7.15, а), а «самый симметричный четырёхугольник» — квадрат, у него 4 оси симметрии (рис. 7.15, б).

Вы, наверное, заметили, что обе эти фигуры — многоугольники с равными сторонами и равными углами. Существует и пятиугольник с равными сторонами и равными углами (рис. 7.15, в), и шестиугольник (рис. 7.15, г) и т. д.

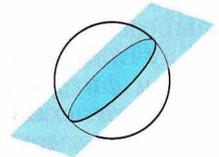
Многоугольник, у которого равны все стороны и все углы, называют правильным.

Таким образом, равносторонний треугольник — это правильный треугольник, а квадрат — это правильный четырёхугольник.

Понятно, что «самым симметричным» среди всех пятиугольников является правильный пятиугольник, среди всех шестиугольников — правильный шестиугольник и т. д. Но «самые симметричные» фигуры на плоскости — это окружность, а также ограниченный ею круг. Любая прямая, проходящая через центр окружности, является её осью симметрии (рис. 7.16).

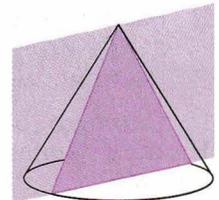
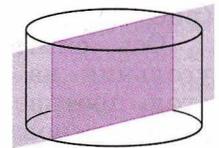


■ Рис. 7.16



■ Рис. 7.17

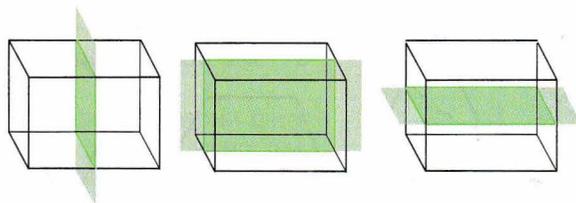
- Назовите многоугольник, у которого одна ось симметрии, две оси симметрии.
- Сколько осей симметрии у равностороннего треугольника? у квадрата?
- Какие многоугольники называют правильными?



■ Рис. 7.18

В пространстве «самая симметричная» фигура — шар: он симметричен относительно любой плоскости, пересекающей его по большой окружности (рис. 7.17). Но если на плоскости только круг обладает таким интересным свойством, то в пространстве есть и другие тела, имеющие бесконечно много плоскостей симметрии. Из уже известных вам тел это цилиндр и конус (рис. 7.18).

Симметричными могут быть и многогранники. Например, у параллелепипеда три плоскости симметрии (рис. 7.19).



■ Рис. 7.19

- Какая фигура получится в сечении, если плоскостью симметрии рассечь: а) шар; б) параллелепипед; в) цилиндр; г) конус?

Несмотря на всеобщий характер симметрии окружающего нас мира, мы редко можем встретить примеры математически безукоризненной симметрии. Например, нетрудно указать плоскость, относительно которой тело человека можно считать симметричным. Но столь же легко указать и отклонения от полной симметрии: родинка, волосы, расчёсанные на косой пробор, или какая-нибудь деталь в одежде, нарушающая симметрию. Эти небольшие отклонения от симметрии делают облик человека *асимметричным*, т. е. несимметричным.

Симметрия и асимметрия тесно соседствуют друг с другом. Например, в начале шахматной партии расположение фигур одного цвета асимметрично из-за короля и королевы, в то же время расстановка чёрных фигур является зеркальным отражением расстановки белых фигур.

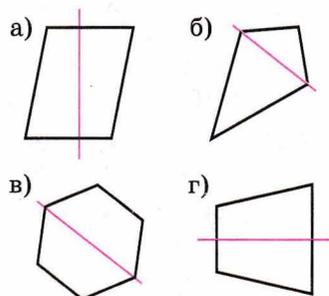


Расстановка шахматных фигур

A

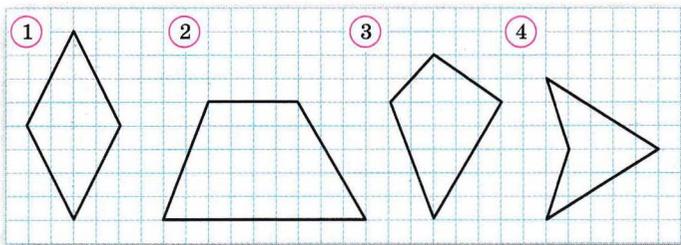
576 ■ **ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ** ■ Найдите в художественной литературе, в Интернете и фотоальбомах изображения объектов природы или предметов, созданных руками человека, которые обладают осевой симметрией.

577 ■ **ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО** ■ Рассмотрите рисунок 7.20. Верно ли, что проведённая прямая — ось симметрии многоугольника?



■ Рис. 7.20

- 578** Среди фигур, изображённых на рисунке 7.21, найдите симметричные. Перерисуйте их в тетрадь и проведите оси симметрии.



■ Рис. 7.21

- 579** ■ **ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ** ■ а) Возьмите прямоугольный лист бумаги и найдите оси симметрии этого прямоугольника путём перегибания. Начертите в тетради прямоугольник и проведите его оси симметрии. Является ли диагональ осью симметрии прямоугольника?

б) У квадрата 4 оси симметрии. Найдите их с помощью перегибания. Начертите в тетради квадрат и проведите его оси симметрии.

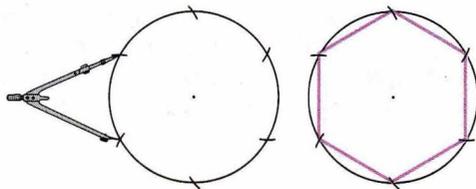
- 580** Постройте на нелинованной бумаге два равнобедренных треугольника со сторонами 3 см, 5 см, 5 см и со сторонами 7 см, 4 см, 4 см. В каждом треугольнике проведите ось симметрии, отметьте равные отрезки и равные углы.

- 581** Начертите в тетради равносторонний треугольник и проведите все его оси симметрии.

- 582** ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ** ■

Чтобы построить правильный шестиугольник, можно разделить окружность на шесть равных частей (пройти по ней циркулем с шагом, равным её радиусу) и соединить последовательно все полученные точки.

- 1) Рассмотрите рисунок 7.22 и выполните построение.
- 2) Проведите оси симметрии построенного правильного шестиугольника.
- 3) Чему равны углы правильного шестиугольника?



■ Рис. 7.22

- 583** Сколько осей симметрии у снежинки (см. с. 144)? Сделайте в тетради схематический рисунок и покажите оси симметрии снежинки.

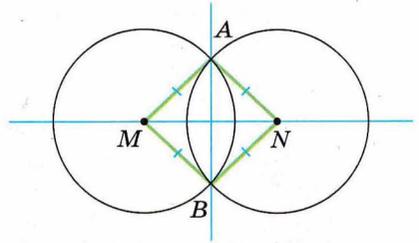
- 584** ■ **ИЩЕМ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ** ■ Сколько осей симметрии у правильного треугольника? четырёхугольника? пятиугольника? шестиугольника (см. рис. 7.15)? Сколько осей симметрии у правильного девятиугольника? десятиугольника? Нарисуйте эти фигуры от руки и проведите их оси симметрии. Сколько осей симметрии у правильного n -угольника?

Б

585 ■ **ВЕРНО или НЕВЕРНО** ■ Рассмотрите рисунок 7.23.

Выберите утверждения, которые являются верными.

- 1) Прямая AB – ось симметрии фигуры, состоящей из двух окружностей.
- 2) Треугольник AMN – равносторонний.
- 3) Четырёхугольник $MANB$ – квадрат.
- 4) Точки A и B симметричны относительно прямой MN .



■ Рис. 7.23

А Б В Г Д Е Ж З И К Л
М Н О П Р С Т У Ф Х Ц
Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я

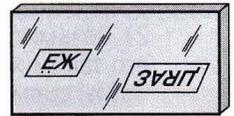
586 а) Какие из букв русского алфавита на рисунке 7.24 имеют одну ось симметрии? две оси симметрии?

б) Одно слово на рисунке 7.25, а имеет горизонтальную ось симметрии, а другое – вертикальную. Составьте слово, обладающее горизонтальной симметрией, и слово, обладающее вертикальной симметрией.

в) Прочитайте слова, отражённые в зеркале (рис. 7.25, б). Одно из них читается легко, а другое нет. Составьте сами два таких же слова.

■ Рис. 7.24

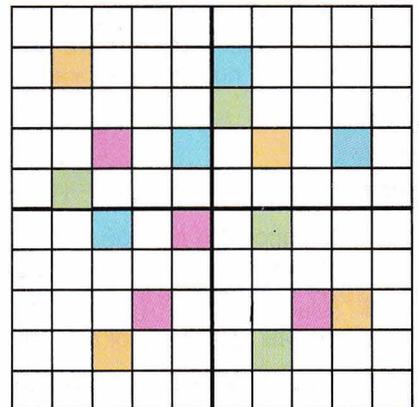
а) КОФЕ б)
НОТА



587 ■ **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** ■ Представьте, что вы художник-реставратор. Вам необходимо восстановить мозаичное панно, из которого выпали отдельные кусочки (рис. 7.26). Известно, что узор, изображённый на панно, имеет две взаимно перпендикулярные оси симметрии. Скопируйте рисунок в тетрадь и восстановите узор.

■ Рис. 7.25

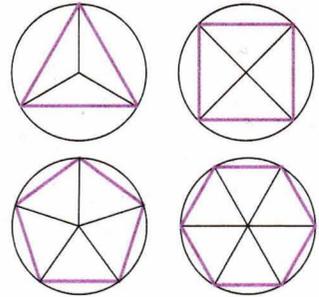
588 ■ **НАБЛЮДАЕМ** ■ Начертите в тетради несколько равнобедренных треугольников с общим основанием, равным 6 см. Где расположены вершины этих треугольников?



589 ■ **ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ** ■ Перегибая лист бумаги, постройте равнобедренный треугольник.

■ Рис. 7.26

590 ■ **Ищем способ построения** ■ Правильные многоугольники обладают важным свойством: все вершины правильного многоугольника лежат на одной окружности (рис. 7.27). Это свойство можно использовать для построения правильного многоугольника: разделить окружность на соответствующее число равных частей (равных дуг) и соединить последовательно точки деления.

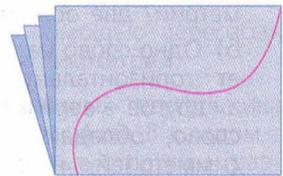


■ Рис. 7.27

1) Рассмотрите рисунок, сформулируйте алгоритм построения: а) правильного треугольника; б) правильного четырёхугольника. Выполните построения.

2) Выберите один из двух других изображённых на рисунке правильных многоугольников и постройте его.

591 ■ **Ищем закономерность** ■ 1) Возьмите лист тонкой бумаги и перегните его дважды так, чтобы линии сгиба были перпендикулярны друг другу. Вырежьте из сложенного листа какую-нибудь фигуру (рис. 7.28) и разверните её. Сколько у получившейся фигуры осей симметрии?



■ Рис. 7.28

2) Возьмите другой лист бумаги, сложите его таким же образом, а затем перегните так, чтобы совместились стороны прямого угла. Снова вырежьте какую-нибудь фигуру. Сколько у неё осей симметрии?

3) Вырежьте третью фигуру, перегнув лист ещё один раз. Сколько осей симметрии у третьей фигуры? Сколько осей симметрии будет у фигуры, если перегнуть лист 5 раз?

592 ■ **Исследуем** ■ У параллелепипеда три плоскости симметрии (см. рис. 7.19). А сколько плоскостей симметрии у куба?

Указание. Рассмотрите дополнительно плоскости, проходящие через диагонали противоположных граней.

П

593 Выполните действия: $(10 - 5,5) \cdot (0,6 + 0,44)$.

594 От провода длиной 6 м отрезали 0,25 его длины. Сколько метров провода осталось?

595 Масса яблока и груши 0,625 кг. Яблоко тяжелее груши на 0,185 кг. Чему равны масса яблока и масса груши?

596 Библиотечный фонд школы за год увеличился на 125%. Сколько книг стало в школьной библиотеке, если первоначально в ней было: а) 400 книг; б) 640 книг?

7.3 Центральная симметрия

Ещё одним видом симметрии является *центральная симметрия*.

Отметим на листе бумаги точки O и A (рис. 7.29, а). Будем поворачивать с помощью циркуля точку A вокруг точки O (для этого поставим ножку циркуля в точку O). След, который оставляет точка A при повороте, — это дуга окружности (рис. 7.29, б). При повороте на 180° точка A перешла в диаметрально противоположную ей точку B . Точки A и B называют *симметричными относительно точки O* .

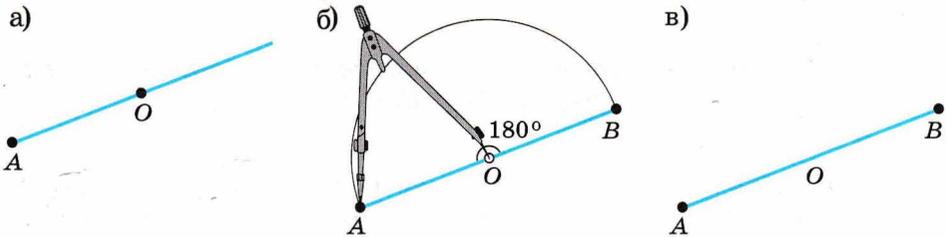


Рис. 7.29

Обратите внимание: если точки A и B симметричны относительно точки O , то точка O — середина отрезка AB . На этом основан способ построения центрально-симметричных точек.

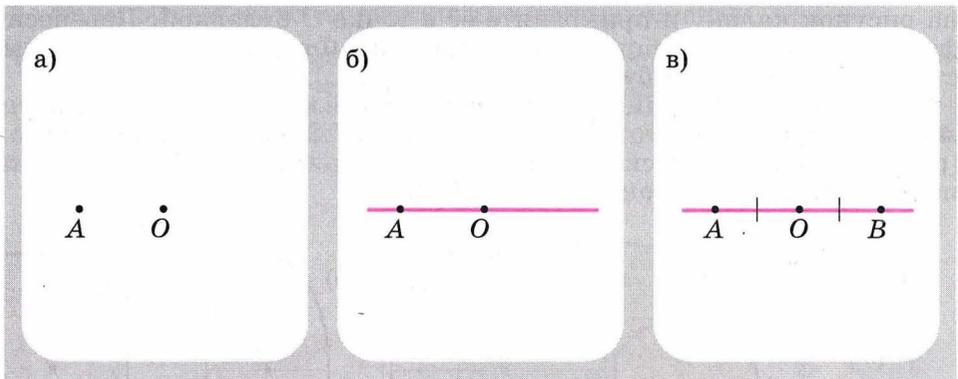


Рис. 7.30

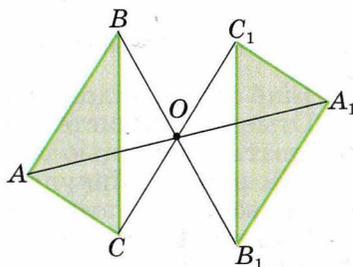
Построим точку B , симметричную точке A относительно точки O (рис. 7.30, а). Для этого:

- проведём прямую AO (рис. 7.30, б);
- по другую сторону от точки O отложим отрезок OB , равный отрезку OA (рис. 7.30, в).

Точка B симметрична точке A относительно точки O .

Из рисунка 7.31 понятно, как построить треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику ABC относительно точки O : достаточно построить точки, симметричные его вершинам.

Вы знаете, что существуют фигуры, которые имеют ось симметрии, а некоторые — и не одну. Но фигура может иметь и центр симметрии (правда, только один).



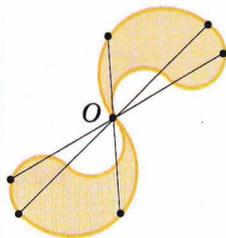
■ Рис. 7.31

Точка является центром симметрии, если при повороте вокруг этой точки на 180° фигура переходит сама в себя.

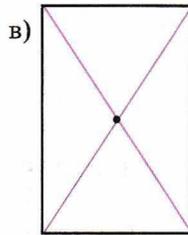
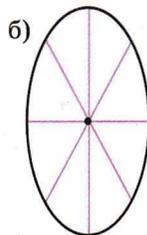
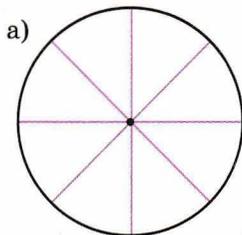
- Найдите на рисунке 7.31 и назовите отрезки, равные отрезкам OA , OB и OC .
- По рисунку 7.31 назовите центрально-симметричные элементы треугольников ABC и $A_1B_1C_1$: вершину, симметричную вершине A ; сторону, симметричную стороне BC ; угол, симметричный углу ABC .
- Как построить многоугольник, симметричный данному относительно некоторой точки?

Рассмотрим фигуру, изображённую на рисунке 7.32. Точка O является её *центром симметрии*. Чтобы убедиться в этом, наложите на рисунок кальку и прикрепите её в точке O булавкой. Перенесите фигуру на кальку и поверните её на 180° . Фигура на кальке совместится с фигурой на бумаге.

Вы уже встречались с *центрально-симметричными фигурами*. Это прежде всего окружность (рис. 7.33, а), а также эллипс (рис. 7.33, б). Центр симметрии имеет и прямоугольник: это точка пересечения его диагоналей (рис. 7.33, в).



■ Рис. 7.32



■ Рис. 7.33

- Убедитесь, используя кальку, что указанная точка является центром симметрии фигуры (см. рис. 7.33, а–в).

А

ДЕЙСТВУЕМ ПО АЛГОРИТМУ (597–598)

- 597** Отметьте на листе нелинованной бумаги точки O , A , B и C . Постройте точки, симметричные точкам A , B , C относительно точки O .
- 598** Скопируйте рисунок 7.34, а, б в тетрадь и постройте фигуру, симметричную данной фигуре относительно точки O .

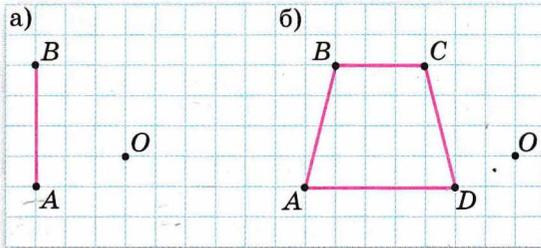


Рис. 7.34

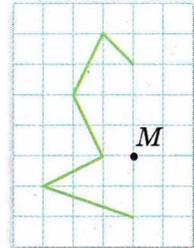


Рис. 7.35

- 599** На нелинованной бумаге начертите произвольный треугольник и постройте симметричный ему относительно одной из его вершин.
- 600** Начертите в тетради прямоугольник и постройте его центр симметрии. На сторонах прямоугольника возьмите какие-нибудь три точки и постройте симметричные им точки относительно центра симметрии.
- 601** На рисунке 7.35 изображена часть фигуры, центром симметрии которой является точка M . Начертите эту фигуру в тетради.
- 602** **Анализируем** Перенесите фигуру (рис. 7.36, а, б) в тетрадь и найдите её центр симметрии.

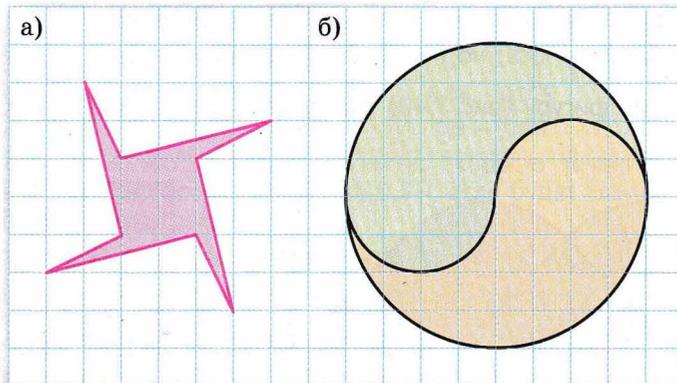


Рис. 7.36

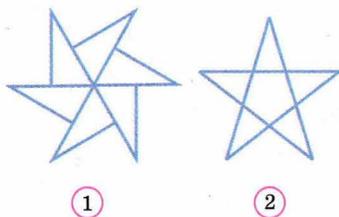


Рис. 7.37



Рис. 7.38

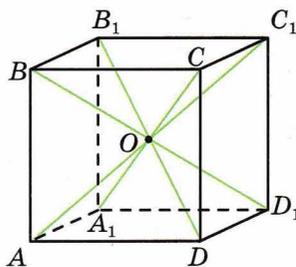


Рис. 7.39

603 Какая из фигур, изображённых на рисунке 7.37, имеет центр симметрии? оси симметрии?

604 **Верно или неверно** ■ Сделав соответствующий рисунок, определите, верно ли следующее утверждение:

- 1) Если две окружности симметричны относительно некоторой точки, то они симметричны также относительно некоторой прямой.
- 2) Если две окружности симметричны относительно некоторой прямой, то они симметричны также относительно некоторой точки.

605 **Анализируем** ■ Какие из букв латинского алфавита, изображённых на рисунке 7.38, имеют и центр симметрии, и ось симметрии?

606 Центр куба – это точка пересечения его диагоналей (рис. 7.39). Назовите вершины куба, симметричные относительно его центра.

Б

607 Начертите фигуру со следующими свойствами:

- а) фигура имеет и центр, и ось симметрии;
- б) фигура имеет центр, но не имеет оси симметрии;
- в) фигура имеет ось, но не имеет центра симметрии.

608 Скопируйте фигуру (рис. 7.40) в тетрадь и отметьте её центр симметрии.

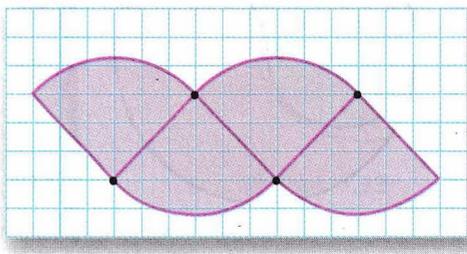


Рис. 7.40

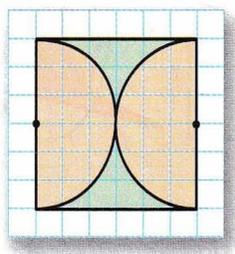


Рис. 7.41

609 ■ **Экспериментируем** ■ Разрежьте квадрат, как показано на рисунке 7.41. Сложите из четырёх получившихся частей фигуру, у которой:

- есть центр симметрии, но нет оси симметрии;
- есть ось симметрии, но нет центра симметрии;
- есть и центр симметрии, и ось симметрии.

Начертите эти фигуры в тетради.

610 ■ **Анализируем** ■ Начертите какую-нибудь развёртку куба, у которой есть центр симметрии.

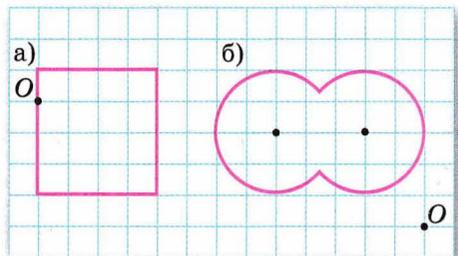
611 ■ **Верно или неверно** ■ Сделав соответствующий рисунок, определите, верно ли следующее утверждение:

- Любая прямая, проходящая через центр симметрии прямоугольника, делит его на две равные части.
- Любая ломаная, центрально-симметричная относительно центра квадрата, делит его на две равные части.

612 ■ **Рассуждаем** ■ Через точку O требуется провести прямую, которая разбила бы данную фигуру на две равные части (рис. 7.42, а, б). Как это сделать?

Указание. Обратите внимание, что фигура имеет центр симметрии.

613 ■ **Практическая ситуация** ■ Представьте, что вы с другом играете в игру. Вы должны по очереди выкладывать одинаковые кубики на прямоугольный стол. Кто не сможет выложить очередной кубик, тот проигрывает (кубики имеются в достаточном количестве). Если вы догадаетесь, как использовать знания о центральной симметрии, то наверняка сможете выиграть при условии, что будете ходить первым. Как вы должны играть?



■ Рис. 7.42

П

614 Выполните действия: а) $\frac{0,2 \cdot 7}{0,42}$; б) $\frac{0,04 \cdot 0,025}{0,9 - 0,88}$.

615 Собственная скорость лодки 8,5 км/ч, скорость течения реки 1,5 км/ч. Какое расстояние пройдёт лодка за 0,3 ч, если будет плыть против течения реки? по течению реки?

616 Два брата должны были покрасить половину забора, длина которого 128 м. Один из них выполнил $\frac{2}{3}$ их общей работы, а другой – остальную часть. Сколько метров забора покрасил каждый?

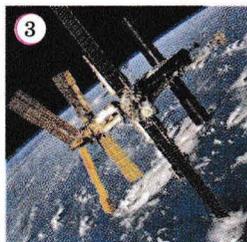
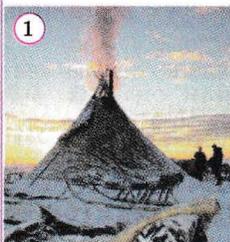
617 В секции дзюдо занимаются 18 школьников. Число девочек относится к числу мальчиков как 2 : 7. Во сколько раз число мальчиков больше, чем число девочек? Есть ли в задаче лишние данные?

Чему вы научились

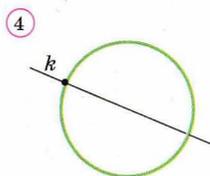
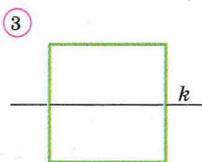
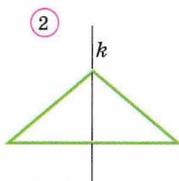
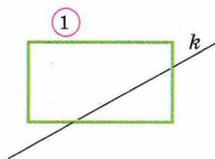
Обязательные умения

Умею распознавать на чертежах, рисунках, находить в окружающем мире плоские и пространственные симметричные фигуры.

1. Какие из приведённых на рисунках предметов симметричны относительно некоторой плоскости симметрии?

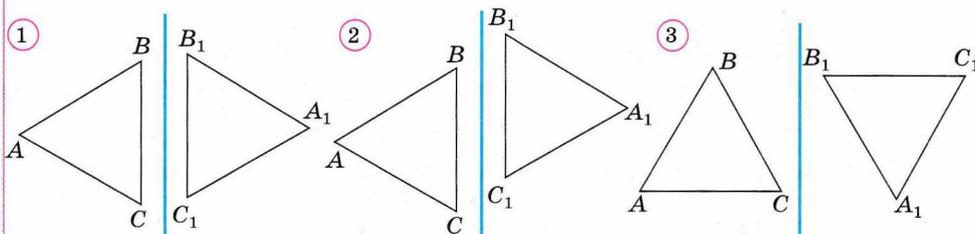


2. На каком из рисунков прямая k не является осью симметрии фигуры?



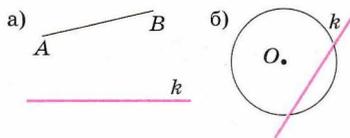
Умею распознавать фигуры, симметричные относительно некоторой прямой.

3. На каком из рисунков треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ симметричны относительно данной прямой?



Умею изображать фигуру, симметричную данной фигуре относительно прямой.

4. Начертите с помощью чертёжных инструментов фигуру, симметричную данной фигуре относительно прямой k .

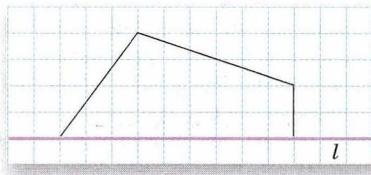


Умею проводить ось симметрии фигуры.

5. Изобразите от руки все оси симметрии:
 а) квадрата;
 б) прямоугольника;
 в) равностороннего треугольника.

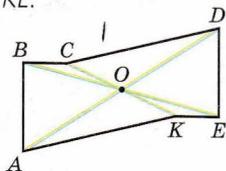
Умею изображать симметричные фигуры.

6. Достройте пятиугольник по заданной части и оси симметрии.



Умею распознавать фигуры, симметричные относительно некоторой точки.

7. Точка O – центр симметрии шестиугольника $ABCDEK$. Назовите сторону, симметричную стороне AK относительно точки O :
 1) AB ; 2) BC ; 3) CD ; 4) KE .



Умею изображать фигуру, симметричную данной фигуре относительно точки.

8. Отметьте две точки и обозначьте их буквами A и O . Постройте точку, симметричную точке A относительно точки O .

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Выражения, формулы, уравнения

Чтобы понимать друг друга, обязательно нужен общий язык. Язык необходим для передачи и хранения информации. В мире существует около 5000 различных языков, на которых говорят, пишут и читают разные народы. Это так называемые естественные языки — они возникали и развивались вместе с народами.

По мере изучения математики вы постепенно знакомитесь с математическим языком. Он относится к искусственным языкам, которые создаются и развиваются вместе с той или иной наукой. Язык математики — самый строгий и точный. В нём недопустимы неточности и ошибки. И ещё он самый общий, самый универсальный. Его изучают во всех школах мира.

8.1 О математическом языке

В математическом языке есть свой алфавит. В качестве букв в нём выступают различные математические знаки. Прежде всего к ним относятся цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Вы знакомы и с другими математическими знаками: =, >, <, +, −, ·, :, %.

Математическими знаками являются также скобки.

В математическом языке используются ещё и латинские буквы. В арифметике их применяют для обозначения чисел. Когда, например, говорят: «Возьмём число a », то это означает, что некоторому числу — неважно, какому именно, — дали имя a и дальше с ним можно обращаться так, как будто оно вполне определённое. Например, записать его сумму с числом 5; получится $a + 5$. Или умножить это число на 10; получится $a \cdot 10$. Записи $a + 5$ и $a \cdot 10$ — это *математические выражения*.

Математические выражения — слова математического языка. Их составляют из чисел, букв, знаков действий и скобок. Если в выражении нет букв, то его называют **числовым выражением**. Выражение, содержащее буквы (одну или несколько), называют **буквенным выражением**. Например, выражение $20 - 3 \cdot 2,5$ — числовое, а выражение $5 \cdot x + 2 \cdot y$ — буквенное.

Буквенные выражения записывают по определённым правилам. Так, вместо $a \cdot 6$ обычно пишут $6a$, т. е. числовой множитель записывают перед буквенным и точку между ними не ставят. Точно так же вместо $(c + 4) \cdot 10$ пишут $10(c + 4)$, вместо $a \cdot b \cdot 3$ пишут $3ab$.

В то же время никогда не пишут, например, $a7$. Если необходим именно такой порядок множителей в произведении чисел a и 7, то точку обязательно ставят, т. е. пишут $a \cdot 7$.

Частное двух чисел, обозначенных буквами, записывают обычно с помощью черты дроби, например $\frac{a}{b}$.

При записи выражений, как числовых, так и буквенных, важно уметь правильно пользоваться скобками. Так, если нужно умножить сумму чисел a и b на число c , то эту сумму заключают в скобки: $(a + b)c$. Если бы мы скобки опустили, то получили бы выражение $a + bc$, которое имеет другой смысл: это сумма числа a и произведения чисел b и c .

Заметим, что хотя выражение $a + bc$ записывают без скобок, они в нём подразумеваются. По сути, эта запись означает $a + (bc)$. Однако, как вы знаете, существует специальная договорённость, которая позволяет в данном случае скобки опустить: если в выражении нет скобок, то умножение выполняется раньше сложения.

Из математических выражений составляют *математические предложения*.

Приведём примеры математических предложений:

- 1) $2 + 3 = 5$; 2) 87 делится на 9; 3) a — чётное число.

Каждое из них выражает некоторую мысль, что-то утверждает. Первое предложение — это верное утверждение, второе — неверное, а третье предложение при некоторых a верно, а при других нет. Например, если a равно 100, то оно верно, а если a равно 99, то неверно.

Такие предложения, которые рассматриваются в связи с оценкой того, верно или неверно содержащееся в них утверждение, в математике называют **высказываниями**. При этом вместо слов «верное» и «неверное» часто говорят **истинное** и **ложное**. Таким образом, высказывания могут быть истинными и ложными.

Занимаясь математикой, вы постоянно переводите предложения с русского языка на математический и наоборот. Если предложение выражает некоторое свойство или правило, выполняющееся для любых чисел, то при переводе его на математический язык удобно использовать буквы. Вспомните хорошо знакомое вам переместительное свойство сложения: при перестановке слагаемых сумма не меняется. Это свойство справедливо для любой пары чисел. Поэтому мы обозначаем числа буквами a и b и пишем: $a + b = b + a$.

Предложения математического языка, как правило, короче, чем предложения естественного языка, именно благодаря использованию специальных математических знаков. Кроме того, они понятны людям, говорящим на разных языках.

■ Прочитайте выражение, используя слова «сумма», «разность», «произведение», «частное»:

а) $(12 + 9) \cdot 25$;

в) $4b + 7$;

д) $(a + b)(a - b)$;

б) $6 \cdot 8 + 5$;

г) $m : (3 - n)$;

е) $a - (b + c)$.

■ Приведите примеры истинных и ложных высказываний (математических и нематематических).

А

- 618** Запишите в виде математического выражения:
- произведение числа 7 и суммы чисел a и b ;
 - сумму числа 10 и произведения чисел x и y ;
 - разность числа c и произведения чисел 4 и d ;
 - удвоенное произведение чисел a и b ;
 - произведение числа a и разности чисел b и c ;
 - произведение разности чисел x и y и их суммы;
 - частное чисел m и n ;
 - сумму частного чисел b и c и их произведения.
- 619** Пусть дано некоторое число. Обозначьте его какой-нибудь буквой и запишите следующее выражение:
- удвоенное данное число;
 - половину этого числа;
 - две трети этого числа;
 - 10 % этого числа;
 - число, на 2 большее данного;
 - число, на 3 меньшее данного.
- 620** Длина отрезка равна c метрам. Чему равна длина отрезка, который на 10 м длиннее данного? на 3 м короче данного? в 2 раза длиннее, чем данный? в 3 раза короче, чем данный?
- 621** а) Конфета стоит a р., а пряник стоит c р. Сколько стоят 7 конфет? 5 пряников? 6 конфет и 2 пряника? x конфет и y пряников?
 б) Килограмм яблок стоит a р., килограмм груш стоит b р. Сколько придётся заплатить, если купили 3 кг груш? 2 кг яблок и 3 кг груш? m кг яблок и n кг груш?
- 622** Запишите на математическом языке предложение:
- число k больше 5;
 - число a больше 0 и меньше 1;
 - квадрат числа b больше 100;
 - куб числа m меньше 1;
 - сумма чисел x и 15 равна 31;
 - произведение чисел a и b равно 8;
 - разность чисел b и c больше 3;
 - произведение чисел 5 и x меньше числа y .
- 
- Подставьте вместо буквы в каждое из предложений «а»–«д» такое число, чтобы получилось истинное высказывание; ложное высказывание.
- 623** Данные равенства выражают некоторые свойства действий над числами. Переведите каждое из них на русский язык и проиллюстрируйте примерами:
- $a + 0 = a$;
 - $a - a = 0$;
 - $a \cdot 1 = a$;
 - $a : a = 1$ ($a \neq 0$).

Б

624 Для записи длинных выражений в математике часто используют многоточие. Например, выражение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50$ означает произведение всех натуральных чисел от 1 до 50.

Запишите в виде математического выражения:

- а) произведение всех натуральных чисел от 1 до 100;
- б) произведение всех натуральных чисел от 1 до n ;
- в) сумму всех натуральных чисел от 1 до 200;
- г) сумму всех натуральных чисел от 1 до n .

625 Запишите в виде буквенных выражений произведение и сумму двух последовательных натуральных чисел.

626 Запишите в виде буквенного выражения произведение пяти последовательных натуральных чисел, начиная с числа:

- а) n ;
- б) $n + 3$;
- в) $n - 2$.

627 **■ РАССУЖДАЕМ** ■ Предложение «5 на 2 больше, чем 3» можно перевести на математический язык разными способами:

$$5 - 3 = 2, \quad 5 = 3 + 2, \quad 5 - 2 = 3.$$

1) Выберите равенства, являющиеся переводом на математический язык предложения «число c на 7 меньше числа 15»:

$$15 - 7 = c; \quad c - 7 = 15; \quad c + 7 = 15; \quad 15 + 7 = c; \quad 15 - c = 7.$$

2) Переведите разными способами на математический язык предложение:

- а) число a больше числа b на 3;
- б) число x меньше числа y в 6 раз.

628 **■ НАБЛЮДАЕМ И АНАЛИЗИРУЕМ** ■ Примеры иллюстрируют некоторое правило. Сформулируйте это правило и запишите его с помощью букв:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 7 \cdot 0 = 0, & \text{б) } 50 : 1 = 50, & \text{в) } 0 : 7 = 0, \\ 15,3 \cdot 0 = 0, & 2,6 : 1 = 2,6, & 0 : 3,2 = 0, \\ \frac{2}{5} \cdot 0 = 0; & \frac{1}{8} : 1 = \frac{1}{8}; & 0 : \frac{1}{3} = 0. \end{array}$$

П

629 Начертите какой-нибудь прямоугольник, отношение длин сторон которого равно 4 : 3.

630 Выразите десятичной дробью 17%, 40%, 150%.

631 Для выращивания рассады посадили 80 семян, из которых проросло 48. Сколько процентов семян проросло?

632 Осенью морковь продавали по 20 р. за килограмм. Зимой она подорожала на 20%. Найдите цену моркови зимой.

8.2 Буквенные выражения и числовые подстановки

Вы знаете, что числовое выражение можно вычислить, т. е. найти его значение. Для этого надо выполнить указанные в нём действия.

Возьмём, например, выражение $10 \cdot (4,5 - 1)$. Так как $4,5 - 1 = 3,5$ и $10 \cdot 3,5 = 35$, то значение выражения $10 \cdot (4,5 - 1)$ равно 35. Это записывают так:

$$10 \cdot (4,5 - 1) = 35.$$

Кроме числовых выражений, мы имеем дело и с буквенными. Буквенное выражение можно превратить в числовое, если все содержащиеся в нём буквы заменить числами.

Возьмём выражение $3x + 10$. Будем подставлять вместо буквы x какие-нибудь числа и каждый раз вычислять значение получившегося числового выражения. Результаты представлены в таблице.

x	$3x + 10$
5	$3 \cdot 5 + 10 = 25$
$\frac{2}{3}$	$3 \cdot \frac{2}{3} + 10 = 12$
2,5	$3 \cdot 2,5 + 10 = 17,5$
0	$3 \cdot 0 + 10 = 10$

Из одного буквенного выражения $3x + 10$ можно получить сколько угодно числовых. Все они похожи тем, что для вычисления значения каждого из них нужно выполнить одни и те же действия в одном и том же порядке. Обратите внимание на то, что в числовых выражениях, которые получались при замене буквы числом, мы восстанавливали точку — знак умножения.

Замену буквы числом называют числовой подстановкой, а число, которое подставляют вместо буквы, — значением буквы.

Если все содержащиеся в выражении буквы заменить числами, то получится числовое выражение. Его значение называют значением буквенного выражения при данных значениях букв.

Пример. Найдём значение выражения $a^2 + ab$ при $a = 0,5$ и $b = 0,3$.

Подставим вместо букв их значения и выполним указанные действия:

$$a^2 + ab = (0,5)^2 + 0,5 \cdot 0,3 = 0,25 + 0,15 = 0,4.$$

Таким образом, при $a = 0,5$ и $b = 0,3$ $a^2 + ab = 0,4$.

- Закончите предложение (проверьте себя по учебнику):
 - 1) Замену буквы числом называют ...
 - 2) Число, которое подставляют вместо буквы, называют ...
- Как найти значение выражения $ab - c$ при $a = 10$, $b = 1,5$, $c = 9$?

Буквы, входящие в состав буквенного выражения, не всегда можно заменять какими угодно числами. Например, в выражение $\frac{10}{c}$ нельзя подставить число 0. В самом деле, при $c = 0$ в знаменателе дроби окажется 0, а на нуль, как вы знаете, делить нельзя.

А в выражение $a - 10$ вы пока не можете подставлять числа, меньшие 10. Дело в том, что ваши знания о числах недостаточны, чтобы вычитать из меньшего числа большее.

Числа, которые можно подставлять в буквенное выражение, называют *допустимыми значениями букв*. Так, для выражения $\frac{10}{c}$ допустимыми являются все числа, кроме 0. Говорят, что при $c = 0$ это выражение *не имеет смысла*.

На значения букв в выражении могут накладываться ограничения не только указанные в нём действия, но и условия рассматриваемых ситуаций.

Допустим, вы хотите купить несколько карандашей по 8 р. и ручку за 25 р. Сколько нужно заплатить за покупку? Ответ на этот вопрос можно дать в виде буквенного выражения. Пусть вы купите n карандашей. Тогда заплатить нужно будет $8n + 25$ р.

Это выражение задаёт способ вычисления стоимости покупки в зависимости от значения n . Понятно, что вместо n нельзя подставлять дробные числа: ведь количество купленных карандашей должно выражаться натуральным числом.

- Какие из чисел 0, 2, 6, 10 являются допустимыми значениями буквы b в выражении: а) $\frac{6-b}{b}$; б) $\frac{b}{6-b}$?

А

- 633** Найдите значение выражения:
- | | |
|--|---|
| а) $1,8 + x$ при $x = 3$; 6,8; 0,02; 0; | в) $4a$ при $a = 1$; 0,5; 0; |
| б) $10 - c$ при $c = 6$; 5,5; 10; 0; | г) $\frac{2}{3}y$ при $y = 1$; 1,5; 9; 10. |
- 634** Найдите значение выражения:
- а) $m + 2n$ при $m = 6,4$, $n = 3,2$;
 - б) $3c - d$ при $c = 1,3$, $d = 0,9$;
 - в) $x + 2y - 3z$ при $x = 10$, $y = 25$, $z = 20$;
 - г) $a + b - c$ при $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{6}$, $c = \frac{1}{4}$.

635 ■ **НАБЛЮДАЕМ И АНАЛИЗИРУЕМ** ■ Заполните таблицу.

x	$0,2x + 3$	$3 - 0,2x$
1		
2,5		
5		
10		

Как меняется значение каждого из выражений с увеличением значения x ?

636 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ а) Найдите значение выражения $(a + b) + c$ при $a = 0,53$, $b = 1,27$, $c = 3,2$. Не проводя вычислений, назовите значение выражения $(b + a) + c$ при этих же значениях a , b и c .

б) Найдите значение выражения $(a + b)c$ при $a = 1,6$, $b = 2,4$, $c = 2,8$. Не выполняя вычислений, назовите значение выражения $ac + bc$ при этих же значениях a , b и c .

637 В выражение, содержащее букву a , последовательно подставили три числа. Запишите это буквенное выражение, если в результате подстановок получились следующие числовые выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 4 \cdot 11 + 15, & \text{б) } 40 - 1^2, & \text{в) } (3 + 17) \cdot 4, \\ 4 \cdot 0,8 + 15, & 40 - 5^2, & (3 + 1,6) \cdot 4, \\ 4 \cdot \frac{1}{6} + 15; & 40 - (0,5)^2; & \left(3 + \frac{4}{9}\right) \cdot 4. \end{array}$$

638 Какие из чисел 0, 10, 20, 25 являются допустимыми значениями буквы x в выражении $\frac{25 - x}{x}$?

639 Запишите ответ на вопрос задачи в виде буквенного выражения:

а) В магазин завезли s кг яблок. Их продали за 3 дня. В первый день было продано a кг, во второй — b кг. Сколько килограммов яблок было продано в третий день?

б) В вагоне электрички ехало x человек. На остановке вышло y человек, а z человек вошло. Сколько человек оказалось в вагоне после остановки? В каждом случае подберите какие-нибудь допустимые значения букв и вычислите результат.

640 Придумайте задачу, на вопрос которой можно ответить, составив выражение $(a + b) - (c + d)$.

641 а) Автомобиль ехал 2 ч со скоростью a км/ч и 3 ч со скоростью b км/ч. Какое расстояние он проехал?

б) Купили x кг конфет по цене 45 р. за килограмм и y кг печенья по цене 38 р. за килограмм. Сколько заплатили за покупку?

Б

РАССУЖДАЕМ (642–643)

- 642** Подберите значение буквы, при котором выражение:
- $a + 1$ принимает значение, равное 1; 100;
 - $10 - x$ принимает значение, равное 0; 1;
 - $2c$ принимает значение, равное 0; 1; 100;
 - $\frac{b}{3}$ принимает значение, равное 0; 1; 10.
- 643** Подберите несколько пар чисел a и b , при которых:
- значение выражения $a - 10b$ равно 0;
 - значение выражения $3b - 2a$ равно 0.
- 644** За 10 одинаковых тетрадей заплатили x р. Блокнот на 7 р. дороже тетради.
- Сколько стоит блокнот?
 - Сколько стоят n блокнотов?
 - Сколько стоят одна тетрадь и n блокнотов вместе?
- 645** За n одинаковых шоколадок заплатили 80 р. Леденец на палочке дешевле шоколадки на u р.
- Сколько стоит один леденец?
 - Сколько стоят m леденцов?
 - Сколько стоят одна шоколадка и один леденец вместе?
- 646** За n одинаковых тетрадей и один блокнот заплатили a р. Тетрадь стоит c р. Сколько стоит блокнот?

П

- 647** Доли величины, равные 0,75; 0,2; 0,05, выразите в процентах.
- 648** В шестых классах 88 учащихся, 66 из них занимаются в спортивных секциях. Сколько это составляет процентов?
- 649** Выполните следующие построения на альбомном листе бумаги: 1) Начертите отрезок AB длиной 6 см. 2) Проведите окружность с центром в точке A , радиус которой равен 4 см. 3) Проведите две окружности с центром в точке B , которые касаются первой окружности внешним и внутренним образом. Чему равны их радиусы?
- 650** Сколько осей симметрии у морской звезды (рис. 8.1)? Сделайте в тетради схематический рисунок и покажите на нём оси симметрии.



Рис. 8.1

8.3 Формулы. Вычисления по формулам

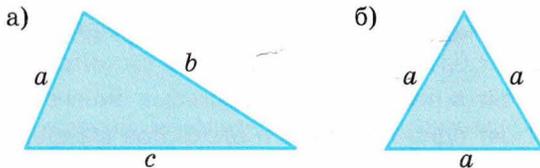
В математике правила часто записывают в виде равенств, содержащих буквы. В таких случаях говорят, что правило выражено **формулой**. Рассмотрим некоторые важные формулы.

Пример 1. Пусть длины сторон треугольника равны 4 см, 6 см и 7 см. Тогда его периметр равен $4 + 6 + 7 = 17$ (см).

Какими бы ни были конкретные значения длин сторон треугольника, чтобы найти его периметр, их надо сложить. Обозначим периметр треугольника буквой P , а длины его сторон буквами a , b и c (рис. 8.2, а). Тогда

$$P = a + b + c.$$

Это равенство — *формула периметра треугольника*.



■ Рис. 8.2

Если треугольник равносторонний (рис. 8.2, б), то формула периметра примет другой вид. Пусть длина стороны равностороннего треугольника равна a . Тогда $P = a + a + a = a \cdot 3 = 3a$.

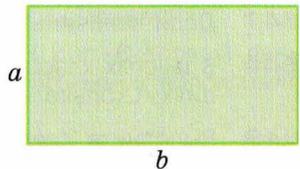
Таким образом, *формула периметра равностороннего треугольника*

$$P = 3a.$$

Пример 2. Составим *формулы периметра и площади прямоугольника*.

Чтобы найти периметр прямоугольника, можно умножить на 2 длину каждой из его смежных сторон и полученные произведения сложить. Обозначим длины сторон прямоугольника буквами a и b (рис. 8.3), тогда

$$P = 2a + 2b.$$



■ Рис. 8.3

Периметр прямоугольника можно найти и другим способом — сложить длины его смежных сторон и результат умножить на 2:

$$P = 2(a + b).$$

Чтобы найти площадь прямоугольника, нужно перемножить длины его смежных сторон. Обозначим площадь прямоугольника буквой S . Тогда

$$S = ab.$$

Пример 3. Составим формулу объёма параллелепипеда (рис. 8.4).

Объём параллелепипеда, как известно, равен произведению трёх его измерений. Обозначим объём параллелепипеда буквой V , а его длину, ширину и высоту соответственно буквами a , b и c . Получим формулу

$$V = abc.$$

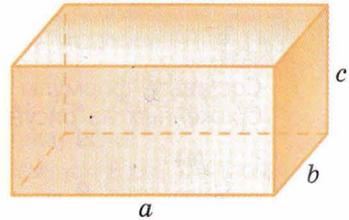


Рис. 8.4

- Начертите квадрат. Обозначьте длину его стороны какой-нибудь буквой. Составьте формулы периметра и площади квадрата.
- Составьте формулу периметра равнобедренного треугольника, у которого длина основания равна a , а длина боковой стороны равна b .

Пример 4. Известно, что если движение происходит с постоянной скоростью, то пройденный путь равен произведению скорости и времени движения. Пусть, например, поезд шёл 3 ч со скоростью 90 км/ч. Тогда он пройдёт путь, равный $90 \cdot 3 = 270$ (км).

Нетрудно записать и соответствующую формулу. Если обозначить скорость движения буквой v , время движения буквой t , а пройденный путь буквой s , то

$$s = vt.$$

Здесь v , t и s — первые буквы латинских слов *velocitas* (скорость), *tempus* (время), *spatium* (расстояние); именно их обычно используют при записи формул, связанных с движением.

При решении задач на движение приходится не только вычислять пройденный путь, но и по известным пути и времени движения находить скорость, а также по известным пути и скорости определять время движения.

Способы решения всех этих задач на движение опираются на одну-единственную формулу $s = vt$, в которой участвуют три величины, обозначенные буквами s , v и t . Если мы знаем две из них, то можем узнать и третью:

$$s = vt \text{ (по } v \text{ и } t \text{ умножением находим } s\text{);}$$

$$t = \frac{s}{v} \text{ (по } s \text{ и } v \text{ делением находим } t\text{);}$$

$$v = \frac{s}{t} \text{ (по } s \text{ и } t \text{ делением находим } v\text{).}$$

Говорят, что в первом равенстве s выражено через v и t , во втором t выражено через s и v , в третьем v выражено через s и t .

- Из формулы периметра равностороннего треугольника $P = 3a$ выразите сторону a .
- Из формулы площади прямоугольника $S = ab$ выразите сторону b .

A

651 Составьте формулы для вычисления периметров многоугольников, изображённых на рисунке 8.5, a – v .

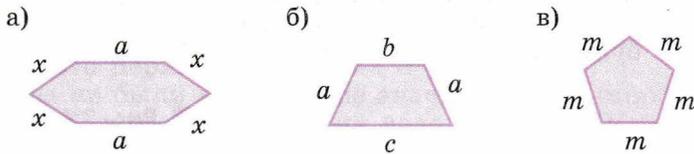


Рис. 8.5

652 **■ РАССУЖДАЕМ** 1) Чтобы найти площадь многоугольника, изображённого на рисунке 8.6, его можно разбить на прямоугольники и вычислить результат сложением площадей или достроить его до прямоугольника и вычислить результат вычитанием площадей. Вычислите площадь двумя способами.

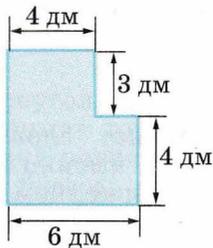


Рис. 8.6

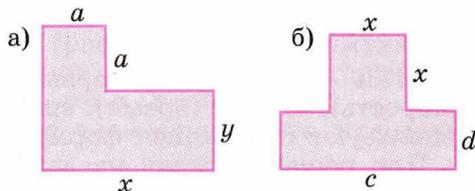


Рис. 8.7

653 Площадь закрашенной части фигуры, изображённой на рисунке 8.8, вычисляется по формуле $S = b^2 - a^2$. Объясните, как получена эта формула. Найдите S , если: а) $b = 1$ м, $a = 0,7$ м; б) $b = 2$ м, $a = 1,5$ м.

654 1) Начертите куб. Обозначьте длину его ребра какой-нибудь буквой и составьте формулу объёма куба.

2) Запишите формулы для вычисления объёма фигуры, изображённой на рисунке 8.9, а, б.

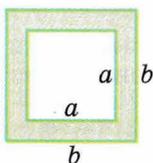


Рис. 8.8

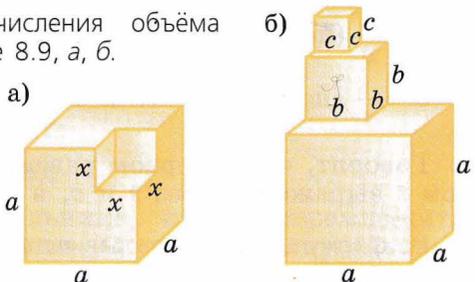


Рис. 8.9

655 Пусть a , b , c — длины сторон треугольника. Воспользовавшись формулой периметра треугольника, выполните следующие задания:

1) Найдите периметр треугольника P , если:

а) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 3$ см; б) $a = 7$ см, $b = 9$ см, $c = 11$ см.

2) Найдите длину третьей стороны треугольника, если:

а) $P = 18$ см, $b = 6$ см, $c = 7$ см; б) $P = 24$ см, $a = 8$ см, $b = 9$ см.

3) Выразите сторону c треугольника через периметр P и две другие стороны a и b .

656 Банки с консервами пакуются в коробки. Общая масса M банок в коробке определяется по формуле $M = mn$, где m — масса одной банки, n — количество банок в коробке. Запишите формулу, по которой можно найти:

1) массу одной банки, зная количество банок и их общую массу;

2) количество банок, зная массу одной банки и их общую массу;

3) заполните таблицу, пользуясь в каждом случае нужной формулой, сформулируйте каждую задачу словами.

M	m	n
	0,25 кг	12
3000 г	150 г	
8,4 кг		24

657 В кинозале n рядов, в каждом ряду k кресел. Число мест в кинозале можно вычислить по формуле $N = kn$.

1) Сколько мест в кинозале, если: а) $k = 10$, $n = 12$; б) $k = 33$, $n = 25$?

2) Сколько в кинозале рядов, если в каждом ряду 15 кресел, а всего в кинозале 300 мест? Выразите n через N и k .

3) Сколько кресел в каждом ряду, если всего в кинозале 176 мест и 11 рядов? Выразите k через N и n .

ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ (658–659)

658 Представьте, что вы работаете в фирме, которая выдаёт напрокат велосипеды. Плата устанавливается следующим образом: за каждый день проката берётся 100 р. и за оформление заказа — ещё 20 р.

1) Обозначьте стоимость проката буквой C и запишите формулу для вычисления стоимости проката велосипеда за n дней.

2) Вычислите по формуле стоимость проката велосипеда за 3 дня; за 15 дней; за 30 дней.

659 Каждый работающий платит подоходный налог в размере 13% от заработка. Представьте, что вы работаете бухгалтером.

1) Составьте формулу для вычисления подоходного налога T от заработка C .

2) Вычислите T при $C = 8$ тыс. р.; $C = 12,5$ тыс. р.

Б

660 Составьте формулу для вычисления периметра многоугольника (рис. 8.10, а, б).

661 1) Проволоку длиной 24 см согнули в прямоугольник. Какую длину будет иметь одна из сторон этого прямоугольника, если другая сторона равна 5 см? 9 см?

2) Выразите сторону a прямоугольника через его периметр P и сторону b .

662 Пусть a , b , c — измерения параллелепипеда. Воспользовавшись формулой объёма параллелепипеда, выполните следующие задания:

1) Вычислите неизвестную длину третьего ребра параллелепипеда, если: а) $V = 48 \text{ см}^3$, $b = 3 \text{ см}$, $c = 4 \text{ см}$; б) $V = 210 \text{ см}^3$, $a = 6 \text{ см}$, $c = 7 \text{ см}$;

в) $V = 24 \text{ м}^3$, $a = 3 \text{ м}$, $b = 2 \text{ м}$.

2) Выразите длину какого-либо ребра параллелепипеда через его объём и длины двух других рёбер.

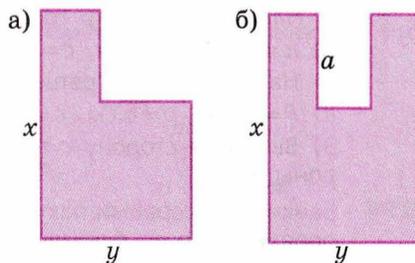


Рис. 8.10

■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ (663–664) ■

663 Длины сторон прямоугольного участка земли равны x м и y м. Вдоль границы этого участка натягивают трос, чтобы укрепить на него забор. При этом оставляют проёмы длиной 4 м и 1,5 м для ворот и калитки. Сделайте рисунок и составьте формулу для вычисления длины троса L . Вычислите L при $x = 60$ м, $y = 20$ м.

664 Магазин приобрёл на заводе телевизоры по цене c р. и продал их дороже, по цене a р.

1) Составьте формулу для вычисления прибыли P от продажи 25 телевизоров.

2) Найдите P , если $c = 5000$, $a = 7500$; $c = 3500$, $a = 4200$.

П

665 Найдите отношение: а) 40 см к 24 м; б) 800 г к 4 кг; в) 20 мин к 2 ч.

666 Выразите в процентах $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ части величины.

667 Летом зонт стоил 300 р. Зимой его цена снизилась на 30%. Найдите цену зонта зимой.

668 На нелинованной бумаге проведите произвольную прямую и обозначьте её буквой m .

а) Начертите отрезок, пересекающий прямую m , и постройте отрезок, симметричный ему относительно прямой m .

б) Начертите ломаную из двух звеньев, не пересекающую прямую m , и постройте ломаную, симметричную ей относительно прямой m .

8.4 Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара

Чтобы получить формулу, по которой можно вычислить длину окружности, проведите такой эксперимент.

Возьмите стакан цилиндрической формы или какой-нибудь другой предмет, дно которого имеет форму круга. Оберните стакан ниткой и, развернув нитку, измерьте её длину линейкой. Вы получите длину окружности, ограничивающей дно стакана. Далее измерьте линейкой диаметр донышка и вычислите отношение длины окружности к длине диаметра.

Если вы аккуратно выполните эту работу, то получите число, близкое к 3.

Таким образом, путём эксперимента вы установили, что длина окружности примерно в 3 раза больше её диаметра. Повторяя эксперимент с другими круглыми предметами, вы всё время будете получать число, близкое к числу 3. Это связано с важным свойством окружности:

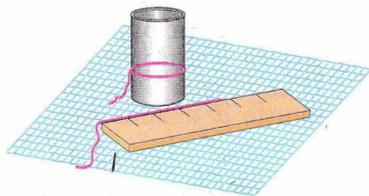
Отношение длины окружности к её диаметру — величина постоянная, не зависящая от размеров окружности. Это отношение примерно равно 3.

Этот замечательный факт был обнаружен ещё в Древнем Египте около 3,5 тыс. лет назад. Число, выражающее отношение длины окружности к её диаметру, принято обозначать греческой буквой π (читается «пи») — первой буквой слова «периферия», означающего «окружность». Общеупотребительным такое обозначение стало с XVIII в.

Необычность и удивительность этого числа состоит в том, что среди известных вам чисел — целых и дробных — его нет. Оно относится к числам новой природы, с которыми вы познакомитесь в старших классах.

В расчётах число π заменяют его приближённым значением. Вы сами экспериментальным путём убедились, что $\pi \approx 3$, но это приближение достаточно грубое. В настоящее время известны его десятичные приближения с очень большим числом десятичных знаков. Вот как, например, выглядит приближённое значение π с десятью знаками после запятой: $\pi \approx 3,1415926535$. Но нам такая точность не нужна, и при решении задач мы будем считать, что $\pi \approx 3,14$.

Обозначим длину окружности буквой C , а её диаметр буквой d (рис. 8.11). Так как отношение длины окружности к диаметру равно π , то $\frac{C}{d} = \pi$, т. е. $C = \pi d$. Это формула длины окружности.



Если в формулу вместо d подставить $2r$, то получим другую формулу длины окружности:

$$C = 2\pi r.$$

Пример 1. Найдём, какой длины бордюра потребуется для ограждения клумбы, имеющей форму круга с диаметром, равным 4 м.

Подставим в формулу длины окружности $C = \pi d$ значение d и возьмём $\pi \approx 3,14$, получим

$$C \approx 3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ (м)}.$$

Таким образом, потребуется не менее 12,6 м бордюра.

- Чему равна длина окружности, диаметр которой равен 17?
- В III в. до н. э. Архимед установил, что число π заключено в пределах от $3\frac{10}{71}$ до $3\frac{1}{7}$. Запишите в виде двойного неравенства оценку числа π , которую дал Архимед.

Существует и *формула площади круга*:

$$S = \pi r^2,$$

где S — площадь круга, r — радиус круга (рис. 8.12). В эту формулу также входит число π .

Пример 2. Известно, что во всех цирках мира диаметр арены равен 13 м. Найдём примерную площадь цирковой арены.

Сначала найдём радиус арены: $r = \frac{13}{2} = 6,5$ (м).

Подставим в формулу $S = \pi r^2$ найденное значение r и возьмём $\pi \approx 3,14$. Получим $S \approx 3,14 \cdot 6,5^2 = 3,14 \cdot 42,25 = 132,665$ (м²). Округлим числовое значение площади до единиц, тогда $S \approx 133$ м².

Существует также *формула объёма шара*. Она тоже содержит число π . Объём шара равен:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

где r — радиус шара (рис. 8.13).

- Верно ли, что площадь круга с радиусом 10 см больше 300 см²?
- Что больше: а) площадь круга с радиусом, равным 2 см, или площадь квадрата со стороной, равной 3 см; б) площадь круга с радиусом, равным 5 см, или площадь квадрата со стороной, равной 10 см?

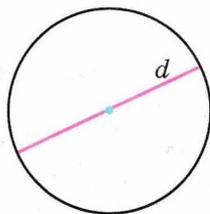


Рис. 8.11

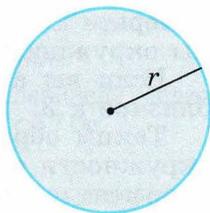


Рис. 8.12

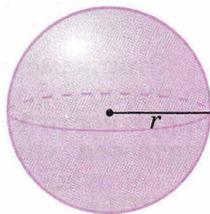
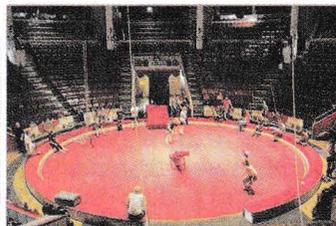


Рис. 8.13



А

- 669 а) Вычислите длину окружности, диаметр которой равен 10 см; 2,5 м.
 б) Вычислите длину окружности, радиус которой равен 7,5 см; 5 м.
- 670 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** В таблице даны диаметры d (в м) различных круглых салфеток. Сколько кружева потребуется для отделки каждой салфетки (рис. 8.14)? Для подсчётов используйте формулу $C \approx 3d$. Ответы округляйте так, чтобы кружева наверняка хватило.

d , м	0,25	0,6	0,8	1,1	1,5
C , м					

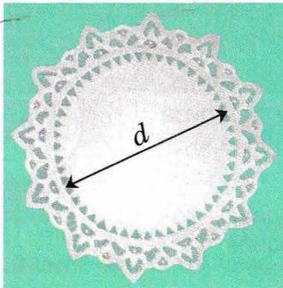


Рис. 8.14

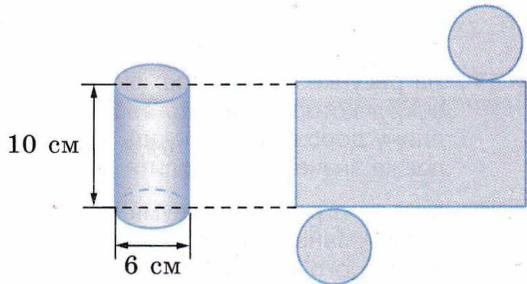


Рис. 8.15

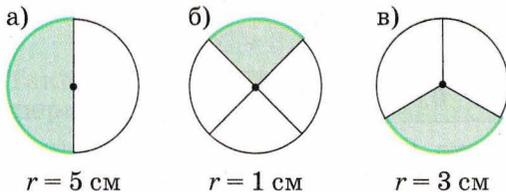
- 671 а) Вычислите площадь круга, радиус которого равен 100 м; 20 см.
 б) Вычислите объём шара, радиус которого равен 3 см; 1 м.
- 672 На рисунке 8.15 изображены цилиндр и его развёртка. Чему равны стороны прямоугольника, который является частью развёртки? Изготовьте развёртку цилиндра в натуральную величину и сверните её в цилиндр.
- 673 Радиус земного шара примерно равен 6400 км. Вычислите длину экватора. Ответ округлите до тысяч километров.
- 674 Найдите объём шара, диаметр которого равен 12 см.

Б

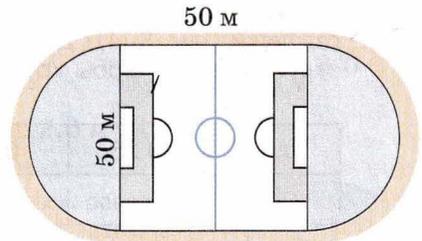
- 675 **РАССУЖДАЕМ** Начертите две окружности радиусами, равными 2 см и 4 см. Во сколько раз длина второй окружности больше длины первой? Во сколько раз площадь второго круга больше площади первого?

676 Рассмотрите рисунок 8.16.

- 1) Найдите длину дуги окружности, выделенной зелёным цветом. Ответ округлите до десятых долей сантиметра.
- 2) Найдите площадь закрашенной части круга. Ответ округлите до десятых долей квадратного сантиметра.



■ Рис. 8.16



■ Рис. 8.17

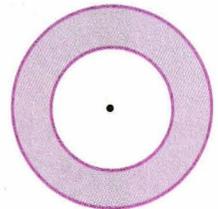
677 На рисунке 8.17 изображён план школьного стадиона, вокруг которого проложена беговая дорожка. Найдите длину дорожки и площадь стадиона. Полученные числовые значения округлите до десятков.

678 Кольцо ограничено двумя окружностями, радиусы которых равны 3 см и 5 см (рис. 8.18). Чему равна площадь этого кольца?

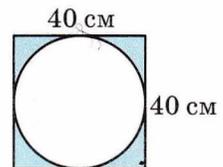
679 Из квадратного листа картона вырезали круг (рис. 8.19). Найдите площадь обрезков.

680 Маша раскатала тесто в квадрат со стороной 30 см и стаканом вырезала 16 кругов диаметром 7 см. Чему равна площадь обрезков?

681 Радиус апельсина равен 4 см, а толщина кожуры равна 1 см. Объём какой части больше: съедобной или несъедобной?



■ Рис. 8.18



■ Рис. 8.19

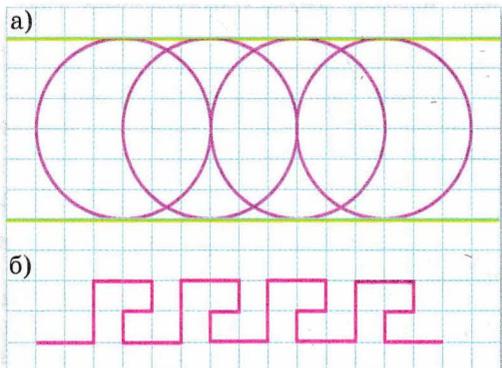
П

682 В школе 600 учащихся. Число мальчиков относится к числу девочек как 3 : 2. Сколько в школе мальчиков и сколько девочек?

683 В первых классах школы учится 150 ребят, а в десятых – 75. Во сколько раз число первоклассников больше числа десятиклассников? На сколько процентов число первоклассников больше числа десятиклассников?

684 На ярмарке весь товар продавался на 25% дешевле, чем в универсаме. Сколько стоил чайник на ярмарке, если в универсаме он стоил 600 р.?

685 ■ Ищем способ копирования ■ На решётке одной из московских набережных (см. фото) видны элементы древних орнаментов. В верхней части решётки использован орнамент «меандр», который можно видеть на греческих амфорах. А основная часть решётки, создаёт образ летящей колесницы.



■ Рис. 8.20

а) Что вы можете сказать о взаимном расположении двух прямых, изображённых на рисунке 8.20, а? Где лежат центры окружностей? Скопируйте рисунок.

б) Орнамент (рис. 8.20, б) образован ломаной, обладающей центральной симметрией. Нарисуйте в тетради какой-нибудь центрально-симметричный фрагмент этого орнамента и отметьте его центр симметрии.

8.5 Что такое уравнение

До сих пор вы решали задачи с помощью рассуждений. Но в математике есть другой способ, суть которого состоит в том, что условие задачи, заданное в словесной форме, переводится на математический язык. Основа такого перевода — введение буквы для обозначения какой-либо неизвестной величины.

Поясним сказанное на примере задачи: «Андрей, покупая две одинаковые тетради, дал кассиру 50 р. и получил сдачу 26 р. Сколько стоит одна тетрадь?»

Обозначим неизвестную стоимость тетради (в рублях) буквой x . Тогда две тетради стоят $2x$ р. Стоимость двух тетрадей и сдача, полученная Андреем, вместе составляют 50 р. На математическом языке это утверждение можно записать так:

$$2x + 26 = 50.$$

Мы записали равенство, которое содержит неизвестное число, обозначенное буквой. Такое равенство называют **уравнением**. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно найти это неизвестное число, или, как говорят, нужно *решить уравнение*.

Чтобы решить уравнение $2x + 26 = 50$, будем рассуждать так.

В левой части уравнения $2x + 26 = 50$ сумма чисел $2x$ и 26 . Найдём вычитанием неизвестное слагаемое $2x$:

$$2x = 50 - 26, \text{ т. е. } 2x = 24.$$

Теперь мы получили уравнение, в левой части которого записано произведение чисел 2 и x . Найдём делением неизвестный множитель x :

$$x = 24 : 2, \text{ т. е. } x = 12.$$

Таким образом, решив уравнение, мы узнали, что тетрадь стоит 12 р.

Число 12 называют *корнем уравнения* $2x + 26 = 50$. Если подставить его вместо x в левую часть исходного уравнения и выполнить указанные действия, то получится $2 \cdot 12 + 26 = 50$, т. е. $50 = 50$.

Корень уравнения — это число, при подстановке которого в уравнение получается верное равенство.

Сейчас вы будете решать только простейшие уравнения. Для этого достаточно знать свойства арифметических действий и правила, по которым находят неизвестный компонент действия.

■ Объясните каждый шаг в решении следующих уравнений:

$$1) (x + 2x) + 2 = 8,$$

$$2) x + (x + 5) = 10,$$

$$3) 2(2x + 1) - 1 = 7,$$

$$3x + 2 = 8,$$

$$(x + x) + 5 = 10,$$

$$2(2x + 1) = 8,$$

$$3x = 8 - 2,$$

$$2x + 5 = 10,$$

$$2x + 1 = 4,$$

$$3x = 6,$$

$$2x = 5,$$

$$2x = 3,$$

$$x = 2;$$

$$x = 2,5;$$

$$x = 1,5.$$

■ Что называют корнем уравнения? Назовите корень каждого из рассмотренных выше уравнений.

Текстовую задачу с помощью уравнения можно решать по следующему плану:

- обозначить неизвестную величину буквой;
- составить по условию задачи уравнение;
- решить составленное уравнение;
- ответить на вопрос задачи.

Решим задачу: «Чай расфасовали в 30 пачек, 150 г в каждой. Сколько пачек получится, если это же количество чая фасовать в пачки по 250 г?»

Обозначим количество пачек чая в 250 г через x . Так как оба раза идёт речь о расфасовке одного и того же количества чая, то произведения $250 \cdot x$ и $150 \cdot 30$ равны. Получаем уравнение

$$250x = 150 \cdot 30.$$

Найдём неизвестный множитель x ; получим $x = 18$.

Ответ. 18 пачек.

- Найдите задуманное число. Для этого составьте по условию задачи уравнение и решите его:
- Федя задумал число, вычел из него 10 и получил 15,6.
 - Коля задумал число, умножил его на 2,5 и получил 10.
 - Витя задумал число, нашёл $\frac{2}{3}$ этого числа и получил 6.

A

- 686** Есть ли среди чисел 3, 4 и 5 корень уравнения:
 а) $2x - 1 = 9$; б) $10 - 3x = 1$; в) $4x = 8$; г) $36 : x = 12$?
- 687** Решите уравнение и с помощью подстановки проверьте, правильно ли найден корень:
 а) $x + 9 = 27$; г) $2x + 1 = 77$; ж) $3x - 1 = 14$;
 б) $x - 7 = 14$; д) $4x - 3 = 29$; з) $6 + 12x = 18$;
 в) $60 - c = 18$; е) $2 + 5x = 32$; и) $21 - 5x = 6$.
- 688** Решите уравнение и сделайте проверку:
 а) $\frac{1}{2}x = 5$; б) $\frac{1}{5}x = 4$; в) $2x = 0,6$; г) $9x = 3$; д) $5x = 1$.
- 689** Составьте уравнение по условию задачи:
 а) Маша задумала число, умножила его на 15 и результат вычла из 80. Получила 20. Какое число задумала Маша?
 б) Саша задумал число, прибавил к нему 15 и результат умножил на 10. Получил 200. Какое число задумал Саша?
- 690** Составьте задачу для своего соседа по парте. Для этого задумайте какое-нибудь число, умножьте его на 5, к результату прибавьте 100. Какое число вы получили? Теперь запишите свою задачу. Она должна начинаться так: «Я задумал число, умножил его на ...».
- 691** Решите задачу, составив уравнение:
 а) К концу года цена журнала увеличилась в 2 раза, а через полгода она поднялась ещё на 6 р., и после этого журнал стал стоить 30 р. Какая была первоначальная цена журнала?
 б) В коробку с конфетами добавили 19 конфет и разделили их поровну между 8 детьми. Каждый получил 7 конфет. Сколько конфет было в коробке сначала?

Б

692 Решите задачу, составив уравнение:

а) Ученик задумал число, прибавил к нему 7, эту сумму умножил на 3, из результата вычел 15 и получил 30. Найдите задуманное число.

б) Ученик задумал число, умножил его на 4, к результату прибавил 16, эту сумму разделил на 2 и получил 23. Найдите задуманное число.

693 Решите уравнение:

а) $1,5x + 7 = 10$;

в) $(x + 1,1) - 2 = 5$;

б) $2,6x - 0,9 = 3$;

г) $10 - (x - 0,5) = 2$.

694 Найдите корень уравнения:

а) $(x + 2) + x = 9$;

в) $x + 2x - 5 = 40$;

б) $x + (7 + x) = 11$;

г) $x + (4 + x) + x = 16$.

Решите задачу, составив уравнение (**695–698**).

695 а) Хозяёва садового участка выделили под огород 200 м^2 . Под картофель отвели площадь, в 3 раза большую, чем под морковь. Какую площадь они выделили под картофель и какую – под морковь?

б) Отрезок длиной 36 см разделили на две части так, что одна часть оказалась в 2 раза больше другой. Чему равна длина каждой части?

Подсказка. Обозначьте буквой меньшую величину.

696 а) Два числа в сумме составляют 110. Одно из этих чисел на 20 больше другого. Найдите эти числа.

б) Два числа в сумме составляют 59. Одно из них на 15 меньше другого. Найдите эти числа.

Подсказка. Обозначьте буквой меньшее из чисел.

697 а) В двух коробках 27 карандашей, причём в одной из них на 5 карандашей больше, чем в другой. Сколько карандашей в каждой коробке?

б) Туристы прошли за 2 дня 48 км, причём в первый день на 10 км меньше, чем во второй. Сколько прошли туристы в первый день?

698 а) В баке и ведре 24 л воды. В ведре воды в 3 раза меньше, чем в баке. Сколько литров воды в ведре?

б) В компот положили яблоки и сливы, всего 18 штук. Слив положили в 2 раза больше, чем яблок. Сколько яблок положили в компот?

Составьте уравнение по условию задачи (**699–700**).

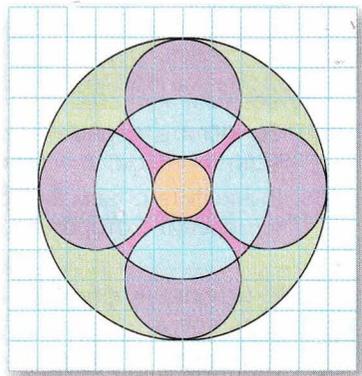
699 а) Оля в 3 раза старше Юли. Сколько лет каждой девочке, если Оля на 8 лет старше Юли?

б) Саша старше Серёжи на 4 года. Через год им вместе будет 20 лет. Сколько лет каждому?

- 700** а) В первом баке было в 2 раза больше бензина, чем во втором. Из первого бака отлили 7 л бензина, а во второй добавили 3 л. После этого бензина в баках стало поровну. Сколько бензина было во втором баке?
 б) В первом детском саду было в 3 раза больше детей, чем во втором. Когда из первого детского сада перевели во второй 30 детей, то детей в детских садах стало поровну. Сколько детей было во втором детском саду сначала?

П

- 701** На вопросы радиовикторины редакция получила 900 ответов радиослушателей. Правильные и неправильные ответы распределились в отношении 7 : 3. Сколько было получено правильных ответов?
- 702** Перед праздником весь товар в универсаме продавался на 12 % дешевле обычной цены. Сколько рублей экономит покупатель, если купит пылесос, который до снижения цен стоил 2500 р.?
- 703** В шахматном турнире приняли участие 48 ребят, что составило 8 % учащихся школы. Сколько всего учащихся в этой школе?
- 704** ■ Ищем способ копирования ■ Воспроизведите узор, изображенный на рисунке 8.21, и придумайте для него свою раскраску.



■ Рис. 8.21

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю правила записи и чтения буквенных выражений.

1. Запишите каждое из выражений

$$5 \cdot a, \quad x \cdot y \cdot 2, \quad 10 - (a \cdot c), \quad 3 + a : b$$

с соблюдением правил записи буквенных выражений.

Умею записывать с помощью букв свойства арифметических действий.

2. Запишите в буквенном виде свойство нуля при сложении и свойство единицы при умножении.

Умею находить значение выражения по заданному условию.

3. Найдите значение буквенного выражения:

- а) $10a + 2,5$ при $a = 0,3$;
- б) $0,3ab$ при $a = 5$, $b = 6$;
- в) $20 - 2x^2$ при $x = 3$.

Умею составлять буквенное выражение по заданному условию.

- 4. Запишите произведение суммы двух чисел a и b и их разности.
- 5. Составьте выражение для ответа на вопрос задачи: «Одноклассники подарили Маше на день рождения a гвоздик. Она преподнесла b гвоздик маме и c гвоздик бабушке. Сколько гвоздик у неё осталось?»

Знаю формулы периметра треугольника, периметра и площади прямоугольника, объёма прямоугольного параллелепипеда и умею их применять.

- 6. Вычислите периметр и площадь прямоугольника со сторонами a и b , если $a = 15$ см, $b = 100$ см.
- 7. Вычислите объём аквариума в форме прямоугольного параллелепипеда, измерения которого a , b и c , если $a = 60$ см, $b = 50$ см и $c = 40$ см.

Могу, используя формулы $C = 2\pi r$ и $S = \pi r^2$, вычислять длину окружности и площадь круга.

- 8. Найдите длину окружности, диаметр которой равен 20 см.
- 9. Найдите площадь круга, диаметр которого равен 10 см.

Знаю, что называют корнем уравнения и что значит решить уравнение.

- 10. Проверьте, является ли корнем уравнения $10 + 5x = 12$ число 0,4.
- 11. Решите уравнение $4x - 12 = 10$, объясняя каждый шаг решения.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Целые числа

До сих пор на уроках математики вы имели дело с числами натуральными и дробными. Однако в жизни вам уже наверняка встречались и другие числа – отрицательные. Так, из сообщения о погоде вы могли, например, узнать, что температура воздуха была -12°C , а на географической карте увидеть отметку -1637 м для глубины озера Байкал.

Числа со знаком «минус» нужны в тех случаях, когда величина может изменяться в двух противоположных направлениях. Для выражения величины отрицательным числом вводят некоторую начальную, нулевую, отметку. При измерении температуры за начало отсчёта принимается температура замерзания воды (при нормальном атмосферном давлении), а при измерении глубины морей – уровень Мирового океана. И если значение величины ниже нулевой отметки, то ставят знак «минус».

В этой главе вы познакомитесь с так называемыми целыми отрицательными числами и научитесь оперировать ими.

9.1 Какие числа называют целыми

Наряду с натуральными числами

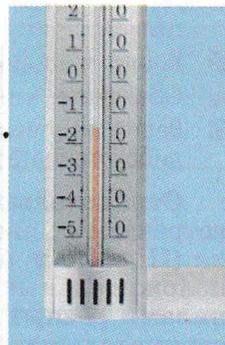
$1, 2, 3, 4, \dots, 100, \dots, 1000, \dots$

мы будем рассматривать **отрицательные числа**, которые получаются, если к каждому натуральному числу приписать знак «минус»:

$-1, -2, -3, -4, \dots, -100, \dots, -1000, \dots$

Натуральное число и отрицательное число, полученное из натурального приписыванием к нему знака «минус», называют противоположными числами.

Например, числа 15 и -15 являются противоположными. Можно сказать также, что число -15 противоположно числу 15 , а число 15 противоположно числу -15 . Число 0 считается противоположным самому себе.



С помощью знака «минус», как вы видели, записывается число, противоположное натуральному. Этот знак мы будем использовать и для обозначения числа, противоположного отрицательному. Например, число, противоположное -15 , записывается так: $-(-15)$. Но число, противоположное -15 , — это 15 , т. е. $-(-15) = 15$. Точно так же $-(-7) = 7$, $-(-109) = 109$.

Вообще число, противоположное числу a , обозначают $-a$.

Если $a = 25$, то $-a = -25$;

если $a = -40$, то $-a = -(-40) = 40$;

если $a = 0$, то $-a = 0$.

Обратите внимание: для того чтобы записать число, противоположное отрицательному, мы заключаем это отрицательное число в скобки. Такие выражения, как -15 , смысла не имеют.

Натуральные числа, противоположные им отрицательные числа и число 0 объединяют одним словом — целые числа.

Натуральные числа принято называть также **положительными целыми числами**, т. е. слова «натуральное число» и «положительное целое число» означают одно и то же. Перед положительными числами, для того чтобы подчеркнуть внешне их отличие от отрицательных, иногда ставится знак «плюс». Например, $+5$ — это то же самое число, что и 5 , т. е. $+5 = 5$. Поэтому о двух целых числах можно сказать, что это *числа одного знака*, если они оба положительны или оба отрицательны. В противном случае, если одно число положительное, а другое отрицательное, говорят, что это *числа разных знаков*. О противоположных числах говорят, что они *различаются только знаками*.

Число 0 занимает, как всегда, особое положение: оно не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам, а как бы разделяет их.

- Какие числа называют целыми? Приведите пример числа, не являющегося целым.
- Как иначе называют натуральные числа?
- Объясните, что означает запись $-(-20)$, и упростите её.
- Верно ли утверждение: «Всякое целое число является либо положительным, либо отрицательным»?

Отрицательные числа математики открыли очень давно. Они встречаются уже в рукописи древнекитайского учёного Джань Цаня (III в. до н. э.). Знака «минус» тогда не было, а чтобы различать положительные и отрицательные числа, Джань Цань писал их чернилами разных цветов. Чтобы разработать современное толкование отрицательных чисел, понадобились усилия многих учёных на протяжении 18 веков — от Джань Цаня до Декарта.

А

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (705–712)

705 Запишите с помощью знаков «+» и «-» сообщения службы погоды: 20 градусов тепла; 20 градусов мороза.

706 Вставьте вместо многоточия подходящее слово:

а) сегодня в городе -5° , завтра ожидается -8° ; температура ...;

б) сегодня в городе -20° , завтра ожидается -13° ; температура

707 Изобразите в тетради схематически шкалу термометра.

1) Отметьте на шкале следующие данные прогноза погоды на 10 января: Париж $+1^{\circ}$, Лондон -3° , Берлин -9° , Рим $+6^{\circ}$, Варшава -12° , Москва -10° , Новосибирск -14° . (Справа от шкалы подпишите города, в которых ожидается указанная температура.)

2) В каком городе ожидается самая высокая температура? самая низкая?

708 Используя шкалу, изображённую на рисунке 9.1, определите примерные значения отмеченных на ней высот гор и глубин морей (данные на шкале выражены в метрах).

709 На чемпионате мира по футболу результаты команд сравнивают по разнице забитых и пропущенных мячей.

1) Объясните, что означают данные, приведённые в следующей таблице:

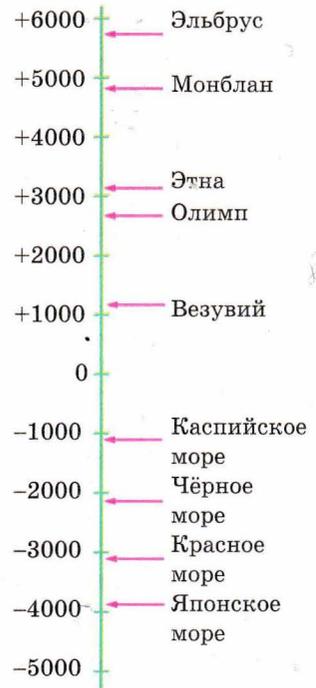


Рис. 9.1

Команда	Разница забитых и пропущенных мячей
Бразилия	+7
Россия	+1
Польша	-2
Камерун	-4

2) Заполните последний столбец таблицы.

Команда	Число забитых мячей	Число пропущенных мячей	Разница забитых и пропущенных мячей
Швейцария	5	2	
Испания	3	3	
Боливия	0	1	
Колумбия	2	5	

710 Бросают одновременно два кубика: белый и чёрный. Очки, выпавшие на белом кубике, считают выигрышем, а на чёрном – проигрышем. Общий итог – выигрыш или проигрыш – записывают со знаком «+» или «-». Так, в ситуации, изображённой на рисунке 9.2, общий итог – проигрыш; он составил -5 очков.



■ Рис. 9.2

Запишите, используя знаки «+» и «-», общий итог в следующей ситуации:

- на белом кубике выпало 5 очков, а на чёрном – 2 очка;
- на белом кубике выпало 3 очка, а на чёрном – 4 очка;
- и на белом, и на чёрном кубике выпало 5 очков.

711 Подсчитайте итог денежной операции и запишите результат с помощью знака «+» или «-»:

- доход 5 тыс. р. и расход 9 тыс. р.;
- доход 6 тыс. р. и расход 2 тыс. р.;
- доход 8 тыс. р. и расход 10 тыс. р.;
- доход 7 тыс. р. и расход 7 тыс. р.

712 Подводная лодка сначала плыла на глубине 400 м, потом опустилась на 200 м глубже, затем поднялась на 300 м. На какой глубине находится подводная лодка? Запишите ответ с помощью знака «-».

713 ■ ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ ■ Коллекционер купил пять картин по цене 3000, 16 000, 12 000, 25 000 и 3000 р. Потом он их продал за 3500, 15 000, 10 000, 27 000 и 2500 р. соответственно. Определите, какой доход или какой убыток получил он от продажи каждой картины. Запишите ответ, используя знаки «+» (доход) и «-» (убыток).

714 Среди данных чисел найдите положительные и отрицательные, затем для каждого числа назовите число, ему противоположное:

- +5, -2, +4, -21, +18, -32, +11, -7, -15, 0, +10;
- 3, 1, -7, 0, 24, -1000, 73, 203, -330, 330.

715 Запишите число, противоположное данному:
 а) -4 ; б) -3 ; в) $+1$; г) -5 ; д) -100 ; е) $+180$.
 Образец. $-(+10) = -10$; $-(-10) = +10 = 10$.

716 Запишите без скобок:
 а) $-(+11)$; б) $-(-7)$; в) $-(-10)$; г) $-(-10)$; д) $-(+15)$; е) $-(-20)$.

717 **■ РАССУЖДАЕМ** ■ Какое число надо записать в скобках, чтобы получилось верное равенство:
 а) $-(...) = -14$; б) $-(...) = -71$; в) $-(...) = +16$; г) $-(...) = 86$?

Б

718 **■ НАБЛЮДАЕМ** ■

1) Начертите в тетради таблицу и заполните её.

a	7	-4			5		0	
$-a$			0	-1		8		-3

2) Вставьте в каждое предложение нужное слово: если a – положительное число, то $-a$ число; если a – отрицательное число, то $-a$ число. Для каждого случая приведите числовой пример.

719 Запишите число, равное данному:
 а) $-(-(+1))$; б) $-(-(-(+8)))$; в) $-(-(-(...(+3))...))$; д) $-(-(-(...(+3))...))$;
10 знаков «-»
 б) $-(-(-2))$; г) $-(-(-(-5)))$; е) $-(-(-(...(+3))...))$.
15 знаков «-»

П

720 Найдите значение выражения $\frac{a}{c} + 2$:
 а) при $a = 12$, $c = 3$;
 б) при $a = 15$, $c = 10$;
 в) при $a = 1,5$, $c = 0,5$.

721 Скопируйте рисунок 9.3 в тетрадь и проведите прямую AC . Постройте четырёхугольник, симметричный данному относительно прямой AC . Обведите «старый» четырёхугольник карандашом синего цвета, а «новый» – красного цвета.

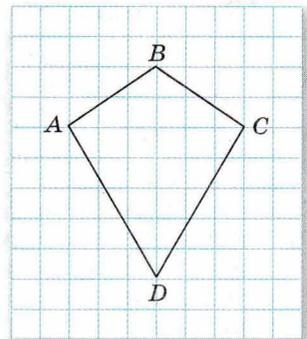


Рис. 9.3

9.2 Сравнение целых чисел

Чтобы оперировать целыми числами, надо прежде всего научиться их сравнивать.

Вспомним, что из двух натуральных чисел бóльшим считается то, которое при счёте появляется позже, и меньшим — то, которое появляется раньше. Так, $10 < 14$, $60 < 85$, $248 < 500$.

В натуральном ряду числа идут в том порядке, в котором они появляются при счёте:

$$1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

Двигаясь по натуральному ряду вправо, мы переходим от меньшего числа к большему, а двигаясь влево — от большего числа к меньшему; поэтому запятые можно заменить на знак «меньше»:

$$1 < 2 < 3 < 4 < 5 \dots$$

В натуральном ряду есть начало — число 1, но нет конца: мы можем двигаться по натуральному ряду вправо как угодно далеко, до бесконечности.

Целые числа также можно расположить в ряд, но он не будет иметь ни начала, ни конца, продолжаясь бесконечно в обе стороны:

$$\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$$

Правило сравнения натуральных чисел естественно распространить на целые числа:

Из двух целых чисел больше то, которое в ряду целых чисел стоит правее, и меньше то, которое стоит левее.

Поэтому, записывая целые числа в ряд, мы также можем заметить запятые на знак «меньше»:

$$\dots -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 \dots$$

Целые отрицательные числа, как и целые положительные (т. е. натуральные), можно изображать точками на координатной прямой.

Проведём горизонтальную прямую и отметим на ней две точки; пусть одна из них изображает число 0, а другая — число 1 (рис. 9.4, а). Точка с координатой 0 делит прямую на два луча. На «правом» луче будем, как обычно, отмечать целые положительные числа, а на «левом» — целые отрицательные. Направление луча, на котором отмечают положительные числа, называют *положительным направлением* и указывают стрелкой.

Откладывая последовательно единичные отрезки вправо от

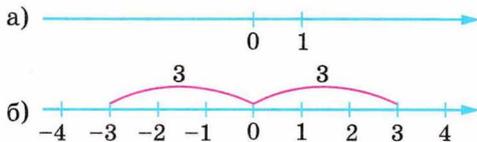


Рис. 9.4

нуля и влево от нуля, будем получать изображения на прямой целых чисел (рис. 9.4, б).

Обратите внимание! Противоположные числа изображаются точками, симметричными относительно точки с координатой 0. Например, числам 3 и -3 соответствуют точки, расположенные справа и слева от нуля на одном и том же расстоянии, равном трём единицам (см. рис. 9.4, б).

На координатной прямой большему числу соответствует точка, расположенная правее, а меньшему — точка, расположенная левее.

■ Запишите десять положительных и десять отрицательных целых чисел, двигаясь влево и вправо от нуля:

..., 0, ...

■ Существует ли:

1) наибольшее натуральное число? наименьшее натуральное число?

2) наибольшее целое число? наименьшее целое число?

3) наибольшее целое отрицательное число? наименьшее целое отрицательное число?

■ Начертите координатную прямую и отметьте на ней числа 1, -1 , 2, -2 , 5, -5 .

Чтобы сравнить два целых числа, можно представить, как они расположены по отношению друг к другу на координатной прямой: какое из них находится правее, а какое — левее.

Пример 1. Сравним числа 256 и -104 .

Положительное число 256 на координатной прямой расположено справа от 0, а отрицательное число -104 — слева от 0 (рис. 9.5). Значит, число 256 расположено правее числа -104 . Поэтому $256 > -104$.

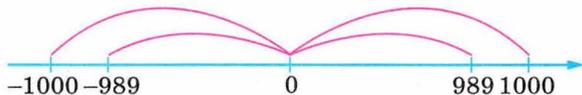


■ Рис. 9.5

Пример 2. Сравним числа -1000 и -989 .

Сначала сравним противоположные им натуральные числа 1000 и 989. Число 1000 при счёте появляется позже, т. е. $1000 > 989$.

Изобразим схематически на координатной прямой точки 989 и 1000, а также симметричные им точки относительно точки 0 (рис. 9.6). Точка с координатой -1000 оказалась левее точки -989 , значит, $-1000 < -989$.



■ Рис. 9.6

9.3 Сложение целых чисел

Математики древности называли отрицательные числа словами, означавшими «долг», «недостаток», в отличие от «имущества» — положительного числа. И чтобы понять, по каким правилам складывают целые числа, мы тоже рассмотрим «денежные» примеры — с доходами и расходами. При этом израсходованные суммы денег будем обозначать отрицательными числами.

Сначала рассмотрим сложение чисел *одного знака*. Положительные целые числа мы складывать умеем. Например:

$$(+9) + (+11) = +20.$$

Из примера с подсчётом денег легко понять, как складываются отрицательные числа. Если человек израсходовал сначала 4 тыс. р., а затем ещё 5 тыс. р., то общий расход составил 9 тыс. р. Поэтому естественно считать, что

$$(-4) + (-5) = -9.$$

Величину расхода мы определили сложением: $4 + 5 = 9$.

Сумма двух положительных чисел положительна, а сумма двух отрицательных чисел отрицательна.

А как складывают числа *разных знаков*? Ясно, что если человек получил денег больше, чем потратил, то его доход окажется положительным.

Например, если он получил 5 тыс. р. и потратил 3 тыс. р., то его доход составил 2 тыс. р.:

$$(+5) + (-3) = +2.$$

Величину дохода в этом случае мы нашли вычитанием: $5 - 3 = 2$.

Если же человек получил денег меньше, чем потратил, то его доход выражается отрицательным числом. Например, при доходе 4 тыс. р. и расходе 7 тыс. р. получится убыток, равный 3 тыс. р. Поэтому

$$(-7) + (+4) = -3.$$

Величину убытка мы также нашли вычитанием: $7 - 4 = 3$.

Сумма двух чисел разных знаков может быть как положительным, так и отрицательным числом; знак суммы зависит от того, какое слагаемое «перевесило» — положительное или отрицательное.

Итак, при сложении целых чисел мы в действительности работаем только с соответствующими натуральными числами. Но в одних случаях (когда слагаемые одного знака) мы эти натуральные чис-

ла складываем, а в других случаях (когда слагаемые разных знаков) из большего натурального числа вычитаем меньшее.

Представим теперь, что доход и расход были одинаковы, например по 10 тыс. р. Очевидно, что в этом случае прибыль равна нулю. Поэтому

$$(+10) + (-10) = 0.$$

Сумма противоположных чисел равна 0:

$$a + (-a) = 0.$$

Наконец, *правило сложения отрицательного целого числа с нулём* такое же, как и для натуральных чисел:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Например, $(-43) + 0 = -43$, $0 + (-18) = -18$.

- Какой знак имеет сумма двух положительных целых чисел? двух отрицательных целых чисел? Вычислите: $(-17) + (-9)$.
- Как определить, каким числом – положительным или отрицательным – является сумма двух целых чисел разных знаков? Объясните это на примерах сумм $20 + (-15)$ и $15 + (-20)$.
- Чему равна сумма противоположных чисел? Запишите соответствующее буквенное равенство.

Действие сложения целых чисел, как и действие сложения натуральных чисел, обладает переместительным и сочетательным свойствами. Эти свойства позволяют переставлять слагаемые и объединять их в группы.

Пример 1. Найдём сумму $(-6) + 10 + (-4)$.

Чтобы вычислить эту сумму, можно последовательно складывать числа в том порядке, в котором они записаны:

$$(-6) + 10 + (-4) = 4 + (-4) = 0.$$

А можно сначала сгруппировать отрицательные слагаемые и сложить их:

$$(-6) + 10 + (-4) = ((-6) + (-4)) + 10 = (-10) + 10 = 0.$$

Пример 2. Найдём значение выражения $a + b$ при $a = 18$, $b = -25$.

Подставим в выражение $a + b$ вместо a и b указанные числа, получим

$$a + b = 18 + (-25) = -7.$$

Обратите внимание: заменяя букву отрицательным числом, мы заключили его в скобки.

- Объясните, как можно вычислить сумму $(-7) + 10 + (-8) + 2$.

A

739 Представьте, что вы подсчитываете доходы и расходы, и вычислите сумму:

а) $(+1) + (+3)$, б) $(+4) + (-3)$, в) $(+1) + (-5)$,
 $(-4) + (+1)$, $(-5) + (-2)$, $(-4) + (-6)$,
 $(-3) + (-3)$; $(+3) + (+3)$; $(+7) + (-3)$.

740 Определите знак суммы и выполните сложение:

а) $(-10) + (+11)$; в) $(-12) + (+3)$; д) $(+20) + (-21)$;
 б) $(-7) + (-6)$; г) $(-11) + (-20)$; е) $(-100) + (-150)$.

741 1) Найдите сумму противоположных чисел:

а) $(-8) + (-8)$; б) $(-10) + (+10)$; в) $(-100) + (+100)$.

2) Используя свойство суммы противоположных чисел, вычислите:

а) $(-13) + (+1) + (-1)$; г) $0 + (-11) + (+11)$;
 б) $(+20) + (-20) + (+1)$; д) $(+12) + (-6) + (-12)$;
 в) $(-35) + (+35) + (+8)$; е) $(-7) + (-15) + (+15)$.

742 Выполните сложение:

а) $(+6) + (-7)$; г) $(-7) + (+7)$; ж) $(+17) + (-9)$;
 б) $(-5) + (+14)$; д) $(+9) + (-14)$; з) $(+8) + (-13)$;
 в) $(-20) + (+13)$; е) $(-8) + (+11)$; и) $(-7) + (+9)$.

743 Запишите и вычислите сумму чисел:

а) -13 и $+22$; б) $+12$ и -17 ; в) -19 и 0 ; г) -17 и -30 .

744 ■ РАССУЖДАЕМ ■ 1) Представьте в виде суммы двух отрицательных слагаемых число: а) -10 ; б) -23 ; в) -99 ; г) -101 .

2) Представьте в виде суммы двух слагаемых разных знаков число: а) -8 ; б) $+8$; в) -25 ; г) 0 .

■ РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (745–746) ■

745 Запись суммы положительных и отрицательных чисел часто упрощают: положительные числа записывают без знака «+», а отрицательное число, которое стоит в начале выражения, записывают без скобок. Например: $(+2) + (-6) = 2 + (-6)$; $(-20) + (+4) = -20 + 4$.

Опустите скобки и знак «+» там, где это возможно:

а) $(+7) + (-10)$; в) $(-5) + (+12)$; д) $(+3) + (-1) + (-15)$;
 б) $(-8) + (-11)$; г) $(+6) + (+18)$; е) $(-8) + (+12) + (-4)$.

746 Замените сумму равной ей суммой, поменяв местами слагаемые:

а) $7 + (-3) = \dots$; б) $-4 + (-2) = \dots$; в) $-10 + 5 = \dots$; г) $-1 + 8 = \dots$.

747 Найдите сумму:

а) $-5 + (-10)$; в) $-20 + (-6)$; д) $80 + (-20)$; ж) $-150 + 100$;
 б) $-3 + (-4)$; г) $100 + (-200)$; е) $-8 + 8$; з) $-36 + 20$.

748 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ Восстановите пропущенное слагаемое:

- а) $8 + \dots = 5$; г) $(-1) + \dots = -1$; ж) $3 + \dots = -3$;
 б) $15 + \dots = 0$; д) $(-10) + \dots = -5$; з) $(-2) + \dots = -12$;
 в) $(-4) + \dots = -6$; е) $7 + \dots = -2$; и) $0 + \dots = -6$.

749 Вычислите (используйте в качестве образца пример 1):

- а) $-9 + 12 + (-8)$; в) $5 + (-6) + (-9)$; д) $9 + (-15) + 14$;
 б) $10 + (-7) + (-6)$; г) $-10 + 19 + (-10)$; е) $-20 + (-4) + 9$.

750 Запишите сумму данных чисел и вычислите её:

- а) $-3, 8, 7$ и -4 ; б) $15, -5, 0, -12$ и -7 .

751 Найдите сумму (приведите разные способы вычисления):

- а) $1 + (-2) + 3 + (-4) + 5 + (-6)$; б) $20 + (-18) + 16 + (-14) + 12 + (-10)$.

752 Найдите значение выражения:

- а) $a + 35$ при $a = -50, -35, -18, 0, 15, 35$;
 б) $a + b + 10$ при $a = -3, b = -6; a = b = -5; a = 0, b = -15; a = -20, b = 12$.

Б

753 Найдите значение выражения:

- а) $-(-8) + 3$; в) $-(-10) + (-6)$; д) $-((-20) + (-10))$;
 б) $-(12 + (-1))$; г) $-((-3) + 1)$; е) $-(-(6 + 4))$.

754 Найдите значение суммы $a + b + c$ при указанных значениях a, b и c :

- а) $a = 17, b = -23, c = -9$; в) $a = 25, b = -19, c = 50$;
 б) $a = -33, b = -18, c = 26$; г) $a = -12, b = -20, c = -19$.

755 ■ **РАССУЖДАЕМ** ■ Найдите сумму всех целых чисел:

- а) от -100 до 100 ; б) от -100 до 120 ; в) от -60 до 50 .

756 ■ **ИССЛЕДУЕМ** ■ 1) Перечертите в тетрадь таблицу и заполните её.

a	b	$-(a + b)$	$(-a) + (-b)$
20	15		
-20	-15		
-20	15		
20	-15		

2) Прочитайте выражения $-(a + b)$ и $(-a) + (-b)$, используя термин «противоположное число». Сделайте вывод о значениях этих выражений по результатам вычислений.

3) Известно, что $x + y = 50$. Найдите сумму $(-x) + (-y)$.

П

757 Сравните числа и запишите ответ в виде неравенства:

- а) 0 и -140 ; в) 18 и -18 ; д) 421 и 124;
 б) 0 и 25; г) -31 и -310 ; е) -999 и 1.

758 Пусть a и b — целые числа. Покажите, как они могут быть расположены на координатной прямой (сделайте рисунок для каждого случая), если известно, что:

- 1) a — отрицательное число и $b < a$;
- 2) a — отрицательное число и $b > a$;
- 3) a — положительное число и $b > a$;
- 4) a — положительное число и $b < a$.

Какой вывод можно сделать о числе b в каждом из этих случаев?

759 Перенесите рисунок 9.8 в тетрадь. Постройте треугольник, симметричный данному относительно точки O . Обведите «старый» треугольник карандашом синего цвета, а «новый» — красного цвета.

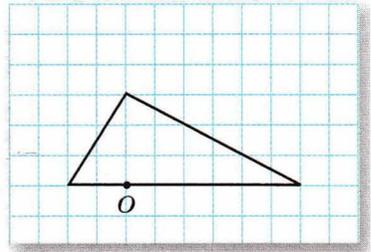


Рис. 9.8

9.4 Вычитание целых чисел

Если вы хорошо научились складывать целые числа, то сумеете вычислять и их разности. Дело в том, что вычитание всегда сводится к сложению.

Вспомним, что *разностью чисел a и b называется такое число c , которое при сложении с числом b даёт число a* . Это определение разности мы распространим и на целые числа.

Например, $2 - 7 = -5$, так как $(-5) + 7 = 2$.

Итак, разность $2 - 7$ равна -5 . Но и сумма $2 + (-7)$ равна -5 , т. е. $2 - 7 = 2 + (-7)$.

Таким образом, чтобы найти разность чисел 2 и 7, нужно к числу 2 прибавить число -7 . Точно так же $5 - (-3) = 5 + (+3)$, $(-14) - (+6) = (-14) + (-6)$, $0 - (-7) = 0 + (+7)$.

Чтобы из одного числа вычесть другое, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

С помощью букв это правило записывается так:

$$a - b = a + (-b).$$

Пример 1. Найдём разность $(-12) - 24$.

$$(-12) - 24 = (-12) + (-24) = -36.$$

Пример 2. Найдём разность $12 - (-24)$.

$$12 - (-24) = 12 + (+24) = 36.$$

Обратите внимание на важное отличие множества целых чисел от множества натуральных чисел. В множестве натуральных чисел сложить можно любые два числа, но вычесть одно число из другого можно не всегда. Так, нельзя из числа 3 вычесть 5.

Благодаря введению отрицательных чисел мы получаем возможность вычитать из меньшего числа большее. И в множестве целых чисел действие вычитания выполнимо всегда. Можно сказать, что арифметика целых чисел «богаче» арифметики натуральных чисел.

- Сформулируйте правило вычисления разности двух целых чисел и запишите его с помощью букв.
- Замените вычитание сложением и вычислите:
а) $12 - (-18)$; б) $-20 - (-20)$; в) $5 - 9$.

Рассмотренные правила сложения и вычитания позволяют вычислять значения «длинных» выражений, составленных из целых чисел с помощью знаков «плюс» и «минус».

Пример 3. Найдём значение выражения $28 - 37 - 13 + 26$.

Представим данное выражение в виде суммы, заменив каждое вычитание сложением:

$$28 + (-37) + (-13) + 26.$$

Эту сумму можно вычислить, складывая числа последовательно:

$$\underbrace{28 + (-37)}_{-9} + (-13) + 26 = \underbrace{-9 + (-13)}_{-22} + 26 = -22 + 26 = 4.$$

Но можно воспользоваться и другим приёмом — сложить по отдельности положительные и отрицательные слагаемые, а затем найти сумму двух получившихся чисел:

$$28 + (-37) + (-13) + 26 = 28 + 26 + (-37) + (-13) = 54 + (-50) = 4.$$

Кстати, именно так обычно поступают, подводя итоги денежных операций: подсчитывают отдельно доходы и расходы, а затем находят общий результат.

Пример 4. Найдём значение выражения $a + b - c$ при $a = 10$, $b = -12$, $c = -5$.

$$a + b - c = 10 + (-12) - (-5) = 10 + (-12) + 5 = 3.$$

Сначала мы подставили вместо букв указанные числа, заключив при этом отрицательное число в скобки. Затем заменили вычитание сложением и вычислили значение получившейся суммы.

А

760 Замените вычитание сложением и вычислите значение выражения:

а) $(-1) - 8$; б) $(-3) - 14$; в) $(-5) - 2$; г) $(-12) - 10$.

761 ■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** ■ Найдите разность:

а) $4 - (-7)$; в) $-21 - (-20)$; д) $-30 - (-30)$; ж) $3 - (-3)$;
 б) $18 - (-5)$; г) $-7 - (-9)$; е) $-17 - (-2)$; з) $-31 - (-62)$.

762 Вычислите:

а) $-10 - 20$; в) $-12 - 10$; д) $-1 - 100$; ж) $-11 - 11$;
 б) $-4 - 5$; г) $-60 - 1$; е) $-5 - 0$; з) $-25 - 75$.

Подсказка. а) $-10 - 20$ — это разность чисел -10 и 20 ; представьте её в виде суммы: $-10 - 20 = -10 + (-20) = \dots$

763 Выполните вычитание:

а) $7 - 7$; в) $3 - 5$; д) $0 - 11$; ж) $0 - 3$;
 б) $2 - 8$; г) $1 - 10$; е) $10 - 12$; з) $4 - 7$.

764 ■ **ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО** ■ Запишите, вставив вместо многоточия знак « \Rightarrow » или « \neq »:

1) $-3 - 2 \dots -3 + (-2)$; 3) $0 - (-1) \dots 0 + 1$;
 2) $-6 - 10 \dots -6 - (-10)$; 4) $-15 - (-2) \dots -15 + (-2)$.

765 Вычислите:

а) $-256 + 181$; в) $725 - 831$; д) $-206 + (-456)$;
 б) $-352 - 204$; г) $154 - (-138)$; е) $789 - 1000$.

766 Найдите значение выражения:

а) $20 + (-15) - (-6)$; в) $-3 + 12 - (-22)$;
 б) $10 - 20 - (-40)$; г) $-7 - (-7) + (-29)$.

Подсказка. Замените каждое вычитание сложением.

767 Представьте выражение в виде суммы и выполните вычисления:

а) $18 - 12 - 26$; в) $-1 + 2 - 3$; д) $5 + 6 - 17$;
 б) $-13 - 8 + 13$; г) $5 - 13 + 8$; е) $-7 - 3 - 11$.

768 Найдите значение выражения:

а) $3 - c$ при $c = 7, -5$; в) $a - b$ при $a = 7, b = 10$;
 б) $x + 10$ при $x = -15, -10$; г) $x - y$ при $x = -3, y = -13$.

■ **РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (769–770)** ■

769 1) Возьмём равенство $4 - 7 - 9 = 4 + (-7) + (-9)$. Поменяем местами его левую и правую части: $4 + (-7) + (-9) = 4 - 7 - 9$.

Это равенство показывает, что сумму $4 + (-7) + (-9)$ можно записать проще, без скобок и промежуточных знаков сложения, — надо выписать одно слагаемое за другим с их знаками.

2) Замените выражение равным, не содержащим скобок:

а) $-3 + (-8) + (-9)$;

в) $-5 + (-17) + 4 - (-3)$;

б) $-2 - (-4) + (-10)$;

г) $4 + (-1) - (-2) + (-3) - 8$.

Образец. $5 - (+2) + (-3) = 5 + (-2) + (-3) = 5 - 2 - 3$.

770 1) Не записывая выражение в виде суммы явно, перечислите входящие в эту сумму слагаемые:

а) $-1 - 14 + 32$;

б) $18 - 30 - 31$;

в) $-101 - 102 - 103$.

2) Проверьте себя, восстановив в каждом случае пропущенные знаки сложения.

771 Вычислите, сложив отдельно положительные и отрицательные числа:

а) $-5 - 3 + 6 - 8 + 4$;

г) $4 - 8 + 3 - 9 + 6$;

б) $1 - 2 + 5 - 7 - 11$;

д) $17 - 19 - 50 + 21 + 37$;

в) $7 - 4 - 9 + 8 - 6$;

е) $-31 + 42 + 14 - 12 - 60$.

Образец. Найдём значение выражения $-28 + 17 - 16 + 13$:

1) $17 + 13 = 30$;

2) $-28 - 16 = -44$;

3) $30 - 44 = -14$.

772 Вычислите:

а) $14 - 23 - 37 + 23 + 56 - 13$;

в) $-51 - 18 - 29 + 11 + 51 + 29 - 14$;

б) $27 - 49 - 12 + 38 + 49 - 60$;

г) $46 + 34 - 15 - 34 - 46 + 15 - 100$.

Б

773 Найдите значение выражения $a + b - c$:

а) при $a = -3$, $b = -15$, $c = -27$;

б) при $a = -65$, $b = 15$, $c = -50$.

774 Решите уравнение и проверьте с помощью подстановки, правильно ли найден корень:

а) $x + 4 = -1$;

б) $5 - x = 10$;

в) $x - 7 = -10$;

г) $x - (-4) = 0$.

775 **Исследуем** 1) Перечертите таблицу в тетрадь и заполните её.

a	b	$a - b$	$b - a$
20	7		
-15	8		
30	-9		
-10	-6		

2) Закончите вывод: значения выражений $a - b$ и $b - a$ являются

3) Известно, что $x - y = 30$. Чему равна разность $y - x$?

П

- 776** а) Запишите в порядке возрастания числа: 450, -450 , 0, 316, -508 .
 б) Запишите в порядке убывания числа: -840 , 840, 0, -6 , -16 , -160 .
- 777** Школьники предполагали собрать 500 р. для внесения в фонд защиты животных. Но им удалось собрать 130% этой суммы. Сколько денег собрали школьники?
- 778** Прямые KL и MN — оси симметрии прямоугольника $ABCD$ (рис. 9.9). Известно, что $AN = 4,5$ см и $CL = 2,5$ см. Найдите:
 а) периметр прямоугольника $KBMO$;
 б) периметр прямоугольника $AKLD$;
 в) периметр прямоугольника $ABCD$;
 г) длину ломаной $ANMCD$.

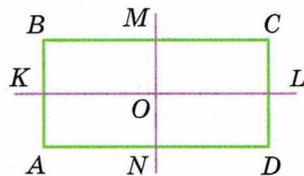


Рис. 9.9

9.5 Умножение и деление целых чисел

Рассмотрим, как выполняются ещё два арифметических действия с целыми числами — умножение и деление. При этом главным будет вопрос, как по знакам компонентов действия определить знак результата.

Чтобы понять, как перемножают целые числа, рассмотрим четыре произведения, множители в которых различаются только знаками:

$$5 \cdot 3, \quad (-5) \cdot 3, \quad 3 \cdot (-5), \quad (-5) \cdot (-3).$$

Для натуральных чисел умножение сводится к сложению, поэтому произведение $5 \cdot 3$ — это сумма трёх слагаемых, каждое из которых равно 5:

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 15.$$

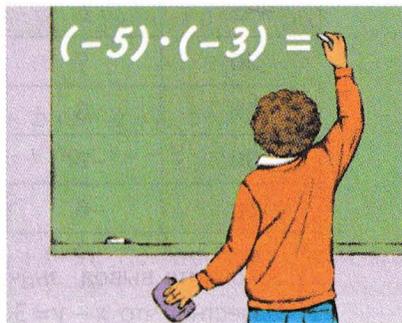
Произведением $(-5) \cdot 3$ естественно считать сумму трёх слагаемых, каждое из которых равно -5 . Так как $(-5) + (-5) + (-5) = -15$, то

$$(-5) \cdot 3 = -15.$$

Понятно, что произведение $3 \cdot (-5)$, которое получается из произведения $(-5) \cdot 3$ перестановкой множителей, тоже должно быть равно -15 :

$$3 \cdot (-5) = -15.$$

Остаётся сообразить, как перемножить отрицательные числа -5 и -3 . Ещё в XVIII в. великий русский учё-



ный, математик и механик Леонард Эйлер в своём учебном пособии «Универсальная арифметика», адресованном тем, кто начинал изучать математику, объяснял правило умножения отрицательных чисел примерно следующим образом. Ясно, что $(-5) \cdot 3 = -15$. Поэтому произведение $(-5) \cdot (-3)$ не может быть равно -15 . Однако оно должно быть как-то связано с числом 15. Остаётся одна возможность: $(-5) \cdot (-3) = 15$. Итак,

$$5 \cdot 3 = 15, \quad (-5) \cdot 3 = -15, \quad (-5) \cdot (-3) = 15, \quad 3 \cdot (-5) = -15.$$

Произведение двух чисел одного знака положительно, а произведение двух чисел разных знаков отрицательно.

Коротко правила знаков при умножении формулируют так: *плюс на минус даёт минус, минус на минус даёт плюс.*

Числа 0 и 1 при умножении сохраняют свои свойства:

$$a \cdot 0 = 0 \quad \text{и} \quad a \cdot 1 = a.$$

Например: $(-4) \cdot 0 = 0$, $0 \cdot (-100) = 0$, $(-26) \cdot 1 = -26$, $1 \cdot (-10) = -10$. Особую роль при умножении целых чисел играет также число -1 : *при умножении на -1 число заменяется на число, ему противоположное.*

Например: $12 \cdot (-1) = -12$, $(-12) \cdot (-1) = 12$.

Вообще

$$a \cdot (-1) = -a.$$

Умножение целых чисел обладает теми же свойствами, что и умножение натуральных чисел, — переместительным и сочетательным; справедливо также распределительное свойство.

- Сформулируйте правила знаков при умножении. Назовите такие два целых числа, чтобы их произведение было положительным; отрицательным.
- Запишите с помощью букв свойства нуля и единицы при умножении. Закончите равенство $a \cdot (-1) = \dots$ и дайте словесную формулировку этого свойства.

Правила деления двух целых чисел аналогичны правилам умножения — знак частного определяется по следующему *правилу знаков*:

Частное двух чисел одного знака положительно; частное двух чисел разных знаков отрицательно.

Например, $(-16) : (-2) = 8$, $200 : (-100) = -2$, $(-8) : 8 = -1$.

При делении нуля на любое целое число, не равное нулю, в частном получается нуль:

$$0 : a = 0, \text{ где } a \neq 0.$$

Как обычно, на нуль делить нельзя.

При делении любого целого числа на 1 получается это же число:

$$a : 1 = a.$$

При делении любого целого числа на -1 получается противоположное число:

$$a : (-1) = -a.$$

■ По какому правилу определяется знак частного? Вычислите:

а) $(-18) : 2$; б) $-40 : (-5)$; в) $16 : (-4)$.

А

■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ** ■ Определите знак произведения и вычислите его (**779–781**).

779 а) $(+7) \cdot (-4)$; в) $(+15) \cdot (-3)$; д) $(+12) \cdot (-5)$;

б) $(-20) \cdot (+5)$; г) $(-10) \cdot (+100)$; е) $(-1) \cdot (+32)$.

780 а) $(-8) \cdot (-6)$; в) $(-6) \cdot (-3)$; д) $(-3) \cdot (-100)$;

б) $(-10) \cdot (-7)$; г) $(-14) \cdot (-1)$; е) $(-5) \cdot (-20)$.

781 а) $8 \cdot (-5)$; в) $-3 \cdot (-8)$; д) $11 \cdot (-4)$;

б) $-6 \cdot 4$; г) $-15 \cdot (-6)$; е) $-7 \cdot 80$.

782 Выполните умножение:

а) $-1 \cdot 10$; в) $26 \cdot (-1)$; д) $-101 \cdot 0$;

б) $-18 \cdot (-1)$; г) $0 \cdot (-25)$; е) $0 \cdot (-1)$.

783 Не выполняя умножения, сравните числа:

а) $-13 \cdot (-23)$ и 0 ; в) $-24 \cdot 25$ и $-24 \cdot (-25)$;

б) $14 \cdot (-16)$ и 0 ; г) $-32 \cdot (-15)$ и $32 \cdot (-15)$.

784 ■ **НАБЛЮДАЕМ И РАССУЖДАЕМ** ■

1) Найдите произведения:

$20 \cdot (-5) \cdot 6$, $-2 \cdot (-3) \cdot 25$, $(-1) \cdot (-10) \cdot (-10)$,

$(-10) \cdot 3 \cdot 4$; $4 \cdot (-4) \cdot (-1)$; $-5 \cdot (-6) \cdot (-3)$.

2) Каким числом — положительным или отрицательным — является произведение трёх целых чисел, если:

- а) одно число отрицательно и два положительны;
- б) два числа отрицательны и одно положительно;
- в) все три числа отрицательны?

3) В каких случаях произведение четырёх целых чисел будет числом отрицательным?

785 Вычислите значения степеней:

- а) $(-2)^2$, $(-2)^3$, $(-2)^4$, $(-2)^5$;
- б) $(-3)^2$, $(-3)^3$, $(-3)^4$;
- в) $(-5)^2$, $(-5)^3$, $(-5)^4$;
- г) $(-1)^2$, $(-1)^3$, $(-1)^4$, $(-1)^5$.

Подсказка. Выражение a^n , где n — натуральное число, большее 1, означает произведение $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$.

786 Какое из чисел больше:

- а) -2^2 или $(-2)^2$;
- б) $(-3)^2$ или $(-2)^3$;
- в) -3^2 или -2^3 ?

787 Убедитесь с помощью умножения, что деление выполнено верно:

- а) $(-42) : 2 = -21$;
- б) $70 : (-7) = -10$;
- в) $(-24) : (-6) = 4$;
- г) $0 : (-3) = 0$.

788 ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ Выполните деление:

- а) $-48 : 12$;
- б) $64 : (-4)$;
- в) $12 : (-1)$;
- г) $-30 : (-10)$;
- д) $-78 : (-6)$;
- е) $99 : (-11)$;
- ж) $-100 : 5$;
- з) $-850 : (-85)$;
- и) $360 : (-12)$;
- к) $-1 : (-1)$;
- л) $-18 : 18$;
- м) $-270 : (-30)$.

789 Найдите значение каждого из выражений mn , $mn - 10$, $-2mn$ при $m = -4$, $n = 5$.

790 Найдите неизвестный компонент действия:

- а) $25 \cdot x = -25$;
- б) $x \cdot (-18) = 0$;
- в) $x \cdot (-30) = 30$;
- г) $-19 \cdot x = 19$;
- д) $x : 1 = -7$;
- е) $-26 : x = 26$;
- ж) $x : (-8) = 0$;
- з) $x : (-1) = -1$.

791 Найдите неизвестный множитель:

- а) $-10 \cdot x = 70$;
- б) $x \cdot (-12) = -24$;
- в) $-8 \cdot x = 64$;
- г) $x \cdot (-4) = -20$.

Б

792 Вычислите:

- а) $-7 \cdot (-6) + 17$;
- б) $18 \cdot (-5) - 1$;
- в) $-8 - 2 \cdot (-8)$;
- г) $-27 : (-3) - 10$;
- д) $10 - (-28) : (-7)$;
- е) $-36 : (-8 + 20)$;
- ж) $-4 \cdot (-3) : 12$;
- з) $15 : (-5) \cdot (-6)$;
- и) $-64 : (-8) : (-4)$.

- 793** Подставьте в выражение $a \cdot b$: с указанные числа и выполните вычисления:
 а) $a = -12$, $b = 8$, $c = -6$; в) $a = 60$, $b = 0$, $c = -5$;
 б) $a = 24$, $b = -3$, $c = 9$; г) $a = -18$, $b = -3$, $c = -9$.

- 794** **Верно или неверно** ■ Найдите неверные утверждения и опровергните их с помощью контрпримера.

- 1) Если a и b — числа отрицательные, то их сумма также отрицательна.
- 2) Если сумма чисел a и b положительна, то и сами слагаемые — числа положительные.
- 3) Если числа a и b имеют разные знаки, то их произведение — число отрицательное.
- 4) Если произведение чисел a и b положительно, то и сами множители — числа положительные.

Рассуждаем (795–796) ■

- 795** Сколькими способами можно представить данное число в виде произведения двух целых чисел:

а) -21 ; б) 20 ; в) -1 ; г) 1 ; д) 0 ?

(Произведения, различающиеся порядком множителей, считаются одинаковыми.)

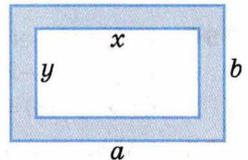
- 796** 1) Найдите значение выражения ab при $a = 16$ и $b = -12$.
 2) Не производя вычислений, найдите значения следующих выражений: $-ab$; $a(-b)$; $(-a)(-b)$; $-(-a)b$; $-(-a)(-b)$.
 3) Значения каких выражений равны значению произведения ab ? Запишите цепочку: $ab = \dots$

П

- 797** Известно, что $a = -100$, $b = 180$, $c = -125$. Вычислите значение выражения:

а) $a + b + c$; б) $a - b + c$; в) $a - b - c$.

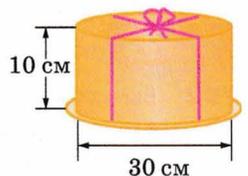
- 798** Составьте формулу для вычисления площади S рамки, изображённой на рисунке 9.10. Вычислите S , если $a = 7$ см, $b = 4,5$ см, $x = 5$ см, $y = 2,5$ см.



■ Рис. 9.10

- 799** Постройте треугольник со сторонами, равными 3 см, 4 см и 6 см. Затем постройте треугольник, симметричный первому треугольнику относительно какой-либо его вершины. Отметьте равные стороны и равные углы этих треугольников.

- 800** Сколько метров ленточки ушло на то, чтобы перевязать коробку так, как показано на рисунке 9.11? На бантик израсходовали 20 см.



■ Рис. 9.11

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю, какие числа называют целыми.

1. Найдите среди чисел 12, -15 , 1, -3 , 0, 6, -9 целые положительные и целые отрицательные числа.
2. Верно ли, что любое целое число либо положительно, либо отрицательно?

Умею называть число, противоположное данному целому числу; знаю свойство суммы противоположных чисел.

3. Назовите число, противоположное числу: 16, -8 , 0, m , $-n$.
4. Упростите запись: а) $-(-45)$; б) $-(-a)$.
5. Найдите сумму $17 + (-17)$.

Умею сравнивать целые числа.

6. Сравните числа и запишите ответ в виде неравенства:
а) 8 и -100 ; б) -8 и -10 ; в) -7 и 0.
7. Между какими ближайшими целыми числами находится число:
а) -99 ; б) -1 ? Ответ запишите в виде двойного неравенства.

Умею складывать и вычитать целые числа.

8. Что можно сказать о знаке суммы двух чисел, если известно, что:
а) оба числа отрицательные;
б) одно число отрицательное, а другое положительное?
9. Найдите сумму:
а) $-15 + (-6)$; б) $14 + (-8)$; в) $3 + (-22)$.
10. Сформулируйте правило нахождения разности двух целых чисел.
11. Найдите разность:
а) $-15 - (-20)$; б) $-6 - (+23)$; в) $5 - 50$; г) $-10 - 20$.
12. Объясните, как найти значение выражения $3 - 8 + 14 - 5 - 11$.

Умею умножать и делить целые числа.

13. Сформулируйте правила знаков при умножении и делении.
14. Выполните умножение:
а) $-5 \cdot (-3)$; б) $0 \cdot (-6)$; в) $(-1) \cdot (-5) \cdot (-3)$;
г) $4 \cdot (-7)$; д) $10 \cdot (-1)$; е) $(-2) \cdot (-2) \cdot 4$.
15. Выполните деление:
а) $-32 : 8$; б) $-54 : (-6)$; в) $0 : (-3)$.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Множества. Комбинаторика

Каждый из вас – отдельная личность, а вместе вы – школьный класс. Разные музыкальные инструменты составляют оркестр, буквы – алфавит, а числа 1, 2, 3, 4, 5... – натуральный ряд. Не случайно для таких объединений людей, предметов, понятий придуманы специальные названия: ансамбль, сервиз, гарнитур, собрание и т. д. В 70-х гг. XIX в. немецкий математик Георг Кантор (1845–1918) для решения стоявших перед ним задач предложил новое математическое понятие – множество, суть которого можно передать словами: объединение, набор, совокупность. Понятие множества оказалось столь важным и полезным, что вскоре в математике появилась целая область – теория множеств, а в XX в. практически вся математика была перестроена на теоретико-множественной основе.

В этой главе вы познакомитесь с некоторыми простейшими понятиями теории множеств и узнаете об их применении, научитесь употреблять соответствующую терминологию и использовать символику.

10.1 Понятие множества

Словом «множество» в математическом языке обозначают любую совокупность объектов (или предметов), объединённых каким-либо общим признаком. Можно, например, говорить о множестве дней в году, множестве букв латинского алфавита, множестве всех стран на земном шаре, множестве планет Солнечной системы, множестве клеток человеческого тела. Для математики особенно важны множества, составленные из математических объектов – чисел, выражений, точек, фигур и т. д.

В слове «множество» каждый, конечно, слышит «много». Но что означает «много» или «мало», этого никто сказать точно не может. Ещё в Древней Греции был известен *парадокс кучи зерна*. (Слово «парадокс» греческого происхождения и означает «неожиданное противоречие».) Этот парадокс заключается в попытке ответить на вопрос: «Сколько зёрен составляет кучу?» Ясно, что 2, 4, 23 зерна – это ещё не куча, а миллион зёрен – это уже, конечно, куча. А где «не куча» переходит в «кучу», неизвестно. И если бы мы пытались установить между ними точную границу, то попали бы в странное положение. Например, 37 зёрен мы кучей ещё не назовём, а 38 уже могут быть кучей? Математики решают этот вопрос тем, что попросту его не ставят: термин «множество» употребляется независимо от того, сколько объектов в него входит.

ществуют! Значит, мы описали множество, которое не содержит ни одного элемента. Такое множество называют **пустым множеством** и обозначают символом \emptyset .

- Приведите примеры конечных множеств и бесконечных множеств.
- Задайте перечислением множество цифр, с помощью которых записывается число: а) 3254; б) 3252; в) 3322; г) 3333.
- Придумайте пример пустого множества.

Возьмём множества $\{1, 3, 5\}$ и $\{1, 3, 5, 7, 9\}$. Каждый элемент первого множества принадлежит также и второму. В таком случае говорят, что первое множество является **подмножеством** второго.

Множество A называют подмножеством множества B , если каждый элемент множества A является элементом множества B .

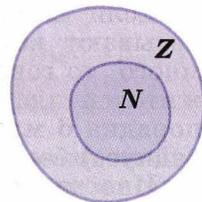
Предложение «множество A является подмножеством множества B » на математическом языке записывают так: $A \subset B$.

Заметим, что пустое множество считается подмножеством любого другого множества: $\emptyset \subset B$. Из определения также следует, что в число подмножеств данного множества входит и само это множество: $B \subset B$.

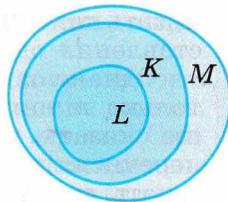
Если для множеств A и B одновременно выполняются соотношения $A \subset B$ и $B \subset A$, то эти множества состоят из одних и тех же элементов. Говорят, что множества A и B равны и пишут: $A = B$.

С подмножествами мы встречаемся всякий раз, когда некоторое множество рассматривается не самостоятельно, а как часть другого, более широкого множества. Например, множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел: $N \subset Z$. Этот факт иллюстрирует рисунок 10.1: множества изображены в виде кругов, при этом все точки круга N принадлежат также и кругу Z .

А вот «нематематический» пример: леопарды входят в семейство кошачьих, а семейство кошачьих — в класс млекопитающих. Обозначим множество леопардов буквой L , множество кошачьих буквой K и множество млекопитающих буквой M . Тогда для этих множеств можно записать такую цепочку включений: $L \subset K \subset M$. Она проиллюстрирована на рисунке 10.2.



■ Рис. 10.1



■ Рис. 10.2

- Множество кашалотов является подмножеством множества китообразных, множество китообразных — подмножеством множества млекопитающих, множество млекопитающих — подмножеством множества позвоночных. Обозначьте перечисленные множества какими-нибудь буквами, запишите для них соответствующую цепочку включений и проиллюстрируйте её рисунком.

A

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (801–802)

801 Пусть A – множество целых чисел, больших -100 и меньших 150 . Какие из чисел $0, -125, 135, -99, 100, -100$ являются элементами этого множества, а какие не являются? В каждом случае запишите ответ с помощью знака \in или \notin .

802 Пусть B – множество обыкновенных дробей, которые можно представить в виде десятичных. Какие из чисел $\frac{3}{4}, \frac{1}{15}, \frac{7}{20}, \frac{3}{75}, \frac{10}{30}$ являются элементами этого множества, а какие не являются?

803 Сколько элементов содержит множество:

- а) цифр десятичной системы счисления;
- б) букв русского алфавита;
- в) простых чисел, меньших 30 ;
- г) двузначных чисел, меньших 100 ?

804 **АНАЛИЗИРУЕМ И РАССУЖДАЕМ** Конечным или бесконечным является множество:

- а) натуральных чисел, кратных 10 ;
- б) целых отрицательных чисел, больших -25 ;
- в) простых чисел, больших 50 ;
- г) четырёхзначных натуральных чисел?

805 **НАБЛЮДАЕМ И АНАЛИЗИРУЕМ** Задайте описанием множество:

- а) $\{11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99\}$;
- б) $\left\{\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right\}$;
- в) $\{5; 10; 15; 20; 25; \dots\}$;
- г) $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \dots\right\}$.

806 **РАССУЖДАЕМ** Какое из множеств C или D – является пустым, если:

- а) C – множество летающих рыб, а D – множество летающих крокодилов;
- б) C – множество треугольников, имеющих два прямых угла, а D – множество четырёхугольников, имеющих два прямых угла;
- в) C – множество чисел, делящихся на 5 и не делящихся на 10 , а D – множество чисел, делящихся на 10 и не делящихся на 5 ?

807 Пусть A – множество однозначных натуральных чисел.

- 1) Опишите словами каждое из подмножеств множества A : $\{1; 2; 3; 4; 5\}$; $\{2; 4; 6; 8\}$; $\{3; 6; 9\}$.
- 2) Укажите ещё три подмножества множества A .

808 Укажите несколько конечных и несколько бесконечных подмножеств множества натуральных чисел N . Выполните это же задание для множества целых чисел Z .

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (809–811)

809 Для обозначения включения одного множества в другое наряду со знаком \subset используют и знак \supset (вспомните о знаках сравнения $<$ и $>$); таким образом, если множество A – подмножество множества B , то можно записать: $A \subset B$ или $B \supset A$.

Вернитесь к рисунку 10.2 и выполните следующее задание:

1) Поставьте вместо многоточия знак \subset или \supset так, чтобы получилось верное утверждение: а) $L \dots M$; б) $K \dots L$; в) $K \dots M$.

2) Запишите цепочку включений для множеств L , K и M , начиная с множества M .

3) Прочитайте все записи в пп. 1 и 2, используя слова «леопарды», «кошачьи», «млекопитающие». (Например, $M \supset K$ – класс млекопитающих включает в себя класс кошачьих.)

810 Даны множества:

$$A = \{10\}, B = \{10, 15\}, C = \{5, 10, 15\}, D = \{5, 10, 15, 20\}.$$

Поставьте вместо многоточия знак включения (\subset или \supset) так, чтобы получилось верное утверждение:

а) $A \dots D$; б) $A \dots B$; в) $C \dots A$; г) $C \dots B$.

811 Изобразите соотношение между указанными множествами с помощью кругов и запишите соответствующую цепочку включений (сначала со знаком \subset , а потом со знаком \supset):

а) A – множество всех треугольников, B – множество равнобедренных треугольников, C – множество равносторонних треугольников.

б) K – множество квадратов, P – множество прямоугольников, R – множество четырёхугольников.

812 О множествах A , B и C известно, что $A \subset B$ и $B \subset C$. Какое соотношение связывает множества A и C ? Проиллюстрируйте свой ответ рисунком.

Б

РАССУЖДАЕМ (813–814)

813 О множествах A , B и C известно, что $A \subset B$ и $A \subset C$. Сделайте вывод о множествах B и C , ответив на вопросы:

1) Может ли одно из этих множеств быть подмножеством другого, и если да, то какие могут быть варианты?

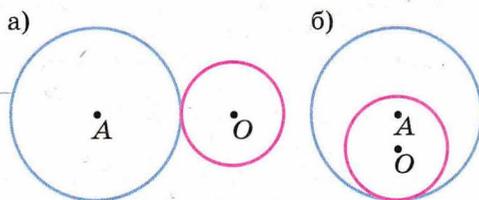
2) Может ли ни одно из этих множеств не являться подмножеством другого?

Для всех возможных случаев приведите примеры.

814 Дано множество $X = \{a; b; c\}$. Запишите все его подмножества. Сколько всего подмножеств у множества, содержащего три элемента?

П

- 815** Определите знак произведения и вычислите его значение:
 а) $-7 \cdot 4 \cdot (-5)$; б) $(-2) \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot (-12)$.
- 816** Начертите координатную прямую и отметьте на ней красным карандашом точки, удалённые от точки 0 на 4 единицы, и синим карандашом точки, удалённые от точки -3 на 6 единиц. Обозначьте все отмеченные точки и запишите их координаты.
- 817** Радиусы окружностей равны 5 см и 3 см (рис. 10.3, а, б). Чему равно расстояние между их центрами?



■ Рис. 10.3

10.2 Операции над множествами

В рассказе Конан Дойля «Пять апельсиновых зёрнышек» знаменитый сыщик Шерлок Холмс должен был установить название одного парусника. Об этом судне он знал лишь то, что в январе 1883 г. оно было в Пондишуре, в январе 1885 г. — в Данди, а сейчас стояло в Лондоне. Сравнив списки парусников, находившихся в указанное время в указанных местах, Шерлок Холмс установил, что только американское судно «Одинокая звезда» входило в каждый из них. В результате преступление было раскрыто.

Если говорить математическим языком, то сыщик, имея три множества, построил новое множество, содержащее их общие элементы. Оказалось, что это множество состоит всего из одного элемента.

Вообще в математике и её приложениях часто приходится из данных множеств с помощью специальных операций получать новые множества.

Множество, состоящее из элементов, входящих в каждое из данных множеств, называется их пересечением.

Множество, состоящее из элементов, входящих хотя бы в одно из данных множеств, называется их объединением.



Пересечение множеств A и B записывают с помощью символа \cap , а их объединение — с помощью символа \cup .

На рисунке 10.4 круг с горизонтальной штриховкой изображает множество A , а круг с вертикальной штриховкой — множество B . Вся закрашенная область — это множество $A \cup B$, а область, показанная двойной штриховкой, — это $A \cap B$.

С термином «пересечение» вы не раз встречались при изучении геометрии, когда, например, находили общие точки двух прямых, прямой и окружности и т. д. Именно из геометрии этот термин пришёл в теорию множеств, но здесь он используется не только для геометрических объектов.

Приведём примеры пересечения и объединения множеств.

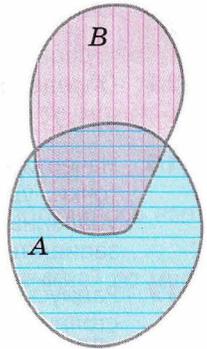
1) Пусть $A = \{2; 4; 6\}$ и $B = \{4; 6; 8; 10\}$, тогда $A \cap B = \{4; 6\}$ и $A \cup B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$.

2) Пусть $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ и $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Тогда $A \cap B = \emptyset$, а $A \cup B$ — это множество первых десяти натуральных чисел.

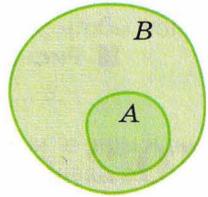
3) Найдём пересечение и объединение множества натуральных чисел и множества целых чисел: $N \cap Z = N$, а $N \cup Z = Z$.

Вообще если множества A и B таковы, что $A \subset B$, то $A \cap B = A$ и $A \cup B = B$. Это наглядно видно из рисунка 10.5.

4) Посмотрите на рисунок 10.6. Объединение отрезка KL и луча LM есть луч KM , а их пересечением является точка L .



■ Рис. 10.4



■ Рис. 10.5

■ Рис. 10.6



■ Какое множество называют пересечением множеств A и B и какое — их объединением? Проиллюстрируйте свой ответ рисунком и приведите примеры.

Возьмём два подмножества множества натуральных чисел: множество нечётных чисел и множество чётных чисел. Эти множества общих элементов не имеют; в самом деле, любое натуральное число либо чётное, либо нечётное. Объединением этих множеств является всё множество натуральных чисел. Если множество нечётных чисел обозначить буквой A , а множество чётных чисел — буквой B , то можно записать:

$$A \cap B = \emptyset \text{ и } A \cup B = N.$$

Говорят, что множества чётных и нечётных чисел составляют **разбиение** множества N . Непересекающиеся подмножества, составляющие разбиение, обычно называют **классами**. Таким образом, мы

имеем разбиение множества натуральных чисел на два класса — чётных и нечётных чисел.

Можно указать и другие разбиения множества N , например по остаткам от деления на 3. Это разбиение составляют три множества: множество чисел, кратных 3; множество чисел, дающих при делении на 3 в остатке 1; множество чисел, дающих при делении на 3 в остатке 2. Так, числа 3, 6, 9, ... принадлежат первому из указанных классов; числа 4, 7, 10, ... — второму классу; числа 5, 8, 11, ... — третьему. Любое натуральное число принадлежит одному из этих подмножеств множества N , и общих элементов они не имеют.

Разбиение множества на непересекающиеся подмножества составляет основу **классификаций** объектов, применяемых в различных областях человеческой деятельности.

Например, ботаники делят деревья на лиственные и хвойные. Библиотекари классифицируют книги при составлении каталогов. Для алфавитного каталога все книги разбиваются на подмножества книг, фамилии авторов которых начинаются с буквы **А**, с буквы **Б** и т. д. Такой каталог (особенно при наличии компьютера) позволяет даже в очень большой библиотеке легко отыскать нужную книгу.

Широко применяются классификации в спорте. Например, на XIX Олимпийских играх в Пекине в соревнованиях мужчин по тяжёлой атлетике было выделено 8 весовых категорий. Они были обозначены так: 56, 63, 69, 77, 85, 94, 105 кг и более. Так, спортсмен весом 81 кг попадал в четвёртую категорию: его вес более 77 кг, но менее 85 кг.

- Придумайте несколько различных классификаций множества учащихся вашего класса.
- Приведите пример классификации множества треугольников.

А

- 818** а) Даны множества: $A = \{2, 3, 8\}$, $B = \{2, 3, 8, 11\}$, $C = \{5, 11\}$. Найдите:
 1) $A \cap B$; $A \cap C$; $B \cap C$; 2) $A \cup B$; $A \cup C$; $B \cup C$.
 б) Даны множества: $K = \{a, b, c\}$, $M = \{x, y\}$, $P = \{b, c, x\}$. Найдите:
 1) $K \cap M$; $M \cap P$; $K \cap P$; 2) $K \cup M$; $M \cup P$; $K \cup P$.
- 819** Опишите множество, которое является пересечением:
 а) множества учащихся начальных классов некоторой школы и множества девочек, обучающихся в этой школе;
 б) множества предметов, изучаемых в начальной школе, и предметов, изучаемых в 5–6 классах.
- 820** Пусть K , L и M — множества букв, с помощью которых записываются соответственно слова «зима», «озимый», «зимовье». Запишите каждое из этих множеств. Найдите множество: а) $K \cap L \cap M$; б) $K \cup L \cup M$.

821 Пусть C – множество целых чисел, которое задаётся первым неравенством, а D – множество целых чисел, которое задаётся вторым неравенством. Найдите множества $C \cap D$ и $C \cup D$:

- а) $-6 < n < 2$ и $-2 < n < 3$; б) $-3 < n < 3$ и $-2 < n < 2$.

822 а) Пусть A – множество натуральных делителей числа 18, B – множество натуральных делителей числа 24. Запишите множество $A \cap B$. Укажите наибольший элемент этого множества. Как его называют?

б) Пусть A – множество натуральных чисел, кратных 4, B – множество натуральных чисел, кратных 6. Назовите несколько элементов множества $A \cap B$. Укажите наименьший элемент этого множества. Как его называют?

■ РАССУЖДАЕМ (823–825) ■

823 Назовите несколько элементов множества, которое является:

- а) пересечением множеств чисел, кратных 2 и кратных 5;
 б) пересечением множеств нечётных чисел и чисел, кратных 5;
 в) пересечением множеств чисел, кратных 2 и кратных 4;
 г) объединением множеств чисел, кратных 3 и кратных 9.

В каждом случае дайте словесное описание рассматриваемого множества.

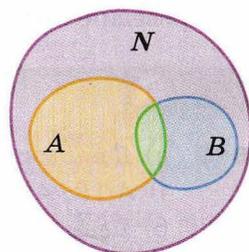
824 Скопируйте в тетрадь рисунок 10.4. Пусть A – это множество чисел, делящихся на 3, а B – множество чисел, делящихся на 5.

1) Какое множество чисел соответствует общей части кругов? Принадлежит ли этому множеству число 9? число 10? число 15? Назовите ещё несколько чисел, принадлежащих множеству $A \cap B$.

2) Обведите часть круга A , не принадлежащую кругу B . Опишите словами соответствующее ей множество чисел, приведите примеры таких чисел.

3) Какое множество чисел соответствует части круга B , не принадлежащей кругу A ? Приведите примеры таких чисел.

825 На рисунке 10.7 большой круг изображает множество натуральных чисел N , а два малых – его подмножества: A – множество чисел, делящихся на 2, B – множество чисел, делящихся на 3. Большой круг разбивается малыми на четыре области. (Они закрашены разными цветами.) Какие числа соответствуют каждой из этих областей? Опишите их словами и приведите примеры.



■ Рис. 10.7

Б

826 1) Пусть A – некоторое множество. Закончите равенства: $A \cap \emptyset = \dots$; $A \cup \emptyset = \dots$.

2) Какие свойства арифметических действий напоминают эти свойства операций объединения и пересечения множеств?

827 Какое из двух множеств является подмножеством другого:

а) A или $A \cup B$; б) A или $A \cap B$?

Подсказка. Воспользуйтесь рисунком 10.4.

828 Сколько классов содержит разбиение множества натуральных чисел по остаткам от деления на 4? Назовите их. Какому классу принадлежит число 100, 50, 43, 17? Приведите свои примеры чисел, относящихся к каждому классу.

829 Постройте разбиение множества натуральных чисел на классы, используя два признака: чётность и кратность 5. Вам поможет следующая таблица:

Класс	Числа	
	чётные	кратные 5
A	+	+
B	+	-
C	-	+
D	-	-

Опишите словами каждый класс и приведите примеры относящихся к нему чисел.

Подсказка. A – это множество чётных чисел, кратных 5.

П

830 Найдите значение выражения:

а) $2a - b$ при $a = 5$, $b = -10$;

б) $ab - 60$ при $a = -6$, $b = 3$.

831 На координатной прямой (рис. 10.8) отмечены точки A , B , C и D . Координаты точек B и D известны. Найдите координаты точек A и C .

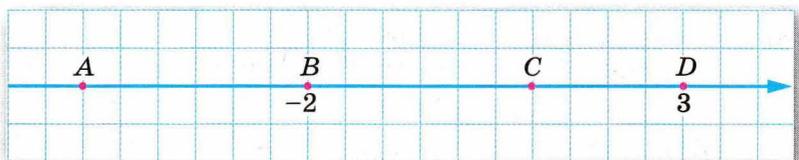


Рис. 10.8

832 Найдите расстояния между самыми удалёнными и самыми близкими точками двух окружностей, если:

а) радиусы окружностей равны 3 см и 4 см, а расстояние между центрами – 10 см;

б) радиусы окружностей равны 2 см и 5 см, а расстояние между центрами – 1 см.

Подсказка. Сделайте схематический рисунок: начните с изображения точек, являющихся центрами окружностей.

10.3 Решение задач с помощью кругов Эйлера

Вы знаете, что соотношения между множествами принято иллюстрировать с помощью кругов. Обычно их называют *кругами Эйлера* — по имени великого учёного Леонарда Эйлера (1707—1783). Математик, механик, физик и астроном, Л. Эйлер родился и вырос в Швейцарии, а работал в основном в России и Германии. За свою жизнь Л. Эйлер написал более 850 научных работ. В одной из них и появились круги, которые, по его словам, «очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».

Решим с помощью кругов Эйлера следующую задачу: «По результатам опроса 52 шестиклассников было установлено, что 23 из них собирают значки, 35 собирают марки, а 16 — и значки, и марки. Остальные не увлекаются коллекционированием. Сколько человек не увлекаются коллекционированием?»

В условии этой задачи не так легко разобраться. Ведь если сложить 23 и 35, то уже получится больше, чем 52. Поэтому, чтобы найти ответ, обратимся к рисунку 10.9. Большой круг изображает всех опрошенных шестиклассников, круг Z — шестиклассников, собирающих значки, круг M — шестиклассников, собирающих марки.

Большой круг разбивается кругами Z и M на непересекающиеся области, каждой из которых соответствует некоторая категория шестиклассников (рис. 10.9, а). Будем последовательно вписывать в эти области соответствующие числа (рис. 10.9, б).

1) *Значки и марки собирают 16 человек* (впишем число 16 в пересечение кругов Z и M).

2) *Значки собирают 23 человека, а значки и марки — 16 человек. Узнаем, сколько человек собирают только значки: $23 - 16 = 7$. Впишем число 7 в свободную часть круга Z .*

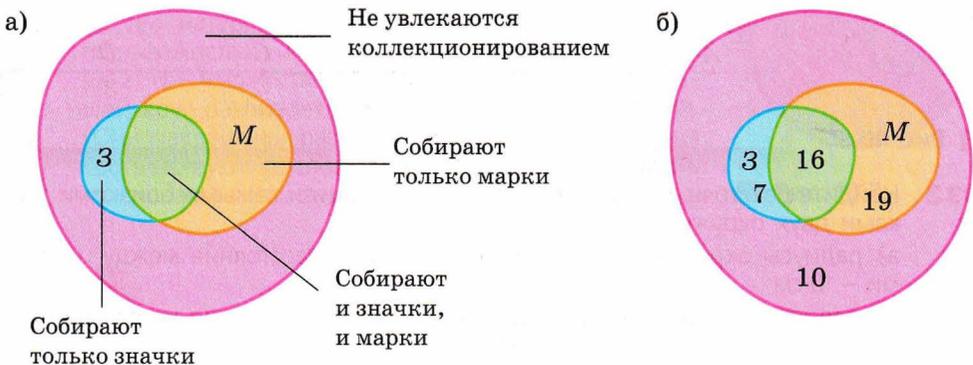


Рис. 10.9

3) Узнаем, сколько человек собирают *только марки*: $35 - 16 = 19$.
Занесём число 19 в схему.

4) Узнаем, сколько человек *занимаются* коллекционированием:
 $16 + 7 + 19 = 42$.

5) Узнаем, сколько человек *не занимаются* коллекционированием: $52 - 42 = 10$.

Это и есть ответ задачи; его можно вписать в свободное поле большого круга.

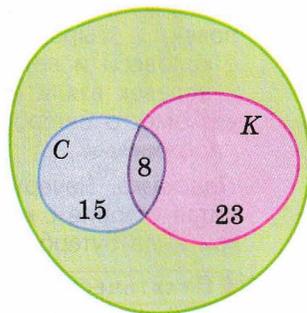
■ Вернитесь к условию рассмотренной задачи. Объясните, почему при сложении тех, кто собирает значки, и тех, кто собирает марки, получается больше шестиклассников, чем их общее количество.

■ В доме 120 жильцов, у некоторых из них есть собаки и кошки. На рисунке 10.10 круг C изображает жильцов с собаками, круг K – жильцов с кошками.

- 1) Сколько жильцов имеют и собак, и кошек?
- 2) Сколько жильцов имеют собак? только собак?
- 3) Сколько жильцов имеют кошек? имеют кошек, но не имеют собак?
- 4) Сколько жильцов не имеют ни кошек, ни собак?

■ Изобразите на кругах Эйлера следующую ситуацию, придумайте вопрос и ответьте на него:

- а) В понедельник в магазине 12 человек купили только телефон, 4 человека – только автоответчик, а 5 человек – телефон с автоответчиком.
- б) Все 10 человек, которые во вторник купили телефон, купили и автоответчик, а 7 человек купили только автоответчик.



■ Рис. 10.10

А

Рассуждаем (833–835)

833 Из 80 туристов, приехавших в Москву, 52 хотят посетить Большой театр, 30 – Малый театр, 12 хотят посетить оба театра, остальные в театры ходить не хотят. Сколько человек не собираются идти в театр?

Подсказка. Начертите круги Эйлера. Сначала занесите в схему 12 человек, которые хотят посетить оба театра.

834 В классе 15 мальчиков. Из них 10 человек занимаются волейболом и 9 – баскетболом, и нет таких, кто не занимается хотя бы одним из этих видов спорта. Сколько мальчиков занимаются и тем и другим? Как изменится ответ, если известно, что один из мальчиков не занимается спортом?

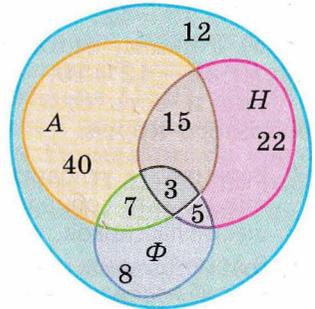
Подсказка. Начертите круги Эйлера. Сколько человек из 15 не занимаются волейболом? Какая область на схеме им соответствует?

835 При опросе 100 семей выяснилось, что у 78 из них есть компьютер, у 85 – телевизор, а у 8 семей нет ни компьютера, ни телевизора. У скольких семей есть и телевизор, и компьютер?

Б

836 ■ **Анализируем** ■ На рисунке 10.11 круг A изображает сотрудников института, знающих английский язык, круг H — знающих немецкий и круг Φ — французский.

- 1) Сколько сотрудников института знают:
 - а) все три языка; б) английский и немецкий; в) французский?
- 2) Сколько всего сотрудников в институте?
- 3) Сколько из них не говорят по-французски?



■ Рис. 10.11

837 ■ **Рассуждаем** ■ На пикник поехали 92 человека. Бутерброды с колбасой взяли 50 человек, с сыром — 60 человек, с ветчиной — 40 человек, с сыром и колбасой — 30 человек, с колбасой и ветчиной — 15 человек, с сыром и ветчиной — 25 человек, 5 человек взяли с собой все три вида бутербродов, а несколько человек вместо бутербродов взяли пирожки. Сколько человек взяли с собой пирожки?

Подсказка. Начертите схему, аналогичную рисунку 10.11. Заполняйте её, читая условие с конца. Вначале занесите в схему 5 человек, взявших все три вида бутербродов.

838 ■ **Практическая ситуация** ■ Школа предоставила отчёт: «Всего в школе 60 шестиклассников, из них 37 отличников по математике, 33 — по русскому языку и 42 — по физкультуре. При этом у 21 человека пятёрки по математике и по русскому, у 23 — по математике и по физкультуре, у 22 — по русскому и по физкультуре, 20 человек учатся на „отлично“ по всем трём предметам». Верен ли отчёт школы?

П

839 Найдите значение выражения:

- а) $2ab$ при $a = -8$, $b = -1$; б) $8 - (a + b)$ при $a = -10$, $b = -2$.

840 Представьте число -60 в виде произведения:

- а) трёх множителей;
- б) четырёх множителей.

841 В коробке, изображённой на рисунке 10.12, находится 6 кусков мыла. Каждый кусок имеет размеры 3 см, 6 см и 9 см. Найдите объём коробки.



■ Рис. 10.12

842 Постройте равнобедренный треугольник, боковые стороны которого равны по 5 см, а угол между ними равен 110° . Проведите его ось симметрии.

10.4 Комбинаторные задачи

В 5 классе вы уже встречались с комбинаторными задачами. Сейчас, как и прежде, мы будем решать их путём *перебора всех возможных вариантов*. Для этого, как вы знаете, необходимо прежде всего выбрать *логику перебора*. Кроме того, удобно заменять рассматриваемые предметы условными обозначениями, т. е. применять *кодирование*.

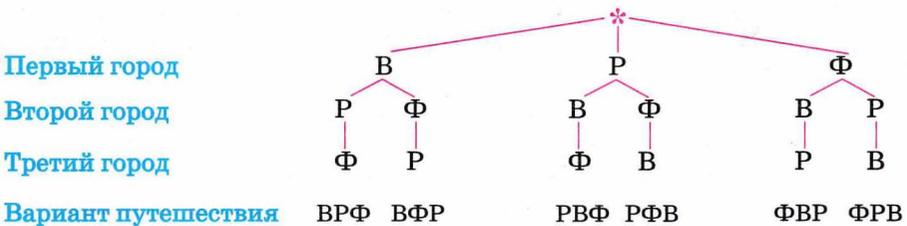
Задача 1. Туристическая фирма планирует посещение туристами в Италии трёх городов: Венеции, Рима и Флоренции. Сколько существует вариантов такого маршрута?

Обозначим города их первыми буквами: В, Р и Ф. Тогда код каждого маршрута будет состоять из трёх букв, каждая из которых должна быть использована только один раз, например ВФР или ФРВ.

Дерево возможных вариантов изображено на рисунке 10.13. Путешествие можно начать в любом из трёх городов. Если сначала посетить Венецию, то затем можно поехать или в Рим, или во Флоренцию. Если вторым посетить Рим, то третьей будет Флоренция; если второй будет Флоренция, то третьим будет Рим. Это первые два варианта путешествия. А всего, как мы видим, существует 6 вариантов маршрута.

Если отвлечься от сюжета этой задачи и сформулировать её в терминах теории множеств, то она будет звучать так: дано множество, содержащее три элемента. Сколькими способами можно *упорядочить* это множество, т. е. сколькими способами можно расположить один за другим его элементы?

Решив задачу о маршрутах, вы узнали, что таких способов шесть. И теперь вы можете дать ответ на вопрос любой задачи с той же *математической моделью*.



■ Рис. 10.13

В дальнейшем вы узнаете формулу, с помощью которой можно путём простых вычислений получать ответ на вопрос о том, сколькими способами можно упорядочить множество, содержащее любое конечное число элементов.

- Можете ли вы, не выполняя перебора, ответить на такие вопросы:
 - а) Сколькими способами могут распределиться золотая, серебряная и бронзовая медали на чемпионате по фигурному катанию между тремя претендентами на место в тройке призёров?
 - б) Сколько можно составить трёхзначных чисел из цифр 2, 4, 8, используя каждую цифру только один раз?

Задача 2. При встрече 8 приятелей обменялись рукопожатиями, причём каждый пожал руку каждому. Сколько всего было рукопожатий?

Присвоим каждому из приятелей номер — от 1 до 8. Тогда каждое рукопожатие можно закодировать двузначным числом. Например, двузначное число 47 — это рукопожатие между приятелями с номерами 4 и 7. Договоримся, что из чисел, кодирующих одно и то же рукопожатие, мы всегда будем учитывать меньшее. Поэтому, например, из чисел 68 и 86 надо выбрать 68.

Коды рукопожатий естественно выписывать в порядке возрастания. Сначала будем выписывать коды, начинающиеся с цифры 1, потом с цифры 2 и т. д. Для подсчёта их удобно расположить треугольником:

12	13	14	15	16	17	18	—	7
	23	24	25	26	27	28	—	6
		34	35	36	37	38	—	5
			45	46	47	48	—	4
				56	57	58	—	3
					67	68	—	2
						78	—	1

Подсчитаем число кодов: $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$. Таким образом, всего было сделано 28 рукопожатий.

Эту задачу тоже можно рассмотреть с позиции теории множеств. В самом деле, 8 приятелей — это множество из восьми элементов. Пара приятелей, обменивающихся рукопожатием, — это его подмножество, содержащее два элемента. И чтобы ответить на вопрос задачи, нужно выяснить, сколько у данного множества существует таких подмножеств.

- Почему среди кодов рукопожатий нет, например, такого числа, как 33? Почему есть код 24 и нет кода 42?
- Попробуйте дать ответ на вопрос следующей задачи с помощью построенной выше таблицы числовых кодов: «В турнире участвовали 6 шахматистов, и каждый из них сыграл с каждым из остальных по одной партии. Сколько всего было сыграно партий?»

Задача 3. Театральную сцену освещают 4 прожектора разных цветов: белый, красный, зелёный, жёлтый. Каждый включается и выключается по отдельности. Сколько имеется вариантов освещения сцены? (Будем считать вариантом освещения и случай, когда все прожекторы выключены.)



Введём обозначения: б, к, з, ж. Найдём с помощью перебора все возможные варианты освещения:

все прожекторы погашены	—	1 вариант
горит один прожектор	б к з ж	4 варианта
горят два прожектора	бк бз бж кз кж зж	6 вариантов
горят три прожектора	бкз бкж бзж кзж	4 варианта
горят четыре прожектора	бкзж	1 вариант

Подсчитаем общее число вариантов: $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$. Таким образом, существует 16 способов освещения сцены.

В переводе на язык теории множеств эта задача звучит так: сколько всего подмножеств у множества, содержащего 4 элемента? С помощью перебора мы выяснили, что у такого множества имеется 16 подмножеств (в том числе пустое множество и само рассматриваемое множество). А вообще в математике есть формула, позволяющая определять число подмножеств любого конечного множества по числу его элементов.

■ Решите задачу о прожекторах при условии, что всего имеется 3 прожектора. Сколько в таком случае будет вариантов освещения сцены?

A

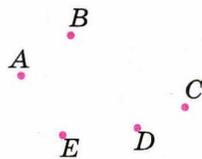
843 Государственные флаги некоторых стран состоят из трёх горизонтальных полос разного цвета. Ответьте на вопрос, сколько существует различных вариантов флагов с белой, синей и красной полосами, а затем зарисуйте их все.

844 Витя, Толя и Игорь купили вместе интересную книгу и решили читать её по очереди. Сколько есть вариантов очереди, в которых Игорь на первом месте? Витя не на последнем месте?

Подсказка. Можно сначала найти все возможные варианты очереди (например, построив дерево), а затем выбрать нужные. Решите задачу таким способом, а потом подумайте, нельзя ли получить ответ быстрее.

845 Сколько существует трёхзначных чисел, которые можно составить из цифр 3, 4, 5, используя каждую из них только один раз? Какие из них делятся: а) на 2; б) на 5; в) на 3; г) на 6?

846 На рисунке 10.14 изображены пять точек. Если каждые две точки соединить отрезком, то сколько всего получится отрезков? Сделайте рисунок и перечислите их.



■ Рис. 10.14

847 1) На соревнование по лёгкой атлетике нужно отправить двух мальчиков из пяти лучших спортсменов среди шестиклассников – Антона, Петра, Бориса, Володи, Коли. Перечислите все варианты выбора участников соревнования. Сколько этих вариантов?

2) Для участия в эстафете 2×100 м нужно выбрать двух мальчиков из пяти, обязательно указав, кто побежит первым, а кто – вторым. Перечислите все варианты выбора участников соревнования в этом случае. Сколько этих вариантов? Можно ли ответить на вопрос задачи, используя результат предыдущей задачи, без выписывания вариантов?

848 На районной олимпиаде по математике оказалось шесть победителей. Однако на областную олимпиаду можно отправить только двоих.

1) Сколько существует вариантов выбора двух кандидатов?

Подсказка. Дайте каждому победителю номер от 1 до 6.

2) Сколько существует вариантов, если один из шести ребят признан лучшим и он обязательно будет участвовать в областной олимпиаде?

849 К переправе одновременно подошли пять человек. Лодочник сказал, что в его лодке поместятся только два пассажира.

1) Сколькими способами можно выбрать двух пассажиров из пяти?

2) Сколько существует способов выбора пассажиров, если одного из них необходимо срочно отправить на другой берег в больницу?

3) Предположим, что лодочник отвёз двух пассажиров и вернулся за оставшимися. Сколькими способами можно выбрать того, кому придётся остаться ещё раз?

850 Танцевальная студия объявила дополнительный набор девочек от 10 до 12 лет. На просмотр пришли 4 девочки. Сколько есть вариантов отбора новеньких у руководителя студии?

Подсказка. Дайте девочкам номера от 1 до 4 и рассуждайте, как в задаче о прожекторах.

Б

851 Два курьера фирмы должны забрать почту из четырёх филиалов, причём каждый успеет съездить только в два филиала из четырёх. Сколькими способами они могут распределить между собой поездки?

Подсказка. Достаточно подсчитать число способов, которыми один курьер может выбрать два филиала из четырёх.

- 852** а) Четыре друга собрались на футбольный матч. Но им удалось купить только три билета. Сколькими способами они могут выбрать тройку счастливых? Как удобнее перебирать: тройки тех, кто пойдёт, или тех, кто не пойдёт?
- б) Из шести кандидатов нужно составить команду для участия в гонках на четырёхместных байдарках. Сколько существует вариантов для выбора четвёрки участников соревнования и сколько для выбора пары запасных? Ответьте на оба вопроса, проведя только один перебор.
- 853** Сколькими способами можно разложить три разные по достоинству монеты в два кармана?



Подсказка. Достаточно учитывать только один карман. Рассуждать можно так же, как в задаче о прожекторах.

- 854** Имеется ткань двух цветов – голубая и зелёная и требуется обить диван, кресло и стул. Сколько существует различных вариантов обивки этой мебели?
- 855** Сколько словарей необходимо переводчику, чтобы он мог непосредственно переводить с любого из четырёх языков – русского, английского, немецкого, французского – на любой другой из этих языков?
- Подсказка.* Обозначьте каждый язык первой буквой: Р, А, Н, Ф. Тогда каждый словарь можно обозначить словом из двух букв, например АН – англо-немецкий; НА – немецко-английский.

- 856** **Практическая ситуация** Человек, пришедший в гости, забыл код, открывающий дверь подъезда, но помнил, что он составлен из нулей и единиц и содержит четыре цифры. Сколько вариантов кода в худшем случае ему придётся перебрать, чтобы открыть дверь?

Подсказка. Выпишите сначала все коды, содержащие одну единицу, затем две единицы, далее три единицы.

П

- 857** Представьте число 120 в виде произведения нескольких множителей, среди которых есть отрицательные. Дайте несколько решений.

858 Каким числом – положительным или отрицательным – является произведение четырёх отличных от нуля чисел, если:

- 1) отрицательно только одно из чисел;
- 2) отрицательны два числа;
- 3) три числа отрицательны, а одно положительно;
- 4) все четыре числа отрицательны?

Каждый случай проиллюстрируйте примером.

859 На рисунке 10.15 изображён четырёхугольник $ABCD$, в котором через противоположные вершины проведены прямые AC и BD .

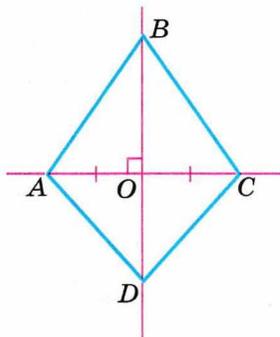


Рис. 10.15

1) Поясните, что означают знаки, которые вы видите на чертеже, и запишите условия, выражаемые данными знаками, на математическом языке.

2) Объясните, почему точки A и C симметричны относительно прямой BD .

3) Пусть $AB = 5$ см, $AD = 3,5$ см, $AO = 3$ см. Найдите периметр:

- а) четырёхугольника $ABCD$;
- б) треугольника ABC .

860 Начертите отрезок AB и проведите через его середину прямую, ему перпендикулярную.

1) Отметьте на прямой точки C и D так, чтобы четырёхугольник $ABCD$ был симметричен относительно прямой AB .

2) При каком расположении точек C и D этот четырёхугольник будет иметь 2 оси симметрии? 4 оси симметрии?

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю термины: множество, элемент множества; понимаю и умею использовать запись типа $x \in A$, $x \notin A$.

1. Приведите примеры конечных множеств, бесконечных множеств.
2. Прочитайте записи: $10 \in \mathbf{N}$, $2,7 \notin \mathbf{Z}$. Верны ли эти утверждения?

Знаю термин «подмножество», понимаю и умею использовать запись типа $A \subset B$.

3. В каком случае множество A называют подмножеством множества B ? Проиллюстрируйте это понятие с помощью кругов Эйлера.
4. Приведите примеры подмножеств множества натуральных чисел \mathbf{N} .

Знаю термины: объединение множеств, пересечение множеств.

5. Какое множество называют объединением множеств A и B ? пересечением множеств A и B ? Дайте иллюстрации с помощью кругов Эйлера.
6. Найдите объединение и пересечение множеств $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ и $B = \{2; 3; 5; 7\}$.
7. Пусть C – множество чисел, кратных 5, и D – множество чисел, кратных 10. Найдите $C \cup D$ и $C \cap D$.

Знаю термин «классификация», понимаю его смысл.

8. Приведите примеры классификаций (из математики и из реальной жизни).

Умею применять перебор возможных вариантов для решения комбинаторных задач.

9. Решите задачу:
 - а) Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 3, 4 и 5, если каждую из них разрешается использовать один раз?
 - б) Продаются воздушные шарики пяти цветов. Мама разрешила Маше купить 2 разных шарика. Сколько вариантов выбора есть у Маши?

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Рациональные числа

Вы знаете, что и для математических расчётов, и в реальной жизни необходимы не только целые числа, но и дробные, в том числе отрицательные дроби. Например, если убыток предприятия составил 1,5 млн р., то его удобно показать как отрицательную прибыль: $-1,5$ млн р. Или если популярность политического деятеля упала на 8,3%, то в соответствующей таблице в графе «Рост популярности» поставят число $-8,3\%$, означающее отрицательный рост.

В этой главе будут рассмотрены отрицательные дробные числа, и вы сможете оперировать как с целыми, так и с дробными положительными и отрицательными числами.

11.1 Какие числа называют рациональными

Дробные числа, с которыми мы до сих пор имели дело, будем теперь называть *положительными* и наряду с ними рассматривать *отрицательные дробные числа*.

Положительные дробные числа, как и положительные целые, можно записывать со знаком «плюс». Например, $+0,1$ — это то же самое, что $0,1$, т. е. $+0,1 = 0,1$.

Отрицательные дробные числа, как и отрицательные целые, получают приписыванием к положительным числам знака «минус»: -1 ; $-8,07$; $-2\frac{1}{6}$ и т. д.

Такие дробные числа, как $\frac{1}{3}$ и $-\frac{1}{3}$, $8,07$ и $-8,07$, $2\frac{1}{6}$ и $-2\frac{1}{6}$, естественно, называют *противоположными числами*.

Если перед некоторым числом, положительным или отрицательным, поставить знак «плюс», то получится то же самое число; если же поставить знак «минус», то получится противоположное число. Например:

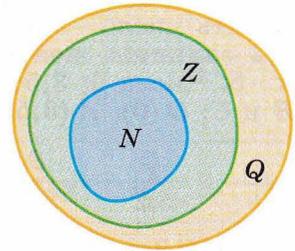
$$\begin{aligned} +(+3,5) &= +3,5 = 3,5; & -(+3,5) &= -3,5; \\ +(-3,5) &= -3,5; & -(-3,5) &= +3,5 = 3,5. \end{aligned}$$

Целые и дробные числа вместе составляют множество рациональных чисел.

Так, $\frac{1}{3}$, $-\frac{22}{7}$, 18,4, -148, 256, 0 — примеры рациональных чисел.

Множество рациональных чисел, как и множества натуральных и целых чисел, имеет «собственное имя»: его принято обозначать буквой Q .

Как вы знаете, множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел, а множество целых чисел, в свою очередь, является подмножеством множества рациональных чисел. Можно записать такую цепочку включений: $N \subset Z \subset Q$. Это соотношение между множествами N , Z и Q изображено на рисунке 11.1.



■ Рис. 11.1

Существуют разные версии происхождения термина «рациональное число». Согласно одной из них, слово «рациональное» произошло от латинского слова *ratio*, означающего «разум».

Математики Древней Греции неожиданно обнаружили, что для решения такой практически важной задачи, как измерение длин отрезков, не хватает не только целых, но и дробных чисел, так что возникла необходимость в изобретении новых чисел. Эти новые числа назвали иррациональными, т. е. «неразумными», непонятными (вы узнаете об этих числах в старших классах). А для противопоставления привычные, «хорошие» числа назвали «разумными», рациональными.

- Даны числа: $\frac{3}{4}$; 1; -2,1; 0; 6; $-\frac{7}{3}$; $2\frac{1}{2}$; -100; 3,05; -7. Назовите те из них, которые являются: а) натуральными; б) целыми; в) отрицательными дробными; г) рациональными.
- Назовите число, противоположное числу: 12,3; -8,7; 100; -100.
- Запишите без скобок выражение: $+(+0,4)$; $-\left(+\frac{1}{2}\right)$; $+(-15)$; $-(-7,6)$.

Вы знаете, как отмечают на координатной прямой целые числа. Чтобы отметить, например, числа 1, 2, 3, 4, надо отложить вправо от нуля отрезки, длины которых равны 1, 2, 3, 4 единицам. А чтобы отметить на прямой числа -1, -2, -3, -4, надо отложить отрезки с длинами 1, 2, 3, 4 единицы влево от нуля. На рисунке 11.2 изображена координатная прямая с отмеченными на ней целыми числами от -7 до 7.



■ Рис. 11.2

Между целыми числами на координатной прямой расположены дробные числа, на правом луче положительные, на левом — отрицательные.

Отметим на координатной прямой, например, числа $3,5$ и $-3,5$: отложим от точки O вправо отрезок длиной $3,5$ единицы, получим точку, изображающую число $3,5$; отложим от точки O влево отрезок такой же длины, получим точку $-3,5$ (рис. 11.3).

Таким же образом изображается на координатной прямой любое положительное или отрицательное число. Чтобы, например, отметить число $-5,2$, надо отложить влево от нуля отрезок, равный $5,2$ единицы, получим точку, расположенную между числами -6 и -5 . Числа 0 ; $3,5$; $-3,5$; $-5,2$ являются координатами точек O , A , B и C : $O(0)$, $A(3,5)$, $B(-3,5)$, $C(-5,2)$.

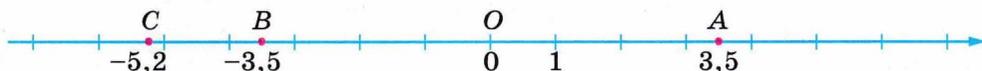


Рис. 11.3

Противоположные числа изображаются точками координатной прямой, находящимися на одинаковом расстоянии от точки $O(0)$. Например, числам $3,5$ и $-3,5$ соответствуют точки, расположенные справа и слева от точки O на расстоянии, равном $3,5$ единицы (см. рис. 11.3).

- Изобразите на координатной прямой числа: 5 ; -5 ; $2,5$; $-2,5$. Прокомментируйте свои действия.
- Как расположены на координатной прямой точки, соответствующие противоположным числам?

А

РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (861–863)

861 Прочитайте разными способами утверждение:

- а) $2 \in \mathbf{N}$; в) $-90 \in \mathbf{Z}$; д) $1,2 \notin \mathbf{Z}$;
 б) $2 \in \mathbf{Z}$; г) $-90 \in \mathbf{Q}$; е) $1,2 \in \mathbf{Q}$.

Образец. а) Число 2 принадлежит множеству натуральных чисел, или, иначе, число 2 – натуральное.

862 Запишите на символическом языке следующие утверждения:

- а) число 18 – натуральное;
 б) число -26 – рациональное;
 в) число $2,7$ не является целым;
 г) число $-1,5$ не является натуральным.

863 Каким из числовых множеств – \mathbf{N} , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} – принадлежит число:

- а) 15 ; б) -30 ; в) $2,5$; г) $-12,5$?

Запишите соответствующие утверждения с помощью математических символов.

Образец. а) $15 \in \mathbf{N}$, $15 \in \mathbf{Z}$, $15 \in \mathbf{Q}$.

864 ■ **ВЕРНО или НЕВЕРНО** ■ Найдите неверное утверждение:

1) $-8 \in \mathbf{Z}$; 2) $-3 \notin \mathbf{N}$; 3) $13 \notin \mathbf{Q}$; 4) $1,7 \in \mathbf{Q}$.

865 Назовите число, противоположное данному:

-100 ; $100,45$; $-2\frac{7}{9}$; $-\frac{11}{3}$; $0,001$; $-\frac{1}{100}$.

866 Заполните таблицу.

a	1	3	-2,4	$-\frac{3}{7}$				
$-a$	-1				6	-5,4	$\frac{1}{8}$	$-\frac{2}{3}$

867 Среди чисел $-2,5$; $1\frac{1}{2}$; $-1,5$; $\frac{7}{2}$; $-2\frac{1}{2}$; $-3,5$ укажите:

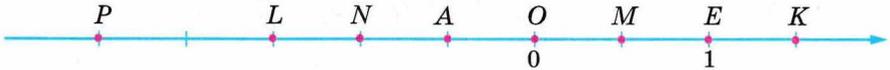
- а) равные числа;
б) противоположные числа.

868 Упростите запись:

а) $+(-2,4)$; $+(+0,6)$; $+(-\frac{5}{7})$; б) $-(1,7)$; $-(-8,5)$; $-(-\frac{2}{9})$.

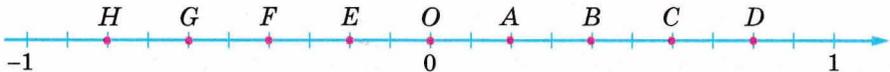
869 Отметьте на координатной прямой данные числа и все целые числа, заключённые между ними: а) -3 и 4 ; б) -8 и 1 ; в) -28 и -20 .

870 Запишите координаты всех отмеченных точек (рис. 11.4).



■ Рис. 11.4

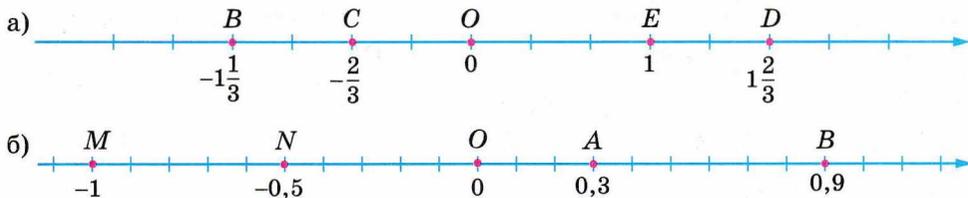
871 На координатной прямой отмечены точки (рис. 11.5). Запишите их координаты.



■ Рис. 11.5

872 а) Начертите координатную прямую (за единичный отрезок примите 2 клетки) и отметьте на ней точками числа: $0,5$; $1,5$; $2,5$; $-0,5$; -1 ; -3 ; $-3,5$; $-4,5$.

б) Начертите координатную прямую с единичным отрезком, равным 6 клеткам. Отметьте на ней точками числа: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$; -1 ; $-1\frac{1}{2}$.



■ Рис. 11.6

873 На координатной прямой (рис. 11.6, а, б) точками отмечены некоторые числа. Перечертите рисунок в тетрадь и отметьте точками противоположные им числа. Назовите координаты всех отмеченных точек.

874 Какая из данных точек расположена на координатной прямой дальше от начала координат:

- а) $A(-17)$ или $B(-80)$; в) $K(-0,5)$ или $L(-0,50)$;
 б) $C(-3,03)$ или $D(-2,97)$; г) $M\left(-\frac{5}{6}\right)$ или $N\left(-\frac{8}{9}\right)$?

Б

■ РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (875–876) ■

875 Вы знаете, как читается соотношение $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$: множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел. Но его можно прочитать и по-другому: всякое натуральное число является целым. Прочитайте разными способами соотношения между множествами натуральных, целых и рациональных чисел и изобразите каждое из них с помощью кругов Эйлера: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$, $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}$, $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$, $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$.

876 Закончите равенства:

- а) $\mathbf{N} \cap \mathbf{Z} = \dots$; $\mathbf{N} \cap \mathbf{Q} = \dots$; $\mathbf{Z} \cap \mathbf{Q} = \dots$;
 б) $\mathbf{N} \cup \mathbf{Z} = \dots$; $\mathbf{N} \cup \mathbf{Q} = \dots$; $\mathbf{Z} \cup \mathbf{Q} = \dots$

877 Выпишите все дроби со знаменателем 7, которые изображаются точками, расположенными на координатной прямой между точками:

- а) $C\left(-\frac{6}{7}\right)$ и $D\left(-\frac{2}{7}\right)$; б) $K\left(-\frac{13}{7}\right)$ и $P\left(-1\frac{1}{7}\right)$.

878 Выпишите все десятичные дроби с одной цифрой после запятой, которые на координатной прямой изображаются точками, лежащими между точками:

- а) $C(-3,9)$ и $D(-3,1)$; б) $K(-10,9)$ и $P(-9,9)$.

879 На координатной прямой отмечены числа a и b (рис. 11.7).

- а) Какое из них положительное, какое отрицательное?
 б) Как с помощью циркуля отметить на прямой противоположные им числа $-a$ и $-b$?



■ Рис. 11.7

880 ■ **Рассуждаем** ■ Найдите неизвестное число x , если:

а) $-x = 5\frac{1}{3}$; б) $-x = -3,2$; в) $-(-x) = -0,5$; г) $-(-x) = 10$.

Образец. Пусть требуется найти x , если $-x = 2,4$. Будем рассуждать так: число, противоположное числу x , равно $2,4$, значит, $x = -2,4$.

П

881 Температура воздуха днём была t , а к вечеру опустилась на 5° . Какой стала температура вечером (запишите соответствующее выражение)? Найдите вечернюю температуру, если $t = -2$, $t = 8$, $t = -8$.

882 Решите уравнение: а) $0,5x + 3 = 9$; б) $\frac{1}{3}x - 2 = 0$.

883 В кондитерской имеется пять сортов пирожных. Сколькими способами сладкоежка может выбрать два пирожных так, чтобы они обязательно были разными?

Подсказка. Закодируйте сорта пирожных, например присвоив им номера от 1 до 5.

884 Начертите треугольник ABC и проведите две параллельные прямые k и m , не пересекающие этот треугольник. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC : 1) относительно прямой k ; 2) относительно прямой m . Каково взаимное расположение соответствующих сторон двух новых треугольников?

11.2 Сравнение рациональных чисел. Модуль числа

Вы уже умеете сравнивать положительные числа, можете сравнить два целых числа. А теперь надо научиться сравнивать любые рациональные числа.

Правила сравнения нам «подскажет» координатная прямая. Как и раньше, будем считать, что из двух чисел меньше то, которому соответствует точка координатной прямой, расположенная левее, и больше то, которому соответствует точка, расположенная правее. Отрицательные числа на координатной прямой изображаются точками, расположенными левее нуля, а положительные — точками, расположенными правее нуля. Поэтому

Любое отрицательное число меньше нуля.

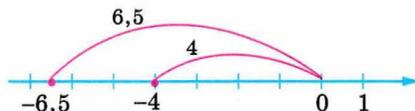
Любое положительное число больше нуля.

Любое отрицательное число меньше любого положительного числа.

Например: $-5,8 < 0$; $2,5 > 0$; $-100 < 0,1$.

- Расскажите, как с помощью координатной прямой можно сравнить два числа. Покажите схематически, как расположены относительно друг друга числа 4,7 и $-2,5$, и сравните их.
- Какое число больше: положительное или нуль? отрицательное или нуль? положительное или отрицательное? Приведите примеры.

Рассмотрим теперь, как сравнивают два отрицательных числа. Сравним, например, числа $-6,5$ и -4 . Точка $-6,5$ удалена от начала координат на $6,5$ единицы, а точка -4 — на 4 единицы (рис. 11.8). Так как точка $-6,5$ расположена левее, то $-6,5 < -4$.



■ Рис. 11.8

Чтобы выяснить, какое из двух отрицательных чисел $-6,5$ и -4 меньше, мы сравнили положительные числа $6,5$ и 4 — расстояния от нуля до соответствующих точек координатной прямой. Расстояние от точки координатной прямой, изображающей некоторое число, до нуля иначе называют *модулем* этого числа.

Модуль числа $-6,5$ равен $6,5$; модуль числа -4 равен 4. Используя термин «модуль», можно рассмотренный выше способ сравнения отрицательных чисел сформулировать в виде правила:

Из двух отрицательных чисел меньше то, у которого модуль больше.

Слово «модуль» происходит от латинского *modus*, означающего «мера», «величина». Понятно, что модуль положительного числа — это само это число. Например, модуль числа 3 равен 3, так как число 3 удалено от начала отсчёта на 3 единицы. Получить модуль отрицательного числа тоже легко — достаточно просто отбросить знак «минус». А модуль числа 0 равен 0, так как число 0 находится на «нулевом» расстоянии от самого себя. Таким образом:

Модуль положительного числа равен самому числу.

Модуль отрицательного числа равен числу, ему противоположному.

Модуль нуля равен нулю.

Ясно, что модуль может быть только положительным числом или нулём.

Для модуля есть специальное обозначение. Если a — некоторое число, то его модуль обозначают символом $|a|$. Например: $|-6,5| = 6,5$, $|-4| = 4$, $|3| = 3$, $|0| = 0$.

Чем дальше от нуля точка, изображающая на координатной прямой некоторое число, тем больше модуль этого числа. А у противоположных чисел, которые изображаются точками, симметричными относительно нуля, модули равны.

Например, $|-8| = |8| = 8$, $|6| = |-6| = 6$ (рис. 11.9).

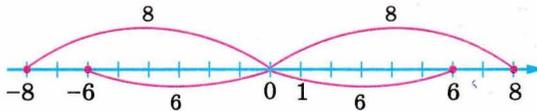


Рис. 11.9

- Покажите с помощью координатной прямой, как сравнить числа $-3,5$ и -8 . Сформулируйте правило сравнения двух отрицательных чисел.
- Как найти модуль положительного числа? отрицательного числа? Приведите примеры. Чему равен модуль числа 0?
- Назовите числа, модуль которых равен 3, и изобразите эти числа на координатной прямой.

A

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (885–886)

885 Сравните с нулём числа:

а) $2\frac{1}{3}$; $-0,7$; $3,13$; $-\frac{1}{8}$; б) $0,4$; $-\frac{13}{17}$; $2,01$; $-3\frac{2}{3}$.

886 Сравните числа:

а) $-\frac{1}{7}$ и $1\frac{1}{2}$; в) $-3\frac{1}{9}$ и $\frac{1}{2}$; д) $6\frac{5}{7}$ и $-13\frac{6}{7}$;
 б) $-3,9$ и $0,1$; г) $3,5$ и $-3,7$; е) $-2,3$ и $3,2$.

887 **РАССУЖДАЕМ** ■ Какое из чисел расположено на координатной прямой левее, какое из них меньше:

а) -3 или -4 ; в) $-10\frac{1}{2}$ или $-\frac{1}{6}$;
 б) $-9,5$ или $-9,1$; г) $-30\frac{1}{3}$ или $-30\frac{2}{3}$?

888 **МОДЕЛИРУЕМ** ■ Между какими соседними целыми числами заключено число: $-0,4$; $-2\frac{1}{3}$; $-101,1$; $-57\frac{5}{7}$? Ответ запишите в виде двойного неравенства.

Подсказка. Изобразите схематически на координатной прямой данное число и ближайшие к нему слева и справа целые числа, а затем запишите двойное неравенство, например $-6 < -5,8 < -5$.

889 Чему равен модуль числа:

а) -3 ; 4 ; 70 ; -62 ; -100 ; 360 ; б) $-3,9$; $3,9$; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $3,13$; $-3,13$?

■ **ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (890–891)** ■ Сравните числа:

- 890** а) -6 и -8 ; г) $-16,5$ и -16 ; ж) $-15,1$ и $-14,9$;
 б) -9 и -8 ; д) $-12,9$ и $-1,29$; з) $-0,1$ и $-0,01$;
 в) $-1,2$ и $-3,4$; е) $-3,1$ и $-3,12$; и) $-1,13$ и $-1,3$.

- 891** а) $-\frac{1}{2}$ и -1 ; г) $-\frac{5}{6}$ и $-\frac{1}{6}$; ж) $-4,12$ и $-4,21$;
 б) $-1\frac{1}{3}$ и $-1\frac{1}{2}$; д) $-\frac{11}{7}$ и $-\frac{7}{11}$; з) $-7,3$ и $-7,03$;
 в) -2 и $-1\frac{1}{3}$; е) $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$; и) $-\frac{2}{5}$ и $-0,5$.

892 Расположите числа в порядке возрастания. Запишите ответ в виде двойного неравенства:

- а) 0 ; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; б) $1,7$; 0 ; $-1,7$; в) $2,5$; $-2,1$; $0,5$; г) $-\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$; 0 .

■ **РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ (893–895)** ■

893 Используя знак модуля, запишите, на каком расстоянии от начала координат – точки O находится точка:

- а) $A(1,5)$; б) $M(0)$; в) $K(-1,4)$; г) $L\left(-2\frac{3}{4}\right)$.

Образец. $B(-2,7)$; $BO = |-2,7| = 2,7$.

894 Найдите:

- а) $|5|$; в) $|3,6|$; д) $\left|\frac{1}{7}\right|$; ж) $|-9,3|$;
 б) $|-10|$; г) $\left|-\frac{2}{3}\right|$; е) $|-0,5|$; з) $\left|\frac{5}{9}\right|$.

895 Сравните:

- а) $|-3|$ и $|3|$; в) $|2,1|$ и $|-2,1|$; д) $\left|-\frac{1}{4}\right|$ и $\left|-\frac{1}{10}\right|$;
 б) $|-100|$ и $|20|$; г) $|1,3|$ и $|-0,5|$; е) $\left|\frac{3}{4}\right|$ и $\left|-\frac{1}{5}\right|$.

Б

896 Вычислите:

- а) $|5| + |-5|$; в) $|(-29) + (-1)|$;
 б) $|-25| + |-20|$; г) $|(-3) + 15|$.

897 Сравните:

- а) $|3| + |7|$ и $|3 + 7|$; в) $|-6| + |5|$ и $|(-6) + 5|$;
 б) $|-1| + |10|$ и $|(-1) + 10|$; г) $|-5| + |-8|$ и $|(-5) + (-8)|$.

898 Расположите в порядке возрастания числа:

- а) $-2\frac{1}{3}$; -5 ; 0 ; $-3,5$; $2,6$; $6\frac{1}{5}$; б) $5\frac{2}{3}$; -9 ; 0 ; $1\frac{1}{4}$; $-2,7$; $-3,12$.

899 Расположите в порядке убывания числа:

а) $-3\frac{1}{3}$; -3 ; 6 ; 0 ; $2\frac{1}{2}$; -9 ; б) -10 ; -16 ; $-\frac{1}{5}$; 0 ; $\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{7}$.

900 На координатной прямой изображены числа a , b и c (рис. 11.10–11.12). В каждом случае сравните с нулём каждое из чисел a , b и c ; сравните числа a и c , a и b , b и c .



Рис. 11.10



Рис. 11.11



Рис. 11.12

901 **Верно или неверно** На координатной прямой точками отмечены числа a , b и c (см. рис. 11.12). Какое из следующих утверждений об этих числах верно?

- 1) $a > 0$, $a < b < c$. 3) $a > 0$, $c < b < a$.
 2) $c < 0$, $a < b < c$. 4) $c < 0$, $c < a < b$.

902 **Рассуждаем** Существуют ли такие значения x , при которых выполняется данное равенство? Если существуют, то назовите их:

- а) $|x| = 0$; б) $|x| = 4$; в) $|x| = -1$; г) $|x| = 3,8$.

903 Покажите, где на координатной прямой расположены точки, координаты которых удовлетворяют условию:

- а) $|a| = 6$; б) $|a| \leq 6$; в) $|a| \geq 6$.

Анализируем (904–905)

904 На каком из рисунков (рис. 11.13) изображены числа a и b , о которых известно, что:

- а) числа a и b – отрицательные и $|b| > |a|$;
 б) числа a и b – отрицательные и $|a| > |b|$;
 в) число a – отрицательное, число b – положительное и $|a| < |b|$;
 г) число a – отрицательное, число b – положительное и $|a| > |b|$?

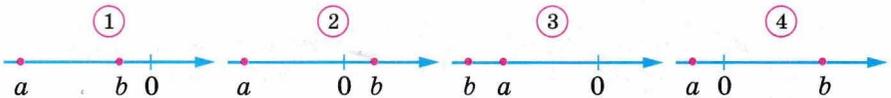


Рис. 11.13

905 На координатной прямой изображены числа c и d (рис. 11.14, $a-r$). Сравните их модули.

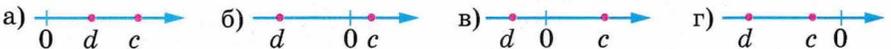


Рис. 11.14

■ **ВЕРНО или НЕВЕРНО (906–907)** ■ Определите, верно ли утверждение. Для неверного утверждения приведите контрпример.

- 906** а) Для любого числа a выполняется равенство $|a| = |-a|$;
 б) для любого числа a выполняется условие $|a| \neq -|a|$.
- 907** а) Если $a = b$, то $|a| = |b|$; б) если $|a| = |b|$, то $a = b$.

П

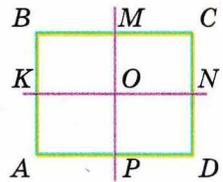
908 Иван заболел. Днём его температура была равна t , а к вечеру опустилась на $0,4^\circ$. Какой была температура у Ивана вечером (запишите соответствующее выражение)? Найдите вечернюю температуру Ивана, если $t = 37,3$; $t = 38,1$.

909 Решите уравнение: а) $1,5(1 + x) = 4,5$; б) $2(x - 7) = 1$.

910 В первенстве по футболу участвуют 5 команд. Сколько состоится матчей, если:

- а) каждая команда сыграет с каждой один раз;
 б) каждая команда сыграет с каждой два раза — на своём поле и на чужом?

911 Точка O — центр симметрии прямоугольника $ABCD$ (рис. 11.15). Прямые MP и KN перпендикулярны сторонам прямоугольника; $KN = 6$ см; $MP = 4$ см. Найдите периметр прямоугольника: а) $ABCD$; б) $KBMO$; в) $AKND$.



■ Рис. 11.15

11.3 Действия с рациональными числами

Рассматривая правила действий с целыми числами, мы опирались на жизненный опыт — примеры ситуаций с доходами и расходами, с выигрышными и проигрышными очками. Теперь эти правила можно сформулировать более точно, используя понятие модуля числа.

Сумма двух чисел одного знака имеет тот же знак, что и слагаемые. Чтобы найти модуль суммы, надо сложить модули слагаемых.

Сумма двух чисел разных знаков имеет знак того слагаемого, у которого модуль больше. Чтобы найти модуль суммы, надо из большего модуля вычесть меньший.

Этими правилами пользуются при сложении не только целых чисел, но и любых рациональных чисел. Обратите внимание: в каждом правиле выделяются два момента — определение знака суммы и способ нахождения её модуля.

Пример 1. Вычислим сумму: $-\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right)$.

Так как сумма двух отрицательных чисел отрицательна, то в результате запишем знак «минус», а затем сложим $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{5}$, получим $-\frac{4}{5}$. Запись можно вести цепочкой:

$$-\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5}.$$

Пример 2. Найдём сумму: $-3,29 + 8,87$.

У положительного слагаемого модуль больше, поэтому в результате поставим знак «плюс». Модуль суммы найдём вычитанием: $8,87 - 3,29 = 5,58$. Таким образом, $-3,29 + 8,87 = 5,58$.

Вычитание рациональных чисел, как и целых, сводится к сложению.

Чтобы вычесть из одного числа другое, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Пример 3. Найдём разность чисел $-\frac{2}{15}$ и $-\frac{3}{10}$.

$$-\frac{2}{15} - \left(-\frac{3}{10}\right) = -\frac{2}{15} + \left(+\frac{3}{10}\right) = -\frac{4}{30} + \frac{9}{30} = +\left(\frac{9}{30} - \frac{4}{30}\right) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Мы заменили вычитание сложением и затем привели дроби к общему знаменателю. Так как модуль положительного слагаемого больше, то сумма положительна. Модуль суммы нашли вычитанием.

- Объясните на примерах, как складывают числа одного знака и разных знаков: а) $-6,3 + (-4,5)$; б) $-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$.
- Не выполняя вычислений, определите, положительной или отрицательной будет сумма: а) $-4,2 + (-4,7)$; б) $0,7 + (-0,2)$; в) $-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$.
- Сформулируйте правило вычитания одного числа из другого и проиллюстрируйте его на примере $-10 - (-4,5)$.

При умножении и делении двух рациональных чисел, как и целых, сначала по правилам знаков определяют знак результата, а затем находят его модуль.

Произведение двух чисел одного знака положительно, а произведение двух чисел разных знаков отрицательно.

Чтобы найти модуль произведения, нужно перемножить модули множителей.

Пример 4. Найдём произведение чисел $\frac{3}{5}$ и $\left(-\frac{5}{9}\right)$.

$$\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = -\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 9} = -\frac{1}{3}.$$

Частное двух чисел одного знака положительно, а частное двух чисел разных знаков отрицательно.

Чтобы найти модуль частного, надо модуль делимого разделить на модуль делителя.

Пример 5. Найдём частные: $(-5,4) : (-0,9)$ и $\left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{4}{3}$.

Пользуясь сформулированным правилом, получим

$$(-5,4) : (-0,9) = +\frac{5,4}{0,9} = \frac{54}{9} = 6; \quad \left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{4}{3} = -\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}.$$

■ Сформулируйте правила знаков для умножения и деления рациональных чисел.

■ Не выполняя вычислений, определите, положительным или отрицательным будет следующее произведение или частное:

а) $8,4 \cdot (-26,9)$; б) $(-3,7) \cdot (-2,1)$; в) $(-15,2) : 32,9$; г) $(-84,4) \cdot (-21,1)$.

Отрицательные дроби можно записывать по-разному. Рассмотрим, например, частные $(-5) : 6$ и $5 : (-6)$. Каждое из них равно отрицательному числу $-\frac{5}{6}$. Каждое из этих частных можно записать с помощью дробной черты:

$$(-5) : 6 = \frac{-5}{6}, \quad 5 : (-6) = \frac{5}{-6}.$$

Таким образом, $-\frac{5}{6} = \frac{-5}{6} = \frac{5}{-6}$.

Вы видите, что при записи отрицательных дробей «минус» можно ставить перед дробью, вносить его в числитель или убирать в знаменатель.

Покажем, как это можно использовать при выполнении действий с дробями, для того чтобы делать вычисления более простыми.

Пример 6. Найдём значение выражения $-\frac{1}{3} + \frac{5}{9}$.

Используя описанное свойство, можно действовать, не выясняя, модуль какого из данных дробных чисел больше:

$$-\frac{1}{3} + \frac{5}{9} = \frac{-1}{3} + \frac{5}{9} = \frac{-1 \cdot 3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{-3 + 5}{9} = \frac{2}{9}.$$

Пример 7. Найдём значение выражения $-\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$.

Сначала приведём дроби к общему знаменателю, а затем воспользуемся непосредственно правилом вычитания дробей с равными знаменателями:

$$-\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{-2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{-8}{20} - \frac{15}{20} = \frac{-8 - 15}{20} = \frac{-23}{20} = -\frac{23}{20} = -1\frac{3}{20}.$$

Пользуясь рассмотренным свойством, любое рациональное число мы можем записать в виде дроби, числитель которой — целое число, знаменатель — натуральное. Например, $6 = \frac{6}{1}$, $-8 = \frac{-8}{1}$, $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3}$, $0 = \frac{0}{4}$. Вы видите, что такие разные на первый взгляд числа можно

записать в одном и том же виде. Вообще любое рациональное число можно представить в виде $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное.

В заключение подчеркнём, что действия сложения и умножения рациональных чисел, так же как и целых чисел, обладают переместительным, сочетательным и распределительным свойствами. Это позволяет в любом произведении произвольным образом переставлять числа и объединять их в группы. Сохраняются свойства нуля при сложении, нуля и единицы при умножении. При умножении на -1 число заменяется на противоположное.

■ В каких случаях все три дроби равны:

а) $-\frac{2}{7}, \frac{2}{-7}, \frac{-2}{7}$; б) $-\frac{3}{4}, \frac{-3}{4}, \frac{-3}{-4}$; в) $\frac{-1}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{-8}$?

А

■ ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (912–913) ■

912 Объясните, как складывают отрицательные числа, и выполните сложение:

а) $(-2,5) + (-10)$; г) $(-1,3) + (-13)$;
 б) $(-2,5) + (-1)$; д) $(-15) + (-2,3)$;
 в) $(-0,6) + (-0,3)$; е) $(-6,1) + (-2,3)$.

913 Найдите сумму:

а) $\left(-\frac{1}{2}\right) + (-5)$; в) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$;
 б) $(-7) + \left(-\frac{2}{3}\right)$; г) $\left(-1\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$.

914 Найдите значение выражения $a + b$ при:

а) $a = -3,5$, $b = -4$; в) $a = 0$, $b = -2\frac{1}{5}$;
 б) $a = -1\frac{1}{2}$, $b = -7$; г) $a = -\frac{5}{7}$, $b = 0$.

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (915–916)

- 915** Объясните, как складывают числа разных знаков, и выполните сложение:
 а) $6,2 + (-5)$; в) $(-12,9) + 2,1$; д) $8,4 + (-9,1)$;
 б) $(-6,5) + 1$; г) $13,7 + (-2,5)$; е) $9,1 + (-0,8)$.

916 Вычислите:

а) $5\frac{1}{2} + (-3)$; в) $2\frac{1}{2} + (-6)$;
 б) $4\frac{9}{11} + \left(-2\frac{1}{11}\right)$; г) $\left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{1}{2}$.

917 Найдите значение выражения $a + b$ при:

а) $a = 9, b = -2,4$; в) $a = 4,5, b = -1\frac{1}{2}$;
 б) $a = -3\frac{1}{2}, b = 1$; г) $a = -14,8, b = 14,8$.

918 **ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО** Какие утверждения являются неверными?

- Сумма двух положительных чисел всегда положительна.
- Сумма двух отрицательных чисел может быть отрицательной, положительной или нулём.
- Сумма отрицательного и положительного чисел всегда отрицательна.
- Сумма противоположных чисел равна нулю.

919 **РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ** Запишите равенство, заменив вычитание сложением:

а) $-15 - (-10)$; в) $12 - 20$; д) $a - (+b)$;
 б) $24 - (+26)$; г) $-8 - 16$; е) $a - (-b)$.

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (920–922)

920 Вычислите, заменив вычитание сложением:

а) $5,7 - (-1,1)$; в) $-8,75 - (+6,25)$; д) $\frac{5}{7} - \left(-\frac{2}{7}\right)$;
 б) $-6,9 - (-10,3)$; г) $-\frac{3}{5} - \left(-\frac{4}{5}\right)$; е) $0 - (-7,1)$.

921 Найдите значение выражения $a - b$ при:

а) $a = 3, b = -\frac{2}{5}$; в) $a = -10,2, b = 10,2$;
 б) $a = -0,11, b = -0,3$; г) $a = \frac{3}{8}, b = -\frac{3}{8}$.

922 Вычислите:

а) $20 - 30$; в) $-\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$; д) $-0,4 - 1,4$;
 б) $\frac{1}{3} - \frac{5}{3}$; г) $\frac{2}{5} - \frac{3}{7}$; е) $1,9 - 5,9$.

923 Найдите корень уравнения:

а) $x + 21 = 7$; б) $32 + x = -25$; в) $x + 12,5 = -7,5$; г) $15,2 + x = 2,3$.

924 Найдите значение выражения:

а) $0,7 - 0,2 - 1,6 + 0,3 - 0,4$; в) $-\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$;
 б) $-3 + 0,9 - 1,4 - 0,2 + 6,1$; г) $-\frac{2}{5} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5}$.

925 **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** Маша получает от родителей один раз в месяц деньги на карманные расходы. Она планирует свои еженедельные расходы и контролирует их. Вот её записи в течение четырёх недель: Первая неделя – перерасход 6,5 р., вторая неделя – экономия 3,7 р., третья неделя – перерасход 1,6 р., четвёртая неделя – экономия 2,5 р. Какой общий итог этих четырёх недель?

Подсказка. Перерасход обозначьте отрицательным числом, экономию – положительным.

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (926–927)

926 Объясните, как умножают числа одинаковых знаков и разных знаков, и выполните умножение:

а) $-3,2 \cdot (-2)$; в) $1,3 \cdot (-3)$; д) $-4,2 \cdot 4,2$;
 б) $-4,3 \cdot (-2)$; г) $-5,1 \cdot 0,4$; е) $-1,8 \cdot (-1,8)$.

927 Вычислите:

а) $-\frac{1}{3} \cdot 2$; в) $-\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$; д) $-1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$;
 б) $\frac{2}{5} \cdot (-7)$; г) $-\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$; е) $2\frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{3}{22}\right)$.

928 **РАССУЖДАЕМ** Заполните пропуски так, чтобы получилось верное равенство:

а) $-8 \cdot \dots = -0,8$; в) $\dots \cdot (-5,7) = 5,7$; д) $-17,3 \cdot \dots = 0$;
 б) $3,1 \cdot \dots = -9,3$; г) $\dots \cdot (-8,9) = -8,9$; е) $-1,2 \cdot \dots = 12$.

929 Найдите значение выражения ab при:

а) $a = -2$, $b = -3$; в) $a = -\frac{5}{9}$, $b = -1$;
 б) $a = -2,1$, $b = -100$; г) $a = 0$, $b = -3,7$.

930 Найдите значение выражения:

а) $10b$, если $b = -\frac{1}{2}$, $b = -2,12$, $b = -0,3$;
 б) $3a$, если $a = -10$, $a = -1,5$, $a = -\frac{7}{24}$;
 в) $-2x$, если $x = 15$, $x = -5,5$, $x = 0,8$, $x = -\frac{5}{6}$;
 г) $-0,5c$, если $c = -48$, $c = -1,6$, $c = 2,4$.

931 Найдите значение произведения:

а) $(-10) \cdot (-0,1) \cdot (-2,5)$; в) $(-1) \cdot (-3,7) \cdot 10$;

б) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $-\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3}$.

932 Найдите значение степени:

а) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; в) $\left(-\frac{1}{10}\right)^4$; д) $(-0,2)^2$;

б) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; г) $\left(-\frac{1}{10}\right)^3$; е) $(-0,5)^3$.

933 Сравните:

а) $(-0,4)^2$ и $0,2$; в) $-0,3$ и $-0,5^2$;

б) $-(-10)^2$ и $(-10)^3$; г) $(-0,1)^4$ и $(-0,1)^3$.

ДЕЙСТВУЕМ ПО ПРАВИЛУ (934–936)

934 Объясните, как делят числа одинаковых знаков и разных знаков, и выполните деление:

а) $-\frac{4}{9} : 4$; в) $1 : \left(-\frac{5}{7}\right)$; д) $-\frac{5}{7} : \frac{2}{7}$;

б) $-\frac{3}{8} : (-3)$; г) $-\frac{2}{3} : (-1)$; е) $\frac{11}{3} : \left(-\frac{5}{6}\right)$.

935 Выполните деление:

а) $12,6 : (-4)$; в) $1 : (-2,5)$; д) $0,48 : (-8)$; ж) $0 : (-17,3)$;

б) $-5 : (-2,5)$; г) $-14,4 : 1,2$; е) $20,9 : (-1)$; з) $-99,1 : (-9,91)$.

936 Найдите значение выражения $\frac{a}{b}$ при:

а) $a = -3, b = 2$; в) $a = -8,2, b = -0,2$; д) $a = 6,12, b = -0,4$;

б) $a = 7,6, b = -0,2$; г) $a = -4,5, b = -0,09$; е) $a = 0, b = -8,9$.

937 Найдите корень уравнения:

а) $2x = 1,8$; б) $-10x = 1$; в) $-0,5x = 1,5$; г) $-5x = -0,45$.

938 Прочитайте в объяснительном тексте, как можно записывать отрицательные дроби. Запишите частное в виде дроби и, если возможно, сократите её:

а) $-2 : 3$; в) $-12 : (-36)$; д) $45 : (-75)$;

б) $-3 : (-8)$; г) $-48 : 64$; е) $-25 : (-15)$.

939 Используя приёмы, показанные в примерах 6 и 7, вычислите:

а) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; в) $-\frac{5}{8} - \frac{3}{4}$; д) $\frac{1}{3} - \frac{3}{4}$; ж) $\frac{2}{9} - \frac{2}{3}$;

б) $-\frac{1}{15} + \frac{1}{10}$; г) $\frac{2}{11} - \frac{3}{7}$; е) $-\frac{5}{6} + \frac{3}{2}$; з) $-\frac{3}{5} - \frac{2}{3}$.

Б

945 Подберите число так, чтобы получилось верное равенство:

- а) $-4,5 + \dots = -3,5$; г) $-3,1 + \dots = -1,1$;
 б) $\dots + 3 = -2,9$; д) $\dots + (-4,9) = -1,9$;
 в) $-13,1 + \dots = -13,1$; е) $0,48 + \dots = 0$.

946 Найдите значение выражения:

- а) $5,5 - (-0,9) \cdot 3 - 10,1$; г) $0,8 - 1,5 \cdot 1,4 + 2,3$;
 б) $-2,8 : (1,6 - 1,2) + 3,4$; д) $(-1,9 - 0,3) : (-2,6 + 3,1)$;
 в) $1,7 \cdot (-4) - 1,6 \cdot 5$; е) $3,6 - 2,3 \cdot (-0,73 - 0,37)$.

947 Поставьте в выражении $0,1 \cdot 5 - 1,5 : 0,4$ скобки всеми возможными способами и найдите значение каждого из получившихся выражений.

948 Вычислите:

- а) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$;
 б) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{10}$; г) $\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$.

949 Найдите значение дроби:

- а) $\frac{0,7 - 15}{-13 - 0,3}$; в) $\frac{12 - 3,1 + 0,8}{0,01}$;
 б) $\frac{-0,9 - 15}{0,9 - 15}$; г) $\frac{-15 + 3,2 - 0,5}{-0,3}$.

950 Вычислите наиболее удобным способом:

- а) $\frac{1}{4} - \frac{1}{7} - \frac{3}{4} + \frac{1}{7}$; в) $-\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{5}\right)$;
 б) $0,4 \cdot (-7,8) \cdot 0,25$; г) $-0,85 \cdot 0,3 - 0,85 \cdot 0,7$.

951 Подставьте в выражение $a - b + c$ указанные числа и выполните вычисления:

- а) $a = 0$, $b = 20,7$, $c = -10,3$; в) $a = 1,2$, $b = 4,8$, $c = -4,2$;
 б) $a = -10$, $b = -5,5$, $c = 2,5$; г) $a = -0,7$, $b = -10$, $c = -5$.

РАССУЖДАЕМ (952–956)

952 Известно, что $a = -0,2$, $b = 2,5$. Найдите:

- $a \cdot b$; $-(a \cdot b)$; $(-a) \cdot (-b)$; $(-a) \cdot b$; $a \cdot (-b)$.

953 Известно, что $2,8 \cdot 3,5 = 9,8$. Найдите значение выражения:

- а) $-2,8 \cdot 3,5$; в) $-((-2,8) \cdot (-3,5))$;
 б) $-(-2,8 \cdot 3,5)$; г) $-(-(-(-2,8 \cdot 3,5)))$.

954 Сравните с нулём:

- а) $(-0,3)^2$; б) $(-4,8)^3$; в) $\left(-3\frac{1}{2}\right)^5$; г) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{10}$.

955 Известно, что $x < 0$ и $y < 0$. Определите, положительным или отрицательным является число:

- а) $x \cdot y$; б) $(-x) \cdot (-y)$; в) $x + y$; г) $(-x) + (-y)$.

956 Определите, положительным или отрицательным является число $-\frac{x}{y}$,

- если: а) $x > 0, y > 0$; б) $x < 0, y < 0$; в) $x > 0, y < 0$.

957 ■ **ИССЛЕДУЕМ** ■

1) Заполните таблицу.

a	11	-4	-2,5	-0,5	0
b	7	5	10	-0,7	1,6
$a - b$					
$b - a$					

Какую закономерность вы заметили?

2) Используя подмеченную закономерность, найдите значение выражения:

- а) $\frac{3-5}{5-3}$; в) $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}$; д) $-\frac{3-0,2}{0,2-3}$;
 б) $\frac{0,4-0,6}{0,6-0,4}$; г) $\frac{1-0,72}{0,72-1}$; е) $\frac{-(25-1)}{1-25}$.

958 ■ **ИССЛЕДУЕМ** ■ 1) Найдите значение выражения $12 - 14 + 5 - 10$. В данном выражении измените знак перед каждым числом на противоположный и найдите значение нового выражения. Что вы заметили?

2) Запишите выражение, значение которого противоположно значению данного выражения:

- а) $-15 + 8$; в) $-1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 18 + 27$;
 б) $-360 - 290$; г) $10 - 15 + 11 - 107 - 38 - 18$.

Проверьте себя, выполнив вычисления.

3) Какие из данных выражений равны:

- $12 - 14 + 5 - 10$; $-(12 - 14 + 5 - 10)$; $-12 + 14 - 5 + 10$?

Запишите ответ, используя знак « \Rightarrow ».

4) Замените выражение равным, не содержащим скобок:

- а) $-(27 + 30)$; в) $-(18 - 10 + 11 + 5)$;
 б) $-(-14 - 10)$; г) $-(-x + y - z)$.

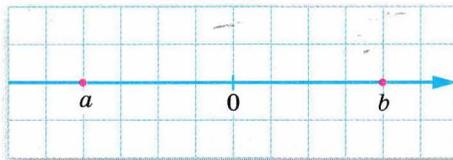
П

959 ■ **ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО** ■ Для неверных утверждений приведите контр-пример.

- 1) Модуль рационального числа всегда положителен.
- 2) Модули чисел -36 и 36 равны.
- 3) Модуль отрицательного числа есть число, ему противоположное.
- 4) Модуль положительного числа всегда больше модуля отрицательного числа.

960 На координатной прямой отметили числа 0 , a , b (рис. 11.16). Сравните:

- а) a и 0 ; b и 0 ; a и b ; б) $|a|$ и 0 ; $|b|$ и 0 ; $|a|$ и $|b|$.

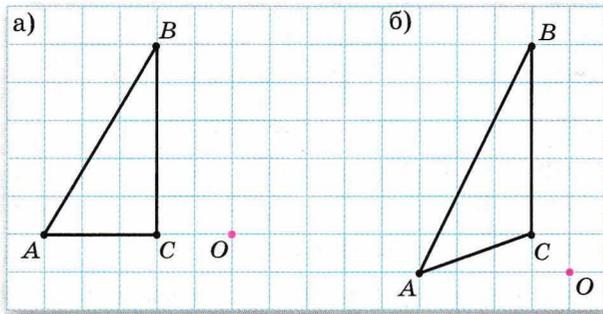


■ Рис. 11.16

961 Дана сумма $a + a + a + a + a$. Замените сложение умножением и запишите равное этой сумме выражение. Найдите его значение при $a = \frac{4}{15}$; $a = 1,2$; $a = 2,5$.

962 Сколькими способами можно расположить в ряд буквы **о**, **р**, **т**? Какие из получившихся слов имеют смысл в русском языке?

963 Скопируйте рисунок в тетрадь и постройте фигуру, симметричную данной относительно точки O (рис. 11.17, а, б).



■ Рис. 11.17

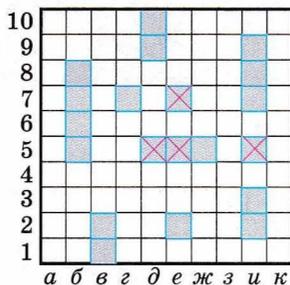
11.4 Что такое координаты

Вы могли слышать такую фразу: «Оставьте мне ваши *координаты*». Это выражение означает, что собеседник должен оставить свой адрес или номер телефона, которые и считаются в этом случае координатами. Главное, чтобы по этим данным можно было найти человека.

Именно в этом и состоит суть *системы координат*: это правило, по которому определяется положение того или иного объекта.

Системы координат пронизывают всю практическую жизнь человека. Кроме почтовых адресов и номеров телефонов, вы знакомы с системой координат в зрительном зале кинотеатра (номер ряда и номер места), в поезде (номер вагона и номер места), с системой географических координат (долгота и широта) и т. д.

Те из вас, кто играл в морской бой, пользовались при этом соответствующей системой координат. Каждая клетка на игровом поле определяется буквой и цифрой. Буквами помечены вертикали игрового поля, а цифрами — горизонтали (рис. 11.18).



■ Рис. 11.18



■ Рис. 11.19

Аналогичная система координат используется в шахматах, но вертикали на шахматной доске всегда обозначаются латинскими буквами (рис. 11.19). С помощью этих координат можно записать ход любой шахматной партии.

Такого рода «клеточные» координаты обычно используются на военных, морских, геологических картах. Применяются они и на туристических схемах городов для облегчения поиска нужной улицы или какой-либо достопримечательности.

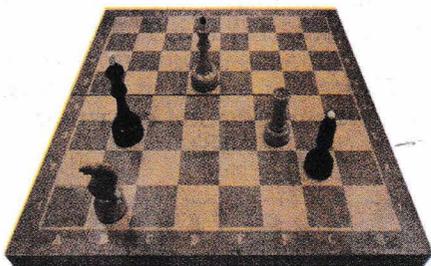
Идея координат зародилась в глубокой древности. Их изобретение было вызвано потребностью в создании небесных и географических карт. Долготой и широтой в качестве географических координат пользовался древнегреческий астроном Клавдий Птолемей (II в.). Квадратная сетка, играющая роль координат, была обнаружена на стене одной древнеегипетской гробницы. Прямоугольной сеткой для разметки холста пользовались и художники Возрождения.

А сам термин «координаты» произошёл от латинского слова *ordinatus* — упорядоченный; приставка *со-* указывает на совместность: координат обычно бывает две или более.

- Посмотрите на номера пунктов в учебнике – они тоже имеют свои координаты. Объясните какие.
- Придумайте систему координат для определения места ученика в классе. Укажите координаты нескольких учеников.

A

- 964** На шахматной доске расставлены пять фигур – король, ферзь, слон, конь и ладья (рис. 11.20). Запишите их координаты (например, король – d5).



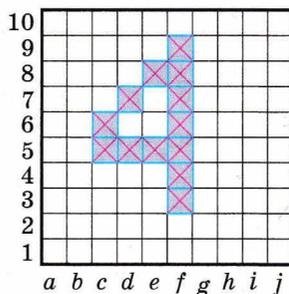
■ Рис. 11.20



■ Рис. 11.21

- 965** Определите координаты клеток, занятых двумя конями (рис. 11.21). Запишите координаты всех клеток, находящихся под угрозой нападения этих коней.

- 966** а) В квадрате 10×10 клеток изображена цифра 4 (рис. 11.22). Зашифруйте эту цифру с помощью координат. (На первом месте пишете букву, на втором – цифру.)



■ Рис. 11.22

- б) Начертите квадрат 10×10 клеток. Изобразите с помощью крестиков любую цифру и зашифруйте её. Предложите соседу по парте восстановить эту цифру по вашему шифру.

- 967** **ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ** На рисунке 11.23 изображён фрагмент карты Московской области.

1) В алфавитном указателе населённых пунктов, приведённом на карте, указаны квадраты, в которых эти пункты расположены. Выдержка из этого списка: Дубна – 4А, Звенигород – 3Г, Клин – 3Б, Красногорск – 4В, Поречье – 1Г, Руза – 2Г. Найдите эти города на карте, используя данную информацию.

2) Выберите несколько населённых пунктов, запишите их и для каждого из них укажите квадрат, в котором расположен этот пункт.

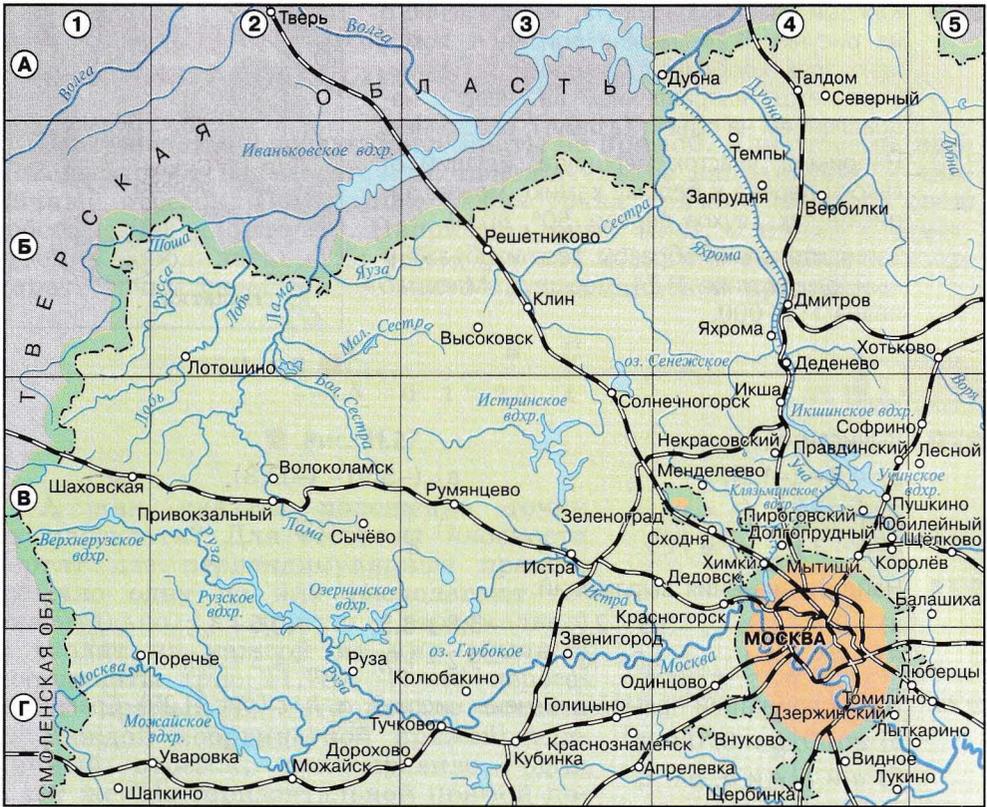


Рис. 11.23

- 3) Укажите квадрат, в котором расположено: а) Истринское водохранилище; б) Сенежское озеро; в) Рузское водохранилище; г) озеро Глубокое.
- 4) Укажите квадраты, через которые* проходит железная дорога: а) Москва – Шаховская; б) Москва – Клин.

Б

968 Возьмите карту Западной Европы.

- а) Запишите координаты (широту и долготу) городов: Киев, Минск, Париж, Гамбург, Лондон.
- б) Найдите города, расположенные на 60° с. ш., на 50° с. ш. Для каждого города определите географическую долготу.
- в) Найдите города, расположенные на 18° в. д. Для каждого города определите географическую широту.
- г) Определите, какие города имеют координаты: (41° с. ш., 4° з. д.), (47° с. ш., 6° в. д.), (55° с. ш., 25° в. д.), (38° с. ш., 24° в. д.).

- 969** Каждый участок маршрута, изображённого на рисунке 11.24, можно описать с помощью трёх координат: заметный ориентир, угол между направлением на север и направлением на объект (азимут), расстояние. Например, участок маршрута, идущий от сухого дерева к белому камню, можно записать так: (сухое дерево, 50° , 80 м). Запишите таким образом весь изображённый на рисунке 11.24 маршрут. Масштаб плана 1 : 10 000.



■ Рис. 11.24

П

- 970** Вычислите:

а) $4,3 - (-1,2)$;

в) $(-5,9) - (-13,8)$;

б) $\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)$;

г) $\frac{1}{8} - (-0,5)$.

- 971** Найдите значения выражений:

а) $-0,7 - 2,8$;

$1,3 - 2,7$;

$-5,8 + 3,3$;

$-0,6 + 1,1$;

б) $-0,5 - 6,4$;

$3,8 - 10$;

$-9,2 - 1,9$;

$-4,5 + 3,1$.

- 972** На координатной прямой отмечены числа 0, a , b , c (рис. 11.25). Сравните:

а) a и 0, b и 0, 0 и c ;

б) a и b , c и a , b и c ;

в) $|b|$ и $|c|$, $|a|$ и $|c|$, $|a|$ и $|b|$.

■ Рис. 11.25



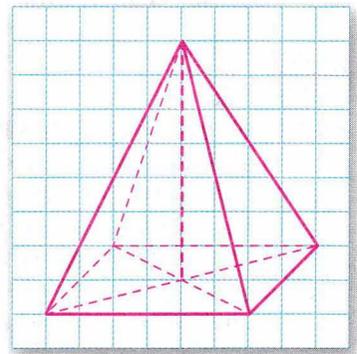
- 973** Замените умножение сложением и запишите выражение, равное данному произведению: а) $6x$; б) $5y$; в) $10c$.

Образец.

$7m = m \cdot 7 = m + m + m + m + m + m + m$.

- 974** Сколько различных трёхзначных кодов можно составить, если использовать только цифры 3 и 6?

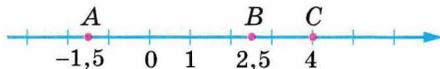
- 975** Основание пирамиды – квадрат (рис. 11.26). Сколько плоскостей симметрии у этой пирамиды? Какую форму имеют её сечения плоскостью симметрии? Скопируйте рисунок в тетрадь и покажите на нём два разных сечения (закрасьте их разными цветами).



■ Рис. 11.26

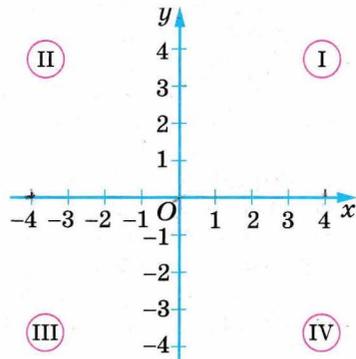
11.5 Прямоугольные координаты на плоскости

Вспомните, как задают координаты на прямой. Для этого на прямой выбирают начало отсчёта, положительное направление и единичный отрезок. После этого любая точка прямой получает свою собственную координату. Например, точки A , B , C имеют соответственно координаты $-1,5$; $2,5$; 4 (рис. 11.27). Таким образом, координата точки указывает её место на координатной прямой.



■ Рис. 11.27

А как указать положение точки на плоскости? Для этого на плоскости чертят две перпендикулярные прямые (обычно одну из них располагают горизонтально, а другую — вертикально) и вводят на каждой из них обычные координаты (рис. 11.28). Точка пересечения прямых O — это начало отсчёта на каждой координатной прямой; единичный отрезок, как правило, один и тот же. На горизонтальной прямой положительное направление выбирается слева направо, на вертикальной — снизу вверх. Эти направления показывают стрелками.



■ Рис. 11.28

Точку O называют *началом координат*. Эта буква выбрана не случайно, а как первая буква латинского слова *origo* — начало. Сами координатные прямые называют *осями координат*. Горизонтальную ось называют *осью абсцисс* (осью x), вертикальную ось называют *осью ординат* (осью y).

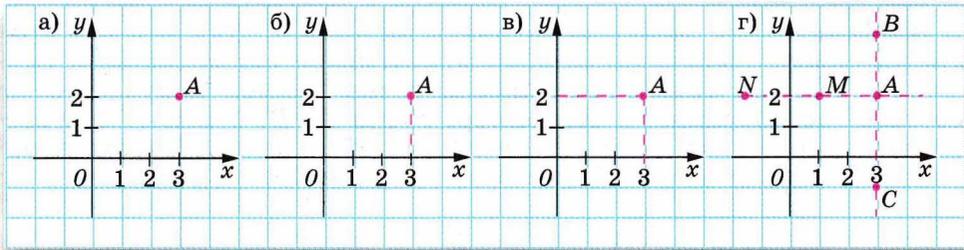
Плоскость, на которой задана система координат, называется *координатной плоскостью*.

Оси разбивают координатную плоскость на четыре области, которые называются *координатными четвертями*. Их нумеруют против часовой стрелки (см. рис. 11.28).

Покажем, как определяется положение точки на координатной плоскости.

Пусть на координатной плоскости отмечена некоторая точка A (рис. 11.29, а). Опустим из неё перпендикуляр на ось x . Он пересечёт ось x в точке с координатой, равной 3 (рис. 11.29, б). Число $x = 3$ называют *абсциссой* или первой координатой точки A .

Проведём теперь из точки A перпендикуляр к оси y . Он пересечёт ось y в точке с координатой, равной 2 (рис. 11.29, в). Число $y=2$ называют *ординатой* или второй координатой точки A .



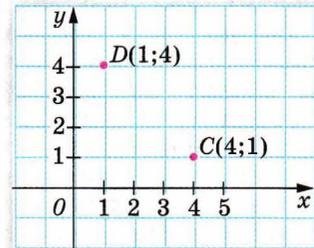
■ Рис. 11.29

Числа $x=3$ и $y=2$ определяют положение точки A на координатной плоскости. Их называют *координатами точки на плоскости*.

Заметим, что указать только одну координату точки было бы недостаточно. Так, абсциссу $x=3$ имеют ещё точки B , C и все точки прямой BC , а ординату $y=2$ имеют точки M , N и все точки прямой MN (рис. 11.29, г).

Координаты точки записывают в скобках, при этом абсцисса пишется на первом месте, а ордината — на втором. Например, координаты точки C (рис. 11.30) записывают так: $C(4; 1)$. Если мы переставим числа в скобках, то получим другую точку — точку D .

Описанная система координат называется *прямоугольной*. Часто также её называют *декартовой системой координат* по имени французского философа и математика Рене Декарта (1596—1650).



■ Рис. 11.30

- Объясните, почему рассмотренную в данном пункте систему координат называют прямоугольной. А почему декартовой?
- Как называют точку пересечения осей координат и какие у неё координаты? Какие названия имеют оси координат?
- Расскажите, как определить координаты точки на координатной плоскости (см. рис. 11.29). Назовите x -координату и y -координату точки $(-3; 2)$. На какой координатной оси находится точка с координатами $(5; 0)$?

А

976 Действуем по алгоритму Прочитайте в тексте пункта, как определяют координаты точки на координатной плоскости. Запишите координаты отмеченных точек (рис. 11.31, а–в).

- 984** а) Постройте треугольник, если известны координаты его вершин: $A(0; -3)$, $B(-2; 3)$, $C(5; 2)$. Укажите координаты точек, в которых стороны треугольника пересекают ось x .
- б) Постройте четырёхугольник $ABCD$, если его вершины имеют координаты: $A(-3; -4)$, $B(-3; 4)$, $C(3; 2)$, $D(3; -2)$. Укажите координаты точек, в которых стороны четырёхугольника пересекают оси координат.

Б

- 985** а) На координатной плоскости постройте прямоугольник $ABCD$ по координатам его вершин: $A(5; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(-2; -2)$, $D(5; -2)$. Вычислите периметр и площадь прямоугольника $ABCD$.
- б) На координатной плоскости отметьте точки $A(-8; 3)$, $B(1; 3)$, $C(1; -2)$. Постройте четвёртую точку D так, чтобы получился прямоугольник $ABCD$. Вычислите его периметр и площадь.
- 986** На координатной плоскости постройте:
- 1) треугольник ABC по координатам его вершин: $A(-6; 2)$, $B(-2; 2)$ и $C(-2; 4)$;
 - 2) треугольник DEF , симметричный треугольнику ABC относительно оси x ; запишите координаты его вершин;
 - 3) треугольник KLM , симметричный треугольнику ABC относительно оси y ; запишите координаты его вершин.
- 987** **Анализируем** 1) На координатной плоскости постройте данную точку; точку, симметричную ей относительно оси x , и запишите её координаты:
- а) $A(6; 2)$; б) $B(3; -1)$; в) $C(2; 4,5)$; г) $D(-3,5; -3,5)$.
- Подметьте закономерность и ответьте на вопрос: как связаны между собой координаты y и координаты x точек, симметричных относительно оси x ?
- 2) На координатной плоскости постройте данную точку; точку, симметричную ей относительно оси y , и запишите её координаты:
- а) $A(5; 1)$; б) $B(4; -2,5)$; в) $C(-3; 4)$; г) $D(-1,5; -6)$.
- Подметьте закономерность и ответьте на вопрос: как связаны между собой координаты x и координаты y точек, симметричных относительно оси y ?
- 3) Попробуйте, не выполняя построения, определить координаты точки, симметричной точке $M(-5; 4)$:
- а) относительно оси x ; б) относительно оси y .
- 988** **Анализируем** 1) а) На координатной плоскости отметьте пять точек, имеющих абсциссу, равную 4. Запишите координаты всех этих точек. Как вы думаете, где расположены все точки с абсциссой, равной 4?
- б) Постройте прямую, все точки которой имеют абсциссу, равную 3; -2 ; 0.

2) а) На координатной плоскости отметьте пять точек, имеющих ординату, равную 1. Запишите координаты всех этих точек. Как вы думаете, где расположены все точки с ординатой, равной 1?

б) Постройте прямую, все точки которой имеют ординату, равную 2; -4 ; 0 .

989 Система координат, которую вы изучали, называется прямоугольной. Начертите оси координат, которые пересекаются не под прямым углом, например так, как показано на рисунке 11.32. Подумайте, как определить координаты точки в такой системе координат. Отметьте несколько точек и запишите их координаты.

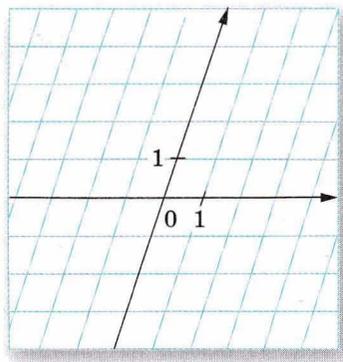


Рис. 11.32

П

990 Найдите значения выражений:

а) $0 - \frac{2}{9}$; $0 - (-3,4)$; $0 - 7,8$; б) $\frac{5}{7} - 1$; $0,15 - 2$; $1,6 - 3$.

991 Даны выражения: $0,9 - 0,5$; $-0,5 - 0,9$; $-0,9 + 0,5$; $0,5 + 0,9$. Выберите из них то, значение которого:

а) равно значению выражения $0,5 - 0,9$;

б) противоположно значению выражения $0,5 - 0,9$.

Можете ли вы сделать это, не выполняя вычислений?

992 Выписывают подряд все натуральные числа от 1 до 100. Сколько раз при этом придётся написать цифру 1? Можете ли вы без перебора сказать, сколько раз при этом придётся написать цифру 2? А цифру 0?

993 **Ищем способ построения** На рисунке 11.33 изображён квадрат 4×4 клетки и часть ломаной линии, проходящей по сторонам клеток.

1) Скопируйте рисунок на лист клетчатой бумаги. Продолжите ломаную так, чтобы она делила квадрат на две равные части. Вырежьте квадрат, разрежьте его по начерченной линии и убедитесь, что полученные фигуры равны.

Подсказка. Достройте ломаную так, чтобы центр симметрии квадрата был центром симметрии данной линии.

2) Придумайте какую-нибудь другую ломаную, которая делила бы квадрат 4×4 клетки на две равные части.

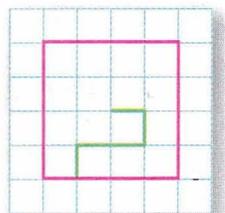


Рис. 11.33

Чему вы научились

Обязательные умения

Знаю соотношения между подмножествами множества рациональных чисел.

1. Верно ли утверждение:
 - а) всякое натуральное число является рациональным;
 - б) всякое рациональное число является целым;
 - в) всякое целое число является натуральным;
 - г) всякое натуральное число является целым?

Умею находить число, противоположное данному, применять знак «минус» для обозначения противоположного числа.

2. Назовите число, противоположное числу: $15,3$; $-\frac{1}{2}$; 0 .
3. Пусть дано некоторое число a . Как обозначить противоположное ему число? Чему равно $-a$, если $a = 0,8$? $a = -15,2$?
4. Запишите без скобок выражения $+(+12)$, $+(-10,5)$, $-(+5,1)$, $-(-\frac{1}{5})$.

Умею отмечать на координатной прямой точки, соответствующие заданным числам, определять координаты отмеченных точек.

5. Отметьте на координатной прямой числа -6 ; $2,5$; $-\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{2}$.
6. Запишите координаты точек, отмеченных на координатной прямой.



Знаю, что означает термин «модуль числа»; умею определять модуль числа.

7. Чему равен модуль числа: $2,8$; $-5,6$; 0 ? Найдите $|-27|$, $|18|$, $|\frac{-7}{8}|$, $|4,1|$.
8. Отметьте на координатной прямой числа, модуль которых равен 4.

Умею сравнивать рациональные числа.

9. Сравните числа: а) 0 и $-2,5$; б) $-3,4$ и 1 ; в) $-\frac{1}{2}$ и $-\frac{3}{4}$.

Умею выполнять вычисления с рациональными числами, находить значения буквенных выражений, подставляя вместо букв заданные числа.

Вычислите (10–11).

10. а) $-0,8 - 2,3$; б) $-\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{8} - \frac{5}{6}$; г) $-2,5 + 7 - 1,5 - 10$.

11. а) $-12 \cdot \frac{2}{3}$; б) $8,1 : (-0,9)$; в) $\frac{-2,4}{-0,6}$; г) $-1,5 \cdot 3,4 \cdot (-10)$.

12. Найдите значение степени:

а) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; б) $(-0,5)^3$.

13. Найдите значение выражения:

а) $-1,2 \cdot (0,9 - 1,4)$; б) $\frac{-2,5 + 0,4}{-3}$.

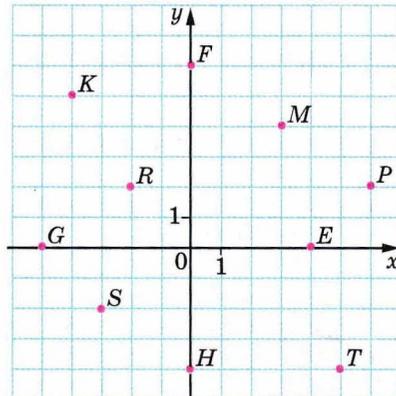
14. Найдите значение выражения:

а) $4a$, если $a = -1,2$;

б) $a - b$, если $a = -\frac{1}{15}$, $b = \frac{3}{5}$.

Умею определять координаты точки на координатной плоскости, строить точки с заданными координатами.

15. Запишите координаты точек, указанных на рисунке.



16. Постройте на координатной плоскости точки: $A(-6; -3)$, $B(5; 7)$, $C(-4; 2)$, $D(3; -5)$, $E(0; 3)$, $F(-5; 0)$.

Могу выполнить ещё и другие задания (укажите несколько номеров).

Многоугольники и многогранники

Это последняя глава учебника, но и в ней вас ждут новые неожиданные открытия. Какие? Вы узнаете, что перекраивают не только старую одежду, границы государств или плохо составленные бюджеты, но и геометрические фигуры. Ответ на вопрос, зачем это делают, вы найдёте в этой главе. Вам известны различные геометрические фигуры, как плоские, так и пространственные, но далеко не все. Здесь вы познакомитесь ещё с двумя фигурами: с четырёхугольником – параллелограммом и многогранником – призмой. При этом вы обнаружите, что с некоторыми из представителей этих классов геометрических фигур вы уже давно знакомы, однако вам откроются такие их свойства, о которых вы не знали. Так будет и в дальнейшем: в 7 классе вы начнёте более детальное изучение геометрии и научитесь не только открывать новые свойства, но и доказывать их. Поэтому можно сказать, что изучение геометрии для вас только начинается.

12.1 Параллелограмм

На рисунке 12.1 проведены две пары параллельных прямых. При их пересечении образовался четырёхугольник. Его противоположные стороны параллельны. Такой четырёхугольник имеет специальное название — **параллелограмм**.

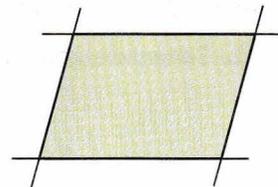


Рис. 12.1

Параллелограмм является центрально-симметричной фигурой.

Центр симметрии параллелограмма — это точка пересечения его диагоналей.

Чтобы убедиться в этом, наложите на параллелограмм кальку, прикрепите её в точке пересечения диагоналей булавкой, переведите параллелограмм на кальку и поверните её на 180° (рис. 12.2, а). Параллелограмм снова «войдёт» в свой контур (рис. 12.2, б).

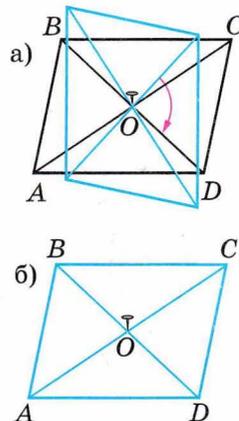


Рис. 12.2

■ В какую точку перейдёт при повороте точка A ? точка B ? сторона BC ? сторона CD ? угол A ? угол D ?

Эксперимент с калькой позволяет нам обнаружить и другие свойства параллелограмма. Например, в результате выполненного пово-

рота противоположные стороны параллелограмма «поменялись местами», значит, они равны. Итак, *противоположные стороны параллелограмма не только параллельны, но и равны.*

При этом же повороте закрашенный треугольник совместится с белым (рис. 12.3, а, б). Значит, *диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.*

Кроме того, при повороте отрезки OA и OC , а также OB и OD поменялись местами (см. рис. 12.2). Это означает, что *диагонали точкой пересечения делятся пополам.* Таким свойством диагоналей обладает только параллелограмм. Используем это свойство для его построения.

- Проведём две пересекающиеся прямые и обозначим точку их пересечения буквой O (рис. 12.4, а).
- На одной из прямых отложим циркулем равные отрезки OA и OC , а на другой — равные отрезки OB и OD (рис. 12.4, б).
- Соединим последовательно точки A, B, C и D (рис. 12.4, в). Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

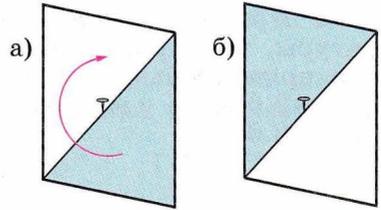


Рис. 12.3

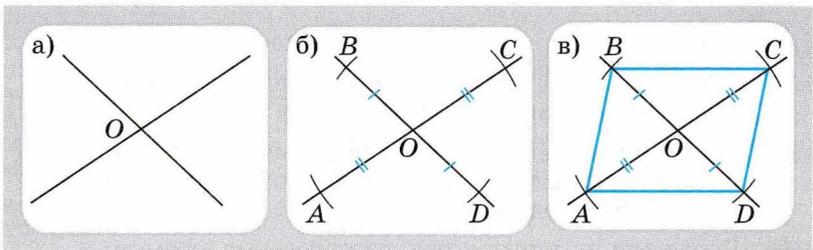


Рис. 12.4

- Какой четырёхугольник называют параллелограммом?
- Назовите свойства параллелограмма.
- Выполните построение параллелограмма, если: а) $OA = OB = OC = OD$; б) $OA = OB = OC = OD$ и $AC \perp BD$. Какой четырёхугольник получился?

Некоторые параллелограммы имеют свои названия. Параллелограмм, у которого все стороны равны, называют **ромбом** (рис. 12.5, а). Диагонали ромба, кроме свойств, присущих всем параллелограммам, обладают ещё одним: они перпендикулярны друг другу (рис. 12.5, б).

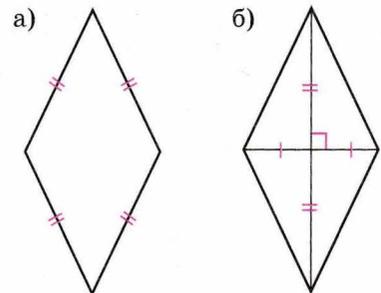


Рис. 12.5

К параллелограммам относятся и такие хорошо вам знакомые фигуры, как прямоугольник и квадрат. От других параллелограммов прямоугольник отличается тем, что у него все углы прямые (рис. 12.6, а), а у квадрата и все углы прямые, и все стороны равны (рис. 12.6, б).

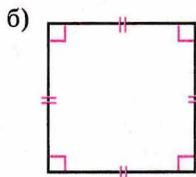
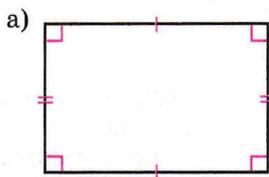


Рис. 12.6

Слово «параллелограмм» происходит от греческого слова, которое в переводе означает «изображённый параллельными». Из Древней Греции пришло к нам и слово «ромб», означающее «волчок», чей силуэт действительно имеет форму ромба.

- Какие виды параллелограммов вы знаете?
- Какими свойствами обладает ромб? квадрат?

А

994 ■ **Наблюдаем** ■ Назовите все параллелограммы, которые вы видите на рисунке 12.7.

995 Постройте на нелинованной бумаге несколько различных параллелограммов с помощью: а) угольника и линейки; б) одной линейки.

996 Проведите в тетради две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3 см. Начертите какой-нибудь параллелограмм, одна пара сторон которого лежит на этих прямых и равна по 4 см. Начертите прямоугольник, удовлетворяющий этим условиям.

997 ■ **Работаем с символами** ■ Воспользуйтесь результатами эксперимента с калькой (см. рис. 12.2) и допишите равенства: $AB = \dots$, $BC = \dots$, $OC = \dots$, $OD = \dots$, $\angle A = \dots$, $\angle B = \dots$, $\triangle ABO = \dots$, $\triangle ABC = \dots$.

998 Скопируйте параллелограммы в тетрадь (рис. 12.8) и проведите их диагонали.

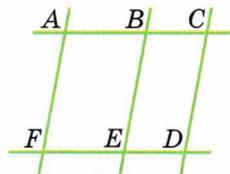


Рис. 12.7

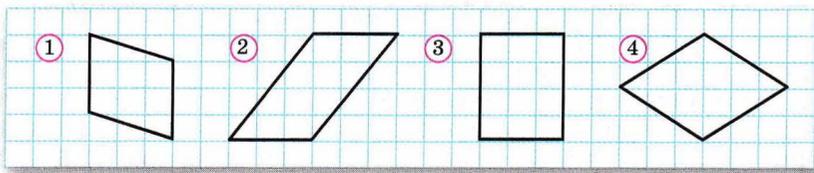


Рис. 12.8

- 999** а) Начертите в тетради, используя свойства клетчатой бумаги, какой-нибудь параллелограмм.
 б) Точки A , B и C – вершины параллелограмма, AB – его сторона (рис. 12.9). Постройте точку D – четвёртую вершину параллелограмма. Сколькими способами это можно сделать?

- 1000** 1) Вычислите периметр:
 а) параллелограмма со сторонами 9,4 см и 5,7 см;
 б) ромба со стороной 8,5 см.
 2) Составьте формулу для вычисления периметра:
 а) параллелограмма; б) ромба.

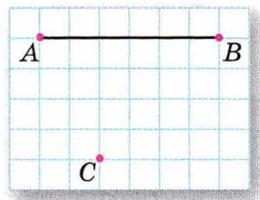


Рис. 12.9

- 1001** Действуем по алгоритму. Начертите:
 а) какой-нибудь параллелограмм, диагонали которого равны 4 см и 6 см;
 б) ромб, диагонали которого равны 4 см и 6 см.

- 1002** Экспериментируем. Диагонали прямоугольника равны, а диагонали квадрата не только равны, но и перпендикулярны друг другу.

а) Постройте прямоугольник, диагонали которого равны по 6 см. Постройте другой прямоугольник с такими же диагоналями.

б) Постройте квадрат с диагоналями, равными по 8 см. Можно ли построить ещё один квадрат с такими же диагоналями?

- 1003** Практическая ситуация. Представьте, что вам необходимо вырезать из листа бумаги ромб, а у вас нет никаких чертёжных инструментов. Решите задачу с помощью перегибания листа бумаги.

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что у ромба две оси симметрии.

Б

- 1004** Рассуждаем. На рисунке 12.10 изображены ромбы $ABCE$ и $BCDE$. Найдите периметр треугольника BCE и его углы, если $BC = 3$ см.

- 1005** Постройте параллелограмм, диагонали которого равны 4 см и 5 см и пересекаются под углом 30° .

- 1006** Ищем способ построения. Постройте параллелограмм по заданным сторонам и диагонали (рис. 12.11).

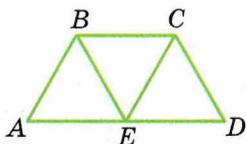


Рис. 12.10

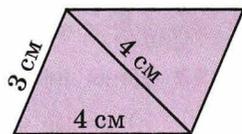


Рис. 12.11

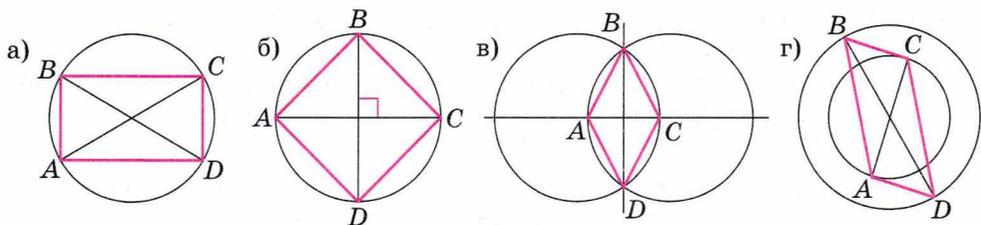


Рис. 12.12

1007 На рисунке 12.12, а–г показаны способы построения следующих четырёхугольников: прямоугольника, квадрата, ромба и параллелограмма. Опишите словами способ построения каждого четырёхугольника и выполните построения.

1008 Сколько ромбов на рисунке 12.13? Сколько параллелограммов?

1009 **Экспериментируем** Вырежьте из бумаги два равных неравносторонних треугольника и сложите из них различные параллелограммы. Сколько различных параллелограммов вам удалось сложить? А если взять два равных равнобедренных треугольника? два равных равносторонних треугольника?

1010 **Рассуждаем** 1) Пусть A – множество параллелограммов, B – множество прямоугольников, C – множество ромбов (рис. 12.14). Множество каких четырёхугольников обозначено буквой D ?

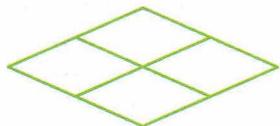


Рис. 12.13

2) Закончите предложение:

Всякий прямоугольник является ...

Всякий ромб является ...

Всякий квадрат является ...

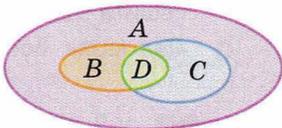


Рис. 12.14

1011 **Исследуем** 1) Один из углов, образовавшихся при пересечении двух пар параллельных прямых, равен 80° (см. рис. 12.1). Перенесите рисунок в тетрадь и подпишите на нём все углы, равные по 80° .

2) Чему равны остальные углы, если один из углов равен 60° ?

3) Каким свойством обладают углы параллелограмма, прилежащие к одной стороне?

П

1012 Даны числа: $0,13$, $\frac{2}{9}$, -250 , $-2\frac{1}{7}$, 0 , $-10,8$, 14 , $1,25$, -6 . Выпишите:

а) целые числа; б) отрицательные дробные числа.

1013 Найдите значение выражения:

а) $(0,3 - 1,5 \cdot 0,8) : (-3)$; б) $\frac{-0,7 - 14}{0,1 - 0,07}$.

1014 Найдите: $|-4|$, $|\frac{3}{11}|$, $|-2\frac{1}{7}|$, $|-0,15|$, $|0|$, $|12,7|$, $|\frac{-17}{18}|$.

1015 Численность населения России примерно на 11% больше численности населения Японии. Найдите численность населения России, если в Японии проживает 128 млн человек. Ответ округлите до миллионов.

1016 Велосипедист и пешеход отправились одновременно из двух пунктов навстречу друг другу. Через сколько минут они встретились, если путь от одного пункта до другого занял у велосипедиста 16 мин, а у пешехода 48 мин?

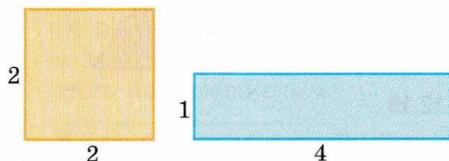
1017 Из 12 м ткани можно сшить 15 юбок. Сколько таких же юбок получится из 4,8 м ткани?

1018 Половину всех собранных белых грибов бабушка засолила, две трети оставшихся засушила, а из оставшихся 10 грибов сварила суп. Сколько белых грибов собрали?

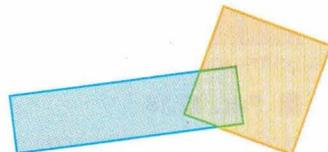
12.2 Площади

Найдём площади квадрата и прямоугольника, изображённых на рисунке 12.15. Площадь квадрата равна $2 \cdot 2 = 4$ (кв. ед.), площадь прямоугольника равна $1 \cdot 4 = 4$ (кв. ед.). Мы получили, что эти фигуры имеют одинаковые площади. Две фигуры, имеющие одинаковые площади, называют *равновеликими*. Значит, данные квадрат и прямоугольник равновелики.

На рисунке 12.16 те же квадрат и прямоугольник наложены друг на друга. Жёлтый и синий многоугольники также равновелики. Действительно, если от равных величин (площади квадрата и площади прямоугольника) отнять поровну (площадь зелёного многоугольника), то поровну и останется.



■ Рис. 12.15



■ Рис. 12.16

Если фигура разрезана на части, то её площадь равна сумме площадей её частей. Если фигуры составлены из одинаковых частей, или, как говорят, *равносоставлены*, то они имеют и равные площади.

Равносоставленные фигуры равновелики.

Рассмотрим две фигуры, изображённые на рисунке 12.17, а. Оказывается, эти столь непохожие друг на друга фигуры можно разрезать на одинаковые части (рис. 12.17, б). Значит, они равновелики.

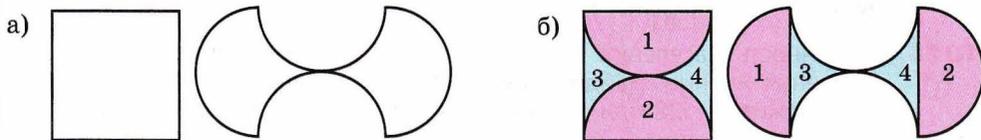


Рис. 12.17

- Что значит, что фигуры равноставлены?
- Каким свойством обладают равноставленные фигуры?
- Квадрат (см. рис. 12.15) разрежали по его диагонали и из получившихся частей сложили треугольник. Верно ли что:
 - а) треугольник и квадрат равновелики;
 - б) треугольник и прямоугольник равновелики?
- Чему равны площади частей, закрашенных синим и жёлтым цветами, если площадь общей части равна 1 кв. ед. (см. рис. 12.16)?

Это свойство равноставленных фигур даёт нам полезный приём нахождения площадей. Он заключается в перекраивании данной фигуры в другую, площадь которой известна. Используем этот приём, чтобы найти площадь параллелограмма.

Разрежем параллелограмм вдоль линии, перпендикулярной стороне, и переложим отрезанный треугольник, как показано на рисунке 12.18. Параллелограмм удалось перекроить в прямоугольник, а способ вычисления площади прямоугольника уже известен.

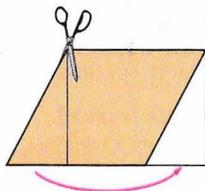


Рис. 12.18

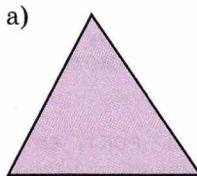
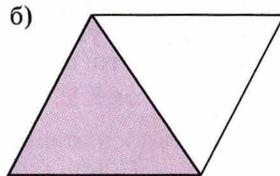


Рис. 12.19



Подобным образом можно найти и площадь треугольника (рис. 12.19, а). Треугольник легко достроить до параллелограмма, проведя прямые, параллельные двум его сторонам (рис. 12.19, б). Очевидно, что площадь нашего треугольника составляет половину площади построенного параллелограмма. А как найти площадь параллелограмма, вы уже знаете.

- Пусть стороны прямоугольника, в который перекроили параллелограмм (см. рис. 12.18), равны 2 см и 3 см. Чему равна площадь параллелограмма?

A

1019 Нарисуйте какой-нибудь прямоугольник, равновеликий квадрату со стороной 6 см. Сколько существует прямоугольников с такой же площадью, стороны которых выражаются целыми числами?

1020 **Анализируем** Покажите, что фигуры, изображённые на рисунке 12.20, равновелики.

Подсказка. Перекроите каждую фигуру в квадрат.

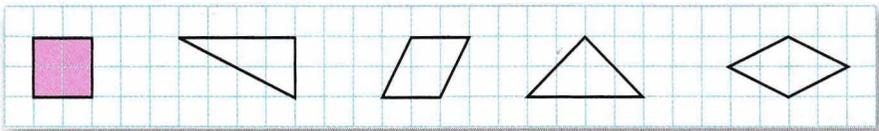


Рис. 12.20

1021 **Рассуждаем** Два одинаковых квадрата расположены так, как показано на рисунке 12.21. Докажите, что сумма площадей синих треугольников равна сумме площадей белых треугольников.

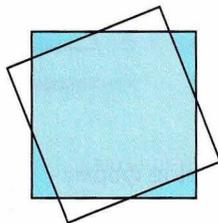


Рис. 12.21

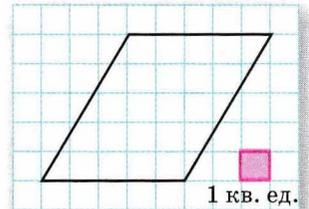


Рис. 12.22

1 кв. ед.

1022 а) Покажите, как параллелограмм, изображённый на рисунке 12.22, можно перекроить в прямоугольник. Чему равна площадь параллелограмма?

б) Вырежьте из бумаги какой-нибудь параллелограмм и перекроите его в прямоугольник. Проведя необходимые измерения, найдите площадь этого параллелограмма.

1023 **Верно или неверно** Пусть площади параллелограммов, изображённых на рисунке 12.23, равны S_1 , S_2 , S_3 соответственно. Какое из утверждений верно?

- 1) $S_1 > S_2 > S_3$. 2) $S_1 > S_2$, $S_2 = S_3$. 3) $S_1 = S_2$, $S_2 < S_3$. 4) $S_1 = S_2 = S_3$.

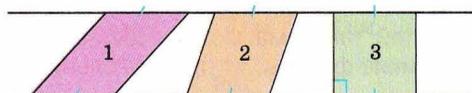
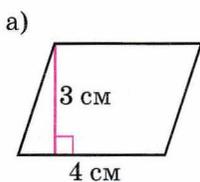
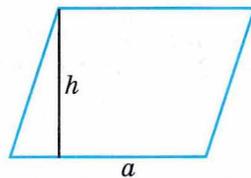
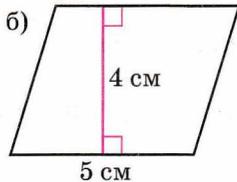


Рис. 12.23

- 1024** ■ РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ ■ 1) Чему равны измерения прямоугольника, в который можно перекроить параллелограмм, изображённый на рисунке 12.24, а, б? Чему равна площадь параллелограмма?
 2) Составьте формулу для вычисления площади S параллелограмма (рис. 12.25).

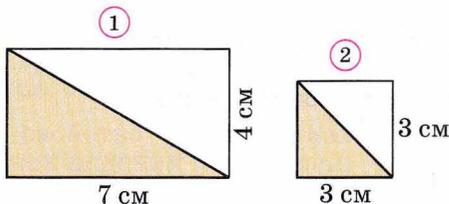


■ Рис. 12.24

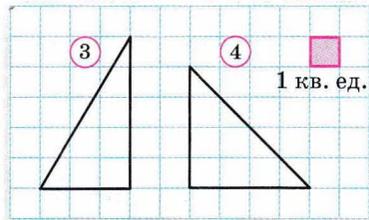


■ Рис. 12.25

- 1025** Чему равна площадь каждого треугольника (рис. 12.26)?
 Указание. Достройте треугольник до прямоугольника.

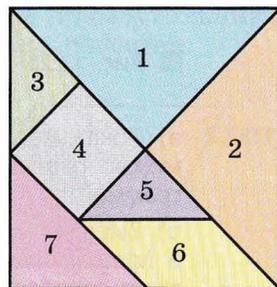


■ Рис. 12.26



- 1026** ■ РАБОТАЕМ С СИМВОЛАМИ ■ Составьте формулу для вычисления площади S прямоугольного треугольника со сторонами, образующими прямой угол, равными a и b (см. рис. 12.26). Вычислите площадь треугольника при: а) $a = 3$ см, $b = 4$ см; б) $a = 4,5$ см, $b = 6$ см.

- 1027** ■ ЭКСПЕРИМЕНТИРУЕМ ■ На рисунке 12.27 изображена древняя китайская головоломка «Танграм».



■ Рис. 12.27

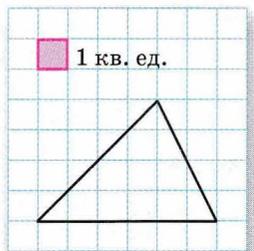
- 1) Вырежьте из бумаги квадрат со стороной 8 см и разрежьте его на фигуры танграма. Назовите все семь фигур. Есть ли среди них равные? Найдите площадь каждой фигуры. Назовите равновеликие фигуры.
- 2) Составьте: а) треугольник из двух, трёх, пяти и семи частей танграма; б) квадрат из двух и трёх частей танграма; в) прямоугольник из трёх, четырёх и семи частей танграма.
- 3) Из каких частей танграма можно составить: а) две равные фигуры; б) две равновеликие фигуры; в) прямоугольник, равновеликий треугольнику 7?

Б

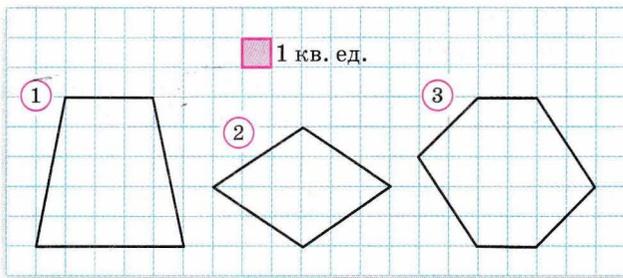
1028 Перечертите треугольник (рис. 12.28) в тетрадь. Чему равна его площадь?

1029 Определите площадь каждого из многоугольников (рис. 12.29).

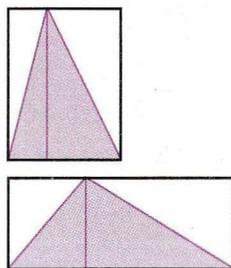
1030 **Анализируем и рассуждаем** Прямоугольники, изображённые на рисунке 12.30, равновелики. Верно ли, что закрашенные треугольники также имеют одинаковые площади?



■ Рис. 12.28



■ Рис. 12.29

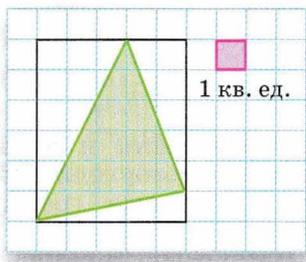


■ Рис. 12.30

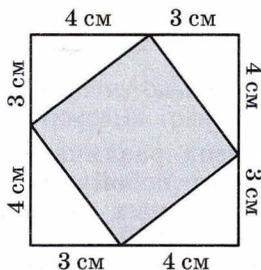
1031 Найдите площадь закрашенного треугольника (рис. 12.31).

1032 а) От квадрата отрезали четыре равных треугольника (рис. 12.32). Найдите площадь оставшейся части. Какой фигурой является закрашенный многоугольник?

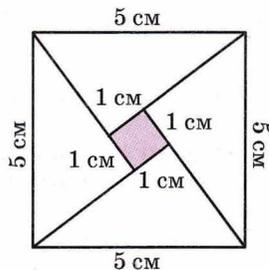
б) От квадрата отрезали четыре равных треугольника (рис. 12.33). Чему равна площадь каждого из треугольников?



■ Рис. 12.31



■ Рис. 12.32



■ Рис. 12.33

П

1033 Найдите значение выражения:

а) $3,3 : (-11) + (-2,5) : 5$; б) $(-1) : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{5}\right)$.

1034 Отметьте на координатной прямой числа -2 , $1\frac{1}{3}$, $0,25$, $-0,5$, $-\frac{2}{3}$.

1035 Решите уравнение: а) $1 - 0,2x = 2,6$; б) $3 - (x + 1,9) = -1,1$.

1036 Найдите $|a|$, если $a = \frac{7}{8}$; $a = -1,2$; $a = -\frac{1}{9}$.

1037 Петя задумал число, прибавил к нему 1, результат разделил на 25 и из результата вычел 4, после чего получил 0. Какое число задумал Петя?

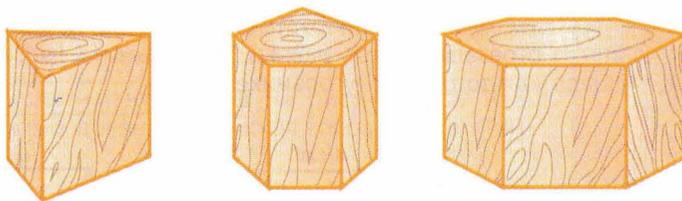
1038 Масса чемодана больше массы сумки в 1,5 раза, а вместе они весят 20 кг. Чему равны масса сумки и масса чемодана?

1039 Клюква содержит 6% сахара, а брусника — 9%. Сколько граммов сахара содержится в 80 г тех и других ягод? Ответ округлите до единиц.

1040 Играя в компьютерную игру, Ваня сыграл a партий, из них b партий он выиграл. Составьте выражение для вычисления процента выигранных партий. Определите процент выигранных Ваней партий, если $a = 125$, $b = 17$.

12.3 Призма

В этом пункте вы познакомитесь ещё с одним семейством многогранников — **призмами**. Название «призма» произошло от греческого слова *πρισμα*, которое можно перевести как «обрезок». Посмотрите на рисунок 12.34: на нём изображены различные призмы.



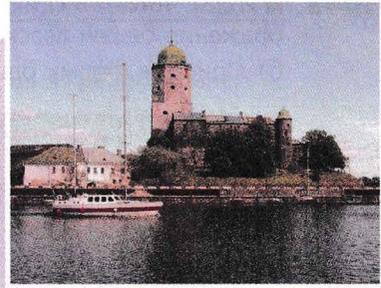
■ Рис. 12.34

Среди граней призмы различают *боковые грани* и *основания*. Основания представляют собой два равных многоугольника, расположенные в параллельных плоскостях, боковые грани призмы — прямоугольники.

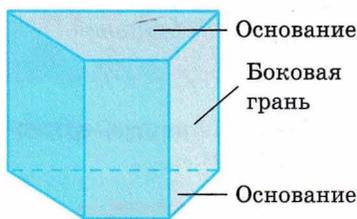
Называют призму по её основаниям. Например, призма, изображённая на рисунке 12.35, четырёхугольная, её основания — четырёхугольники.

С одной из четырёхугольных призм вы уже достаточно хорошо знакомы — это параллелепипед (рис. 12.36). Точнее, его называют прямоугольным параллелепипедом: все его грани — прямоугольники.

Призмы часто использовались зодчими при возведении замков, башен, церквей. Посмотрите на фото. На нём вы видите башню рыцарского замка, расположенного в городе Выборге. Нижняя часть башни — это куб, а средняя её часть — восьмиугольная призма, «вырезанная» из точно такого же куба.



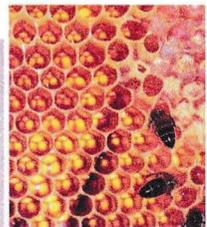
Выборгский замок, XIII в.



■ Рис. 12.35



■ Рис. 12.36



Пчелиные соты

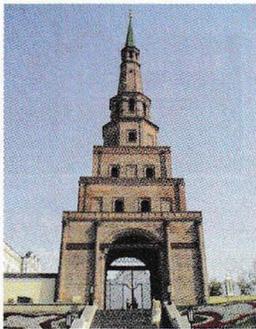
Но самый выдающийся зодчий — это сама природа. Если вы когда-нибудь видели пчелиные соты, то, возможно, заметили, что каждая ячейка — это шестиугольная призма, в основании которой — правильный шестиугольник. И это не случайно. Как доказали математики, такая конструкция очень экономична и прочна. Пчёлы же «дошли» до этого «своим умом».

- Назовите каждую из призм (см. рис. 12.34).
- Найдите предметы, имеющие форму призм.

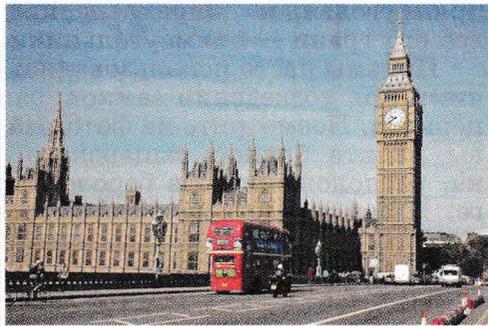
А

- 1041** ■ **Наблюдаем** ■ а) Сколько у пятиугольной призмы боковых рёбер? всего рёбер? Сколько у неё боковых граней? всего граней? Сколько у этой призмы вершин?
- б) Ответьте на те же вопросы для шестиугольной призмы.
- 1042** Сколько потребуется проволоки, чтобы изготовить каркасную модель:
- а) треугольной призмы, все рёбра которой равны по 10 см;
- б) пятиугольной призмы, боковые рёбра которой равны по 8 см, а все рёбра основания равны по 5 см?

- 1043** ■ ИЩЕМ ИНФОРМАЦИЮ ■ а) Найдите в литературе или в Интернете изображения башен Московского Кремля и опишите их форму.
 б) Опишите форму башен, изображённых на фотографиях.

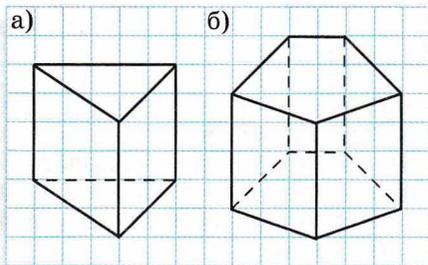


Башня Сююмбике,
Казань

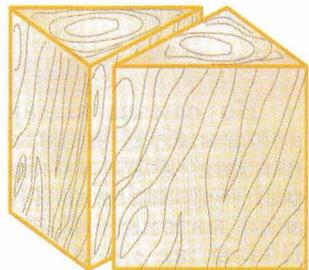


Башня Елизаветы, Великобритания,
Лондон

- 1044** Скопируйте призму в тетрадь (рис. 12.37, а, б). Закрасьте видимые боковые грани одним цветом, а видимое основание другим.



■ Рис. 12.37

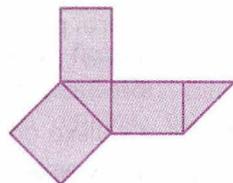


■ Рис. 12.38

- 1045** а) Куб распилили, как показано на рисунке 12.38. Какие при этом получились многогранники?
 б) Нарисуйте пятиугольную призму (например, как на рисунке 12.37, б). Покажите, как можно распилить её на треугольные призмы.

- 1046** На рисунке 12.39 изображена развёртка треугольной призмы, основанием которой является прямоугольный равнобедренный треугольник. Перенесите развёртку на лист плотной бумаги, увеличив каждый отрезок в 5 раз. Склейте призму из получившейся развёртки.

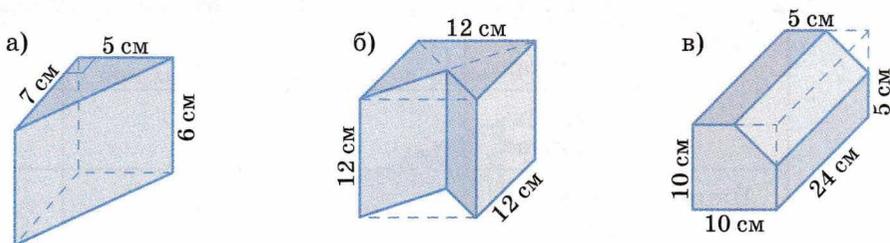
Указание. Не забудьте оставить полосы бумаги для склеивания развёртки.



■ Рис. 12.39

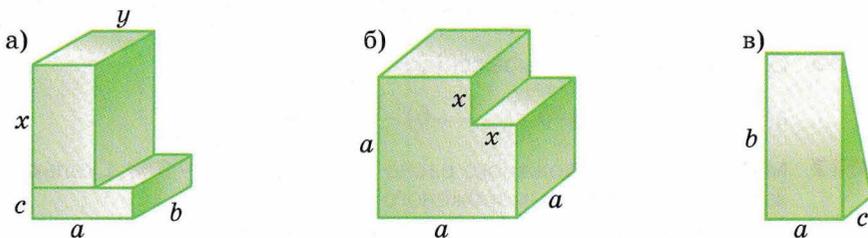
Б

- 1047** ■ **Ищем закономерность** ■ Сколько вершин, рёбер, граней:
 а) у семиугольной призмы; б) у десятиугольной призмы;
 в) у n -угольной призмы?
- 1048** ■ **Анализируем** ■ а) У призмы 2000 вершин. Сколько вершин в каждом основании этой призмы? Назовите эту призму. Существует ли призма, у которой 2001 вершина?
 б) У призмы 33 рёбра. Какая это призма? Существует ли призма, у которой 100 рёбер?
 в) У призмы 22 грани. Какая это призма? Существует ли призма, у которой 23 грани?
 г) Сумма числа вершин и рёбер призмы равна 25. Какая это призма?
- 1049** ■ **Рассуждаем** ■ Известно, что многогранник является либо пирамидой, либо призмой. Что это за многогранник, если у него: а) 13 вершин; б) 15 рёбер?
- 1050** Найдите объём многогранника (рис. 12.40, а–в).



■ Рис. 12.40

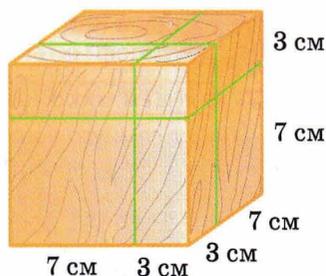
- 1051** ■ **Работаем с символами** ■ Запишите формулу для вычисления объёма V многогранника (рис. 12.41, а–в).



■ Рис. 12.41

1052 Основанием параллелепипеда является квадрат. Боковое ребро параллелепипеда равно a см, ребро основания равно b см. Запишите формулу для вычисления длины l проволоки, которая потребуется на изготовление его каркаса.

1053 ■ **Наблюдаем и анализируем** ■ Куб с ребром 10 см распилили на части тремя плоскостями, параллельными его граням, так, как показано на рисунке 12.42. На сколько частей разрезали куб? Найдите объёмы наибольшей и наименьшей получившихся частей.



■ Рис. 12.42

1054 ■ **Исследуем** ■ Пусть в многограннике B – число вершин, P – число рёбер и Γ – число граней. Число $B - P + \Gamma$ называют *эйлеровой характеристикой* по имени великого математика Леонарда Эйлера. Убедитесь, что для всех многогранников в таблице это число равно 2, т. е. $B - P + \Gamma = 2$.

Многогранник		Число вершин (B)	Число рёбер (P)	Число граней (Г)	$B - P + \Gamma$
Призма	треугольная				
	четырёхугольная				
Пирамида	пятиугольная				
	восьмиугольная				

П

1055 Вычислите значение степени: а) $(-0,1)^5$; б) $(-0,8)^3$; в) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$.

1056 Сравните значения выражений:

а) $-5 \cdot (-0,8)$ и $8 \cdot 0,5$; б) $\frac{1}{5} - \frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5} : \left(-\frac{1}{4}\right)$.

1057 Масса порции мороженого равна 70 г, жирность – 8%. Сколько граммов жира в этой порции мороженого?

1058 По дисконтной карте предоставляется скидка 3%. Скидка на купленный кухонный гарнитур составила 360 р. Сколько стоил этот гарнитур без скидки?

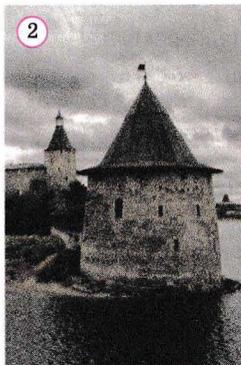
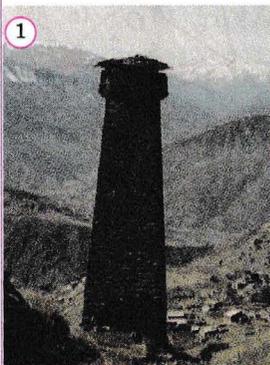
Чему вы научились

Обязательные умения

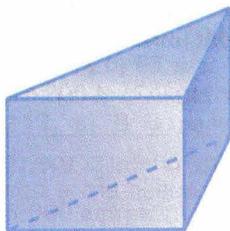
Умею распознавать на чертежах, рисунках, находить в окружающем мире:

- призмы;
- параллелограммы.

1. На каком из рисунков башня имеет форму призмы?

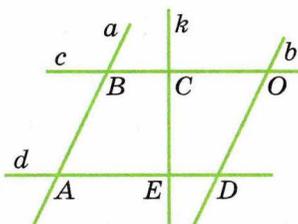


2. Назовите призму, изображённую на рисунке.



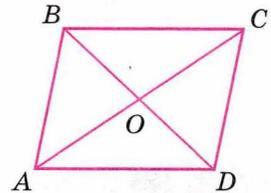
3. На рисунке $a \parallel b$, $c \parallel d$, $k \perp b$. Какой из четырёхугольников является параллелограммом:

- $ABCE$;
- $CODE$;
- $ABOD$?



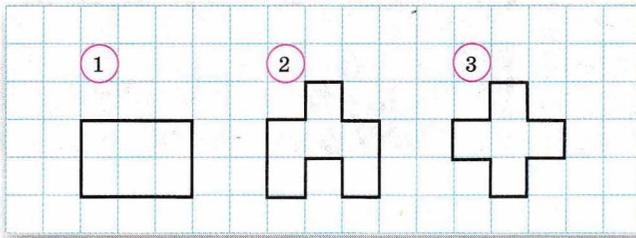
Знаю виды параллелограммов, свойства параллелограммов.

4. Какие из данных четырёхугольников не являются параллелограммами?
1) Квадрат. 2) Прямоугольник. 3) Ромб. 4) Трапеция.
5. Что больше: периметр параллелограмма со сторонами 3 см и 5 см или периметр ромба со стороной 4 см?
6. $ABCD$ – параллелограмм. Какое из утверждений неверно?
1) $AB \parallel CD$.
2) $\triangle ABO = \triangle COD$.
3) AC – ось симметрии параллелограмма.
4) $\angle ABC = \angle ADC$.



Знаю, какие фигуры называют равновеликими.

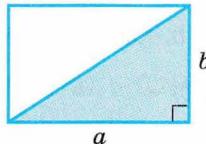
7. Какие из данных фигур равновелики?



8. Заданы стороны прямоугольников. Какой из них равновелик квадрату со стороной 8 см?
1) 4 см и 8 см. 2) 8 см и 2 см. 3) 4 см и 16 см. 4) 5 см и 3 см.

Умею находить площадь прямоугольного треугольника; знаю, как найти площадь параллелограмма, перекраивая его в прямоугольник.

9. Чему равна площадь треугольника, если $a = 12$ см, $b = 8$ см?



10. Прямоугольник со сторонами 3 см и 6 см разрезали по диагонали. Чему равна площадь каждого из получившихся треугольников?
11. Параллелограмм перекроили в прямоугольник со сторонами 5 см и 4,2 см. Чему равна площадь параллелограмма?

Могу выполнить ещё другие задания (укажите несколько номеров).

Ответы

Глава 1

- 10.** а) $\frac{3}{2}$; б) $\frac{4}{3}$. **17.** ж) $1\frac{17}{100}$; з) $\frac{1}{18}$; и) $\frac{1}{36}$; к) $1\frac{3}{20}$. **24.** а) $\frac{21}{32}$; б) $\frac{16}{17}$;
 в) $\frac{1}{9}$; г) $2\frac{5}{8}$; д) $\frac{1}{7}$; е) $\frac{5}{17}$. **25.** а) 45; б) $1\frac{1}{45}$; в) $9\frac{1}{4}$; г) $\frac{3}{5}$. **26.** а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{12}$.
27. б) $13\frac{3}{5}$ дм. **30.** в) $11\frac{4}{7}$; г) $12\frac{3}{8}$. **31.** а) $1\frac{1}{2}$; б) $6\frac{1}{70}$. **32.** За 6 дней. **33.** За 28 ч.
46. д) $\frac{7}{1000}$; е) $\frac{1}{2}$. **50.** а) 0; б) $2\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{11}$. **51.** а) $\frac{3}{40}$; б) $\frac{5}{21}$; в) $\frac{8}{33}$. **52.** а) 3;
 б) $2\frac{1}{11}$; в) $4\frac{2}{3}$; г) $3\frac{2}{3}$. **59.** а) 1 м 50 см; б) 4 ч. **61.** а) 72 см; б) 16 м.
62. а) 48 л; б) 450 кг. **63.** Ответ 3. **68.** а) 84 мин и 42 мин; б) на 1 ч 10 мин.
72. а) 18 страниц; б) 30 квартир. **74.** а) 96 листов; б) 120 р. **75.** а) 180 листов;
 б) 14 кг; $\frac{1}{7}$ всего урожая. **79.** а) В $1\frac{1}{2}$ раза; б) в $3\frac{2}{3}$ раза.
80. $\frac{3}{7}$; в $2\frac{1}{3}$ раза. **81.** а) $\frac{1}{18}$; б) $3\frac{2}{3}$; в) $2\frac{1}{2}$; г) $1\frac{1}{12}$. **82.** а) Всего 6 вариантов;
 б) всего 9 способов. **83.** 18 см; 26 см. **103.** а) 15 000 человек; б) 400 р.
104. а) 30 тыс. книг и 4 тыс. книг; б) 63 м и 108 м. **107.** б) 1) На 248 человек;
 2) 868 учащихся. **108.** а) 151 200 р.; б) за 240 р., за 176 р. **112.** 360 р.
113. 60 км. **116.** В 2 раза. **117.** а) В 3 раза; б) на 50%. **118.** В 4 раза;
 640 штук. **121.** $\frac{9}{80}$. **122.** б) 750 р. **123.** а) Всего 9 чисел; б) всего 6 чисел.
128. в) 60 человек. **129.** г) 20 000 единиц. **134.** 320 учащихся. **135.** а) Всего
 12 чисел; б) всего 9 чисел. **136.** Две верхние части: 225 см^3 и 450 см^3 , две
 нижние части: 900 см^3 и 1800 см^3 .

Глава 2

- 137.** а) $\angle 2 = \angle 4 = 151^\circ$, $\angle 3 = \angle 1 = 29^\circ$. **142.** Утверждения 1, 3, 4 верные,
 утверждение 2 неверное. **143.** Два угла по 106° и два угла по 74° .
147. а) $4\frac{1}{3}$; б) $2\frac{29}{30}$; в) $3\frac{1}{3}$; г) 5. **148.** 15%. **149.** 1200 м^3 . **155.** AB и CD , BC
 и AD , AC и BD . **157.** Утверждения 1–3 верные; $\angle 6 = \angle 5 = \angle 1 = 45^\circ$;
 $\angle 7 = \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$; $\angle 8 = \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 135^\circ$. **162.** а) $1\frac{1}{3}$;
 б) $1\frac{7}{36}$. **163.** 187 растений. **164.** 19 200 р. **172.** а) 2 см или 8 см.

175. Пересекает отрезки CD и BD . **178.** а) 8; б) $\frac{4}{5}$. **179.** 200 мл вишневого и 100 мл лимонного сока. **180.** 200 р.

Глава 3

189. а) 0,02; 0,05; 0,14; 0,17; б) 2,31; 2,36; 2,43; 2,47. **190.** а) 3,47; б) 40,4; в) 20,301; г) 0,555; д) 0,1101; е) 0,06606. **193.** 1) В точке 3,2; в точке 5. 2) Через 12 шагов. 3) Нет. **194.** Всего можно записать 18 десятичных дробей: 6 дробей, составленных из двух каких-либо цифр, и 12 дробей, составленных из трёх цифр (из них 6 с одним десятичным знаком и 6 с двумя десятичными знаками). **195.** 1) $\frac{2}{3}$ мин, $\frac{1}{4}$ мин; 2) 5 мин, 45 мин, 50 мин.

198. в) 0,01; 0,001; 0,00001. **202.** Неверные равенства: 1), 4), 5). **205.** б) 0,001; 0,000001; 0,000000001. **210.** 840 р. и 360 р. **213.** а) 0,125; 0,375; 0,625; 0,875; б) 0,005; 0,015; 0,105; в) 0,008; 0,032; 0,088. **215.** а) 0,3; б) 0,6; в) 0,07; г) 0,2; д) 0,25; е) 0,75; ж) 0,4; з) 0,45; и) 2,6; к) 1,08. **216.** $\frac{6}{24}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{36}{48}$. **218.** а) 1,2 ч; б) 2,5 ч; в) 10,75 ч; г) $1\frac{2}{3}$ ч;

д) $3\frac{5}{6}$ ч; е) 2,8 ч. **221.** а) $1\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{3}{10}$; г) $1\frac{2}{5}$; д) 0,03; е) 15. **222.** Во второй раз; на 32 р. **231.** а) Уменьшаются; б) уменьшаются; в) увеличиваются. **233.** а) $\frac{1}{3} < 0,5$; б) $\frac{1}{7} < 0,4$; в) $0,75 < \frac{4}{5}$; г) $0,25 = \frac{1}{4}$; д) $\frac{4}{9} > 0,4$; е) $\frac{1}{25} > 0,03$.

235. а) Да; да; нет; б) да; да; да; в) 4; 3. **236.** а) 9; б) 0; в) 8; 9; г) 0; 1; 2.

237. а) $0,7 < \frac{37}{50} < \frac{3}{4}$; б) $0,125 < 0,13 < \frac{29}{200}$. **238.** а) Можно вычеркнуть

цифры 3, 0 и 1. б) Можно вычеркнуть цифры 7, 4, 8, 5 и 2. **239.** Подсказка.

а) Рассмотрите два случая: 1) обе последние цифры — нули; 2) хотя бы одна из последних цифр не нуль. б) Рассмотрите случаи, когда нуль стоял в конце десятичной дроби и не в конце. **240.** 255 р.; 1870 р. **241.** 90—120 р.

242. а) 0,006; б) 0,028; в) 0,045. **243.** а) 0,5 кг; 0,75 кг; 0,4 кг; 0,625 кг;

б) $\frac{1}{5}$ кг; $\frac{3}{5}$ кг; $\frac{1}{4}$ кг; $\frac{3}{8}$ кг.

Глава 4

246. е) 15,403; ж) 124,834; з) 16,34; и) 2,209. **248.** в) 0,28; г) 2,31; д) 0,091; е) 0,8. **250.** г) 0,14; д) 5,29; е) 89,15; ж) 2,955; з) 15,09; и) 1,5. **251.** в) 27,96;

г) 39,08. **253.** а) 30,457; б) 8,497; в) 52,38; г) 17,252. **255.** в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{11}{15}$;

д) $1\frac{7}{15}$; е) $\frac{7}{30}$. **256.** в) 2,11; г) 0,17; д) 1,31; е) 1,03. **257.** а) 12 кг;

б) 2,8 кг. **259.** а) 8 кг и 10,5 кг; б) 6 л и 9,4 л. **267.** 1,3 км. **268.** На 8 га.

269. 20,5 г, 9,4 г и 15,7 г. **272.** а) 66 кг; б) 125 газет; в) 0,4. **275.** б) 40 700;

д) 10 200 000; и) 785 000 000. **279.** в) 356 мл; 12 мл; 1250 мл; 100 мл; 800 мл.

280. в) 2,56 л; 0,35 л; 0,0028 л; 0,00005 л. **288.** а) 4 кг 200 г; б) 2 км 650 м.

290. в) 9,68; г) 22,4; д) 4; е) 6. 293. б) 15,9; д) 6,283; з) 10,414; и) 0,329; к) 0,10315; л) 0,0556; м) 0,0246. 297. г) 154,33; д) 45,3; е) 33. 300. а) 1,15 км; б) 1,5 км. 302. г) $\frac{5}{6}$; д) 1,5. 303. а) 1,632; б) 12,096; в) 158; г) 4,96; д) 43,86; е) 4,169. 304. а) 2,31; б) 0,09; в) 1,28; г) 2,56; д) 6; е) 4. 305. 1) 3,15 млн р.; 2) 0,9 млн р.; 3) 0,45 млн р. 306. а) 10,5 м; б) 1,5 ч. 307. а) 0,35 км; б) 7 км, 8 км, 5 км. 308. а) 0,1078; б) 0,579; в) 100,98; г) 0,00216; д) 0,00528; е) 0,099. 310. а) 11,401; б) 21,94; в) 9,12; г) 6,21. 311. 7,3 км. 312. 6 мин. 313. 0,2 дм. 315. б) 36; г) 7,6. 321. б) 34,1; д) 30,6; ж) 1,23; з) 2,45. 322. б) 0,92; д) 0,51; ж) 0,011; з) 0,023. 323. б) 5,315; д) 0,92; ж) 1,225; з) 11,125. 327. б) Всего 6,75 л. 328. б) 3200; г) 2450; д) 0,49; е) 232; ж) 2,24; з) 250. 329. а) 7,068; б) 0,525; в) 2,05; г) 20,3; д) 142,3; е) 277,5; ж) 0,016; з) 240. 330. а) 20 шагов; б) 8 таблеток. 332. а) 9 кусков; б) 10 бутылок. 334. а) 2,152; б) 0; в) 0,55; г) 0,4. 335. а) 40,18; б) 2,46; в) 27,6; г) 5,2. 336. 7 полотенец. 337. б) 0,5 кг и 0,8 кг. 338. а) 1,05 кг; б) 2,5 кг. 340. а) 30,286; б) 3,9; в) 49,6; г) 1,23. 341. а) 3,8; б) 0,32; в) 17,5; г) 1,01. 342. 450 г. 343. 2,5 км/ч и 4 км/ч. 344. 2,97 кг и 4,29 кг. 345. 8 м², 9,6 м² и 2,4 м². 346. 432 плитки. 347. 2 м. 348. 0,2 га. 349. 40 км. 351. а) 1,5; б) $\frac{2}{3}$. 354. б) $\frac{1}{6}$; г) 10,5. 355. а) $3\frac{1}{3}$; б) 4,9; в) $\frac{5}{9}$; г) 1,4; д) $41\frac{2}{3}$. 357. 303 банки. 359. а) 62,5 км/ч; б) за 0,25 ч, т. е. за 15 мин. 360. 20,4 ц/га. 361. а) 16 км/ч и 16,5 км/ч; б) 62,5 км/ч. 362. а) 31; б) 2; в) $\frac{5}{7}$; г) 0,06. 363. а) $\frac{5}{6}$; б) 5; в) $1\frac{3}{4}$; г) 10. 364. а) 1,5; б) $\frac{7}{12}$; в) 2,37. 365. а) 1; б) 0,25; в) 0,02; г) $\frac{1}{15}$. 372. а) ≈ 31 г; б) ≈ 454 г. 377. ≈ 70 м². 380. г) 0,6; 0,57; 0,571. 381. а) 23,33; б) 0,31; в) 2,33; г) 1,67. 383. а) 0,233 км; б) 1,833 км. 387. 90 пряников. 388. а) 0,006; б) 0,575. 390. 3) 13,5 км, 9 км; через 2,5 ч. 391. 75 км/ч. 393. 10 км, 15 км; через 2,5 ч. 394. 60 км/ч и 50 км/ч. 395. 55 км/ч и 15 км/ч. 396. а) 4,25 ч; б) на 0,5 ч. 397. а) 150 км; б) 42 км. 398. 2) За 2,4 мин. 399. 13,5 км. 400. 600 м. 401. Через 3,5 ч и через 5,5 ч. 402. Через 2 ч и через 3 ч. 403. 3 км/ч и 18 км/ч.

Глава 5

410. 12 см. 412. Когда прямая k пройдёт через центр окружности. 413. Бесконечно много; на двух прямых, параллельных данной прямой и расположенных от неё на расстоянии 3 см. 414. На прямой, проходящей через точку M перпендикулярно данной прямой. 417. 1) 22,1; 2) 85,6; 3) 10,6. 418. 1) Не должен, так как масса покупки меньше 5 кг. 2) Красного цвета — 200 г, синего — 800 г, коричневого — 300 г. 426. 50 мм. 427. а) 1,5; б) $\frac{1}{7}$. 428. в) 1,9; г) $\frac{1}{3}$. 429. Успеют. 430. Во второй день в 1,5 раза. Лишние даные — 3 т. 434. 2) а) Нельзя; б) можно; в) нельзя. 438. Два треугольника со

сторонами 2 см, 5 см, 6 см и 3 см, 5 см, 6 см. **439.** а) 4,8; б) $\frac{15}{17}$. **440.** 0,8. **441.** 8,4 м. **442.** 0,4 ч. **445.** Рисунок *в*. **448.** Куб с ребром 8 см. **449.** 64 шара; 8 шаров. **450.** 2) 65 мм; 195 мм. **451.** 10 ядер. **455.** а) 16; б) 0,6. **456.** 60 кг. **457.** Велосипедист; на 15 мин.

Глава 6

468. а) 4; б) $\frac{1}{7}$; в) 0,7; г) 12,5. **469.** а) $\frac{1}{60}$; в) 4,5. **473.** а) Результат Бориса; б) во второй банке. **474.** а) 1 : 1 000 000; б) 1 : 2500. **475.** 1) 15 м; 120 м; 2) 2 см; 35 см; нельзя, так как оно должно быть равно 0,5 мм. **477.** б) 5 : 3; в) 5 : 2. **482.** За 0,4 ч. **483.** 15 см. **485.** а) 4,02; б) 8,51. **486.** 250 г шиповника и 350 г боярышника. **487.** 7 см. **488.** 6,3 см. **490.** 40 мин и 50 мин. **491.** 880 г. **496.** $\frac{5}{9}$ — мальчики; $\frac{4}{9}$ — девочки. **497.** Ответ 2. **499.** а) 28,8 м²; б) 12,8 м². **500.** 44 куска мела. **501.** 10 карандашей и 18 карандашей. **502.** 30 лет, 35 лет и 10 лет. **503.** 50 чижей, 40 ужей и 20 ежей. **504.** а) $\frac{2}{3}$; б) 0,25. **505.** По 3,6 т; осталось 10,8 т. **510.** а) 22 л; б) 204 м. **512.** 12 раз, 27 раз, 3 раза, 15 раз. **514.** а) Эстонии, в 1,3 раза; б) США, в 2,1 раза. **516.** а) 143 см; б) 800 заявлений. **518.** а) 5450 р.; б) 1265 р. **519.** а) 138 р.; б) 17 р. **522.** 220 р. **523.** 36 девочек и 44 мальчика. **524.** 20 748 справочников. **526.** а) 200 лампочек; б) 300 учащихся. **529.** а) 400; б) 0,3. **530.** В первом случае. **532.** На рисунке ③. **541.** а) 52% и 48%; б) 23%; 77%. **542.** а) 60%; б) 10%. **543.** а) 108%; б) 120%. **544.** а) На 3%; б) на 12%. **545.** а) На 20%; б) на 4%. **550.** а) 80% — какао и 20% — сахар; б) железо — 89%, олово — 5%, цинк — 6%. **551.** а) На 20%; б) на 25%. **552.** б) «Авиация» — 30%, «Автомобили» — 70%. **554.** 1) 1095 городов. 2) Малые города — 70%, средние — 14%, крупные — 12%, крупнейшие — 2%, города-миллионеры — 1%. **555.** а) 8 кусков; б) 7 кусков. **557.** 25 см; 8,4 м.

Глава 7

560. а), б) Нет. **569.** а) Одну; б) две. **570.** 4 перегибания. **572.** 0,412. **573.** На третьем участке. **574.** Картофеля; в $2\frac{2}{9}$ раза. **575.** 91%. **577.** а), б) — неверно; в), г) — верно. **582.** 3) 120°. **583.** Шесть. **584.** 3, 4, 5, 6, 9, 10, *п*. **585.** 1 и 4. **588.** Третьи вершины треугольников лежат на оси симметрии этих треугольников. **592.** Девять. **593.** 4,68. **594.** 4,5 м. **595.** Масса яблока 0,405 г, масса груши 0,22 г. **596.** а) 900; б) 1440. **603.** Фигура ① — центр симметрии, фигура ② — оси симметрии. **604.** 1), 2) — верно. **611.** а), б) — верно. **612.** Провести прямую через данную точку и центр симметрии фигуры. **613.** Первый кубик надо положить в центр симметрии стола, а в каждый из последующих ходов класть кубик симметрично от-

носителем центра тому кубу, который положил другой игрок.
614. а) $3\frac{1}{3}$; б) 0,5. **615.** 2,1 км; 3 км. **616.** $42\frac{2}{3}$ м и $21\frac{1}{3}$ м. **617.** В 3,5 раза;
 лишние данные — 18 школьников.

Глава 8

621. а) $7a$; $5c$; $6a + 2c$; $ax + cy$. **625.** $n(n + 1)$; $n + (n + 1)$. **626.** в) $(n - 2) \times$
 $\times (n - 1)n(n + 1)(n + 2)$. **631.** 60%. **632.** 24 р. **633.** г) $\frac{2}{3}$; 1; 6; $6\frac{2}{3}$. **634.** в) 0;
 г) $\frac{7}{12}$. **638.** 10; 20; 25. **644.** 1) $0,1x + 7$ р.; 2) $(0,1x + 7)n$ р.; 3) $0,1xm +$
 $+ (0,1x + 7)n$ р. **646.** $a - cn$ р. **647.** 75%; 20%; 5% учащихся школы.
648. 75% шестиклассников. **651.** а) $2a + 4x$. **652.** 1) 36 дм^2 . **655.** 3) $c =$
 $= P - a - b$ или $c = P - (a + b)$. **658.** 1) $c = 100n + 20$. **659.** 1) $T = 0,13C$.
 2) 1040 р.; 1625 р. **660.** а) $P = 2x + 2y$ или $P = 2(x + y)$; б) $P = 2x + 2y + 2a$
 или $P = 2(x + y + a)$. **661.** 2) $a = \frac{P - 2b}{2}$ или $a = \frac{P}{2} - b$. **662.** 2) $a = \frac{V}{bc}$.
663. $L = 2x + 2y - 5,5$ или $L = 2(x + y) - 5,5$; 154,5 м. **664.** 1) $P = 25a - 25c$ или
 $P = 25(a - c)$. **667.** 210 р. **669.** б) ≈ 47 см; ≈ 31 м. **671.** б) $\approx 113 \text{ см}^3$;
 $\approx 4 \text{ м}^3$. **673.** ≈ 40 тыс. км. **676.** 1) а) 15,7 см; б) 1,6 см; в) 6,3 см.
 2) а) $39,3 \text{ см}^2$; б) $0,8 \text{ см}^2$; в) $9,4 \text{ см}^2$. **677.** 260 м; 4460 м^2 . **679.** $\approx 344 \text{ см}^2$.
683. В 2 раза; на 100%. **684.** 450 р. **689.** б) $10(x + 15) = 200$, где x — неиз-
 известное число; 5. **691.** а) $2x + 6 = 30$, где x — первоначальная цена; 12 р.
692. а) 8; б) 7,5. **693.** в) $a = 5,9$; г) $b = 8,5$. **694.** в) $x = 15$; г) $x = 4$.
695. а) 150 м^2 и 50 м^2 ; б) 12 см и 24 см. **696.** б) 37 и 22. **699.** а) $3x - x = 8$, где
 x — возраст Юли; б) $(x + 1) + (x + 5) = 20$, где x — возраст Серёжи.
700. а) $2x - 7 = x + 3$, где x — количество бензина во втором баке;
 б) $3x - 30 = x + 30$, где x — число детей во втором детском саду. **701.** 630
 правильных ответов. **702.** 300 р. **703.** 600 учащихся.

Глава 9

719. а) 1; б) -2; в) -8; г) 5; д) 3; е) -3. **720.** а) 6; б) 3,5; в) 5.
730. а) -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1; б) -11, -10; в) -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10;
 г) -16, -17, -18, -19, -20, -21, -22, -23, -24. **734.** а) 7; б) 14; в) 39;
 г) 109. **736.** 12 кг. **737.** 220 г. **738.** 2) Одну может, две нет. **743.** а) 9; б) -5;
 в) -19; г) -47. **747.** а) -15; б) -7; в) -26; г) -100; д) 60; е) 0; ж) -50;
 з) -16. **749.** а) -5; б) -3; в) -20; г) -39; д) 8; е) -15. **750.** а) 8; б) -9.
751. а) -3; б) 6. **752.** а) -15; 0; 17; 35; 50; 70; б) 1; 0; -5; 2. **753.** а) 11;
 б) -11; в) 4; г) 2; д) 30; е) 10. **754.** а) -15; б) -25; в) 56; г) -51. **755.** а) 0; б) 2210;
 в) -555. **765.** а) -75; б) -556; в) -106; г) 292; д) -662; е) -211. **766.** а) 11;
 б) 30; в) 31; г) -29. **767.** а) -20; б) -8; в) -2; г) 0; д) -6; е) -21. **768.** а) -4; 8;
 б) -5; 0; в) -3; г) 10. **771.** а) -6; б) -14; в) -4; г) -4; д) 6; е) -47.
772. а) 20; б) -7; в) -21; г) -100. **773.** а) 9; б) 0. **778.** а) 14 см; б) 23 см;
 в) 28 см; г) 19 см. **789.** -20, -30, 40. **790.** а) -1; б) 0; в) -1; г) -1; д) -7;

е) -1 ; ж) 0 ; з) 1 . **791.** а) -7 ; б) 2 ; в) -8 ; г) 5 . **792.** а) 59 ; б) -91 ; в) 8 ; г) -1 ; д) 6 ; е) -3 ; ж) 1 ; з) 18 ; и) -2 . **793.** а) 16 ; б) -8 ; в) 0 ; г) -6 . **797.** а) -45 ; б) -405 ; в) -155 . **798.** $S = ab - xy$; 19 см^2 .

Глава 10

804. а) Бесконечным; б) конечным; в) бесконечным; г) конечным.
812. $A \subset C$. **813.** 1) Может; возможны варианты $B \subset C$ и $C \subset B$.
 2) Может. **814.** 8 подмножеств. **815.** а) 140 ; б) 72 . **817.** а) 8 см ; б) 2 см .
822. а) Наибольший элемент — число 6 ; наибольший общий делитель чисел 18 и 24 ; б) наименьший элемент — число 12 ; наименьшее общее кратное чисел 4 и 6 . **823.** а) Множество чисел, кратных 10 ; б) множество натуральных чисел, оканчивающихся цифрой 5 ; в) множество чисел, кратных 4 ; г) множество чисел, кратных 3 . **826.** 1) $A \cap \emptyset = \emptyset$; $A \cup \emptyset = A$.
 2) Свойство нуля при умножении и свойство нуля при сложении: $a \cdot 0 = 0$; $a + 0 = a$. **827.** а) $A \subset (A \cup B)$; б) $(A \cap B) \subset A$. **830.** а) 20 ; б) -78 .
831. $A(-5)$, $C(1)$. **832.** а) 17 см и 3 см ; б) 2 см и 8 см . **833.** 10 человек. **834.** 4 мальчика; в этом случае и тем и другим занимаются 5 человек. **835.** У 71 семьи. **837.** 7 человек. **838.** Нет. **839.** а) 16 ; б) 20 .
846. 10 отрезков. **847.** 1) 10 ; 2) 20 . **848.** 1) 15 ; 2) 5 . **849.** 1) 10 способами; 2) 4 способа; 3) 3 способами. **850.** 16 . **851.** 6 способами. **853.** 8 способами. **854.** 8 . **855.** 12 словарей. **856.** 14 . **859.** 3) а) 17 см ; б) 16 см .

Глава 11

881. $(t - 5)^\circ$; -7° ; $+3^\circ$; -13° . **883.** 10 способами. **896.** а) 10 ; б) 45 ; в) 30 ; г) 12 . **906.** а) Верно; б) неверно, $|0| = -|0|$. **907.** а) Верно; б) неверно.
909. а) $x = 2$; б) $x = 7,5$. **911.** а) 20 см ; б) 10 см ; в) 16 см . **914.** а) $-7,5$; б) $-8\frac{1}{2}$.
917. а) $6,6$; б) $-2\frac{1}{2}$; в) 3 . **921.** а) $3\frac{2}{5}$; б) $0,19$; в) $-20,4$; г) $\frac{3}{4}$.
924. а) $-1,2$; б) $2,4$; в) -1 ; г) $-1\frac{3}{5}$. **925.** Перерасход $1,9 \text{ р}$. **929.** а) 6 ; б) 210 ;
 в) $\frac{5}{9}$. **930.** а) -5 ; $-21,2$; -3 ; б) -30 ; $-4,5$; $-\frac{7}{8}$; в) -30 ; 11 ; $-1,6$; $1\frac{2}{3}$; г) 24 ;
 $0,8$; $-1,2$. **931.** а) $-2,5$; б) $-\frac{1}{4}$; в) 37 ; г) $-\frac{1}{3}$. **933.** б) $-(-10)^2 > (-10)^3$;
 в) $-0,3 < -0,5^2$; г) $(-0,1)^4 > (-0,1)^3$. **936.** а) $-1,5$; б) -38 ; в) 41 ; г) 50 ;
 д) $-15,3$; е) 0 . **940.** а) 4 ; б) -32 ; в) $2,4$; г) $10,2$. **941.** а) $-1,5$; б) $-\frac{5}{9}$;
 в) $-9\frac{5}{6}$; г) $6\frac{1}{4}$. **942.** а) 5 ; б) $-2,5$; в) $2,1$; г) -9 . **943.** б) 18° . **944.** а) 1 кг 945 г ;
 б) $1,5 \text{ л}$. **946.** а) $-1,9$; б) $-3,6$; в) $-14,8$; г) 1 ; д) $-4,4$; е) $6,13$.

949. а) 0,5; б) 4; в) -110; г) -4. **958.** 3) $-(12 - 14 + 5 - 10) = -12 + 14 - 5 + 10$. **962.** 6 способами. **970.** а) 5,5; б) $\frac{1}{6}$; в) 7,9; г) $\frac{5}{8}$. **974.** 8 кодов. **992.** Цифру 1 — 21 раз, цифру 2 — 20 раз, цифру 0 — 11 раз.

Глава 12

1000. а) 30,2 см; б) 34 см. **1004.** 9 см, 60° . **1008.** 5 ромбов и 9 параллелограммов. **1010.** 1) Квадратов. **1011.** 3) Их сумма равна 180° . **1013.** а) 0,3; б) -70. **1015.** 142 млн человек. **1016.** Через 12 мин. **1017.** 6 юбок. **1018.** 60 грибов. **1022.** а) 25 кв. ед. **1024.** 1) а) 3 см и 4 см, 12 см^2 ; б) 4 см и 5 см, 20 см^2 ; 2) $S = a \cdot h$. **1025.** 1) 14 см^2 ; 2) $4,5 \text{ см}^2$; 3) 7,5 кв. ед.; 4) 8 кв. ед. **1026.** $S = \frac{1}{2}ab$; а) 6 см^2 ; б) $13,5 \text{ см}^2$. **1028.** 12 кв. ед. **1029.** 1) 20 кв. ед.; 2) 12 кв. ед.; 3) 20 кв. ед. **1030.** Верно. **1031.** 13,5 кв. ед. **1032.** а) 25 см^2 ; б) 6 см^2 . **1033.** а) -0,8; б) 30. **1035.** а) $x = -8$; б) $x = 2,2$. **1036.** $\frac{7}{8}$; 1,2; $\frac{1}{9}$. **1037.** 99. **1038.** Масса сумки — 8 кг, масса чемодана — 12 кг. **1039.** В клюкве — 5 г, в бруснике — 7 г. **1040.** $\frac{b}{a} \cdot 100$; 13,6%. **1041.** а) 5 боковых рёбер, всего 15 рёбер; 5 боковых граней, всего 7 граней; 10 вершин. **1042.** а) 90 см; б) 90 см. **1047.** в) $2n$ вершин, $3n$ рёбер, $n + 2$ грани. **1049.** а) 12-угольная пирамида; б) 5-угольная призма. **1050.** а) 105 см^3 ; б) 1296 см^3 ; в) 2100 см^3 . **1051.** а) $V = xyb + acb$; б) $V = a^3 - ax^2$; в) $V = \frac{1}{2}abc$. **1052.** $L = 4a + 8b$. **1053.** 8 частей; 343 см^3 ; 27 см^3 . **1057.** 5,6 г. **1058.** 12 000 р.

Предметный указатель

Буквенное выражение 162

Декартова система координат 254

Деление в данном отношении 128

Десятичная дробь 54

Диаграмма круговая 32

— столбчатая 31

Допустимые значения букв

в выражении 167

Зеркальная симметрия 146

Касательная к окружности 105

Классификация 215

Конус 114

Конуса вершина 115

— высота 115

— основание 115

Концентрические окружности 109

Координатная плоскость 253

Координатные четверти 253

Координаты точки 254

Круги Эйлера 218

Круглые тела 114

Метрическая система мер 59

Множество 208

— бесконечное 209

— конечное 209

— пустое 210

— рациональных чисел 228

— целых чисел 186

Модуль числа 234

Начало координат 253

Неравенство треугольника 112

Объединение множеств 213

Обыкновенная дробь 54

Оси координат 253

Ось абсцисс 253

— ординат 253

Ось симметрии фигуры 149

Отношение 122

Параллелограмм 260

Перебор возможных вариантов 221

Пересечение множеств 213

Подмножество 210

Правила действий с десятичными дробями:

сложение 73

вычитание 73

умножение 81

деление 87

— — с обыкновенными дробями:

сложение 10

вычитание 10

умножение 10

деление 10

— — с рациональными числами:

сложение 238

вычитание 239

умножение 239

деление 240

Правило выражения десятичной дроби в процентах 137

— — процентов десятичной дробью 131

— округления десятичных дробей 95

— сравнения десятичных дробей 66

Правильный многоугольник 150

Призма 270

Призмы боковые грани 270

— основание 270

Признак обратимости обыкновенной дроби в десятичную 63

Процент 23

Прямые параллельные 43

— пересекающиеся 39

— перпендикулярные 40

— скрещивающиеся 44

Разбиение множества на классы 214

Расстояние между двумя точками 47

— — параллельными прямыми 48

— от точки до плоскости 48

— — — до прямой 47

Ромб 261

Свойства параллелограмма 261
Свойство симметричных фигур 145
Сфера 115

Углы вертикальные 39
Уравнение 179
Уравнения корень 180

Фигуры равновеликие 261
— равносоставленные 262
— центрально-симметричные 156
Формула длины окружности
175, 176
— объема параллелепипеда 171
— — шара 176
— периметра прямоугольника 170
— — треугольника 170
— площади круга 176
— — прямоугольника 170
— пути при движении
с постоянной скоростью 171

Центр симметрии фигуры 156
Цилиндр 114
Цилиндра высота 115
— основание 115

Числа отрицательные 185, 228
— положительные 186, 228
— противоположные 185, 228
Числовая подстановка 166
Числовое выражение 166
— значение буквенного выражения
166

Шар 114
Шара большая окружность 114
— диаметр 116
— радиус 116
— центр 116

Элемент множества 209
Эллипс 116, 156

Оглавление

Предисловие	3
-------------------	---

Глава 1. Дроби и проценты



1.1. Что мы знаем о дробях	5
1.2. Вычисления с дробями	10
1.3. «Многоэтажные» дроби	14
1.4. Основные задачи на дроби	17
1.5. Что такое процент	23
1.6. Столбчатые и круговые диаграммы	31
Чему вы научились	37

Глава 2. Прямые на плоскости и в пространстве



2.1. Пересекающиеся прямые	39
2.2. Параллельные прямые	43
2.3. Расстояние	47
Чему вы научились	51

Глава 3. Десятичные дроби



3.1. Десятичная запись дробей	53
3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер	59
3.3. Перевод обыкновенной дроби в десятичную	62
3.4. Сравнение десятичных дробей	65
Чему вы научились	70

Глава 4. Действия с десятичными дробями



4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей	72
4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000,	77
4.3. Умножение десятичных дробей	81
4.4. Деление десятичных дробей	86
4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)	91
4.6. Округление десятичных дробей	94
4.7. Задачи на движение	99
Чему вы научились	103

Глава 5. Окружность



5.1. Окружность и прямая	105
5.2. Две окружности на плоскости	108
5.3. Построение треугольника	111
5.4. Круглые тела	114
Чему вы научились	120

Глава 6. Отношения и проценты



6.1. Что такое отношение	122
6.2. Деление в данном отношении	129
6.3. «Главная» задача на проценты	131
6.4. Выражение отношения в процентах	136
Чему вы научились	143

Глава 7. Симметрия

7.1. Осевая симметрия	144
7.2. Ось симметрии фигуры	149
7.3. Центральная симметрия	155
<i>Чему вы научились</i>	160

Глава 8. Выражения, формулы, уравнения

8.1. О математическом языке	162
8.2. Буквенные выражения и числовые подстановки	166
8.3. Формулы. Вычисления по формулам	170
8.4. Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара	175
8.5. Что такое уравнение	179
<i>Чему вы научились</i>	183

Глава 9. Целые числа

9.1. Какие числа называют целыми	185
9.2. Сравнение целых чисел	190
9.3. Сложение целых чисел	194
9.4. Вычитание целых чисел	198
9.5. Умножение и деление целых чисел	202
<i>Чему вы научились</i>	207

Глава 10. Множества. Комбинаторика

10.1. Понятие множества	208
10.2. Операции над множествами	213
10.3. Решение задач с помощью кругов Эйлера	218
10.4. Комбинаторные задачи	221
<i>Чему вы научились</i>	226

Глава 11. Рациональные числа

11.1. Какие числа называют рациональными	228
11.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа	233
11.3. Действия с рациональными числами	238
11.4. Что такое координаты	249
11.5. Прямоугольные координаты на плоскости	253
<i>Чему вы научились</i>	258

Глава 12. Многоугольники и многогранники

12.1. Параллелограмм	260
12.2. Площади	265
12.3. Призма	270
<i>Чему вы научились</i>	275

Ответы	277
Предметный указатель	284



Учебное издание

Дорофеев Георгий Владимирович
Шарыгин Игорь Фёдорович
Суворова Светлана Борисовна
Бунимович Евгений Абрамович
Кузнецова Людмила Викторовна
Минаева Светлана Станиславовна
Рослова Лариса Олеговна

МАТЕМАТИКА

6 класс

Учебник для общеобразовательных организаций

Редакция математики и информатики

Заведующий редакцией *Е. В. Эргле*

Ответственный за выпуск *И. В. Рекман*

Редакторы *Л. В. Кузнецова, И. В. Рекман*

Младшие редакторы *Е. А. Андреевкова, Е. В. Трошко*

Художники *О. П. Богомолова, О. М. Иванова*

Художественный редактор *Т. В. Глушкова*

Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *Н. Н. Репьевой, С. В. Китаевой*

Компьютерная графика *К. В. Кергелен, О. Ю. Тупикиной*

Корректор *О. Н. Леонова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции

ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01.

Подписано в печать 22.02.19. Формат 70 × 90^{1/16}. Бумага офсетная.

Гарнитура SchoolBook. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 17,85. Доп. тираж 12 000 экз.

Заказ № 56083СМ.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3,
этаж 4, помещение I.

Предложения по оформлению и содержанию учебников —
электронная почта «Горячей линии» — fru@prosv.ru.

Отпечатано в России.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд» в филиале «Смоленский
полиграфический комбинат» ОАО «Издательство «Высшая школа».

Российская Федерация, 214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

Тел.: +7(4812) 31-11-96. Факс: +7(4812) 31-31-70.

E-mail: spk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>



Учебник имеет электронную форму

Дополнительные материалы к учебнику размещены в электронном каталоге издательства «Просвещение» на интернет-ресурсе www.prosv.ru



Завершённая предметная линия учебников по математике для 5—6 классов общеобразовательных организаций:

- **Математика. 5 класс**
(авторы Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др.)
- **Математика. 6 класс**
(авторы Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др.)

Учебно-методический комплект по математике для 6 класса общеобразовательных организаций:

- **Сборник примерных рабочих программ**
 - **Учебник**
(авторы Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др.)
 - **Рабочая тетрадь**
(авторы Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, Л. О. Рослова и др.)
 - **Дидактические материалы**
(авторы Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова и др.)
 - **Тематические тесты**
(авторы Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова и др.)
 - **Контрольные работы**
(авторы Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова и др.)
 - **Устные упражнения**
(автор С. С. Минаева)
 - **Методические рекомендации**
(авторы С. Б. Суворова, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева и др.)



Полный ассортимент продукции издательства «Просвещение» вы можете приобрести в официальном интернет-магазине shop.prosv.ru:

- низкие цены;
- оперативная доставка по всей России;
- защита от подделок;
- привилегии постоянным покупателям;
- разнообразные акции в течение всего года.