СООТВЕТСТВУЕТ ФГОС

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ГЕОМЕТРИЯ

- ✓ АТТЕСТАЦИЯ ПО ВСЕМ ТЕМАМ
- ✓ К ЕГЭ ШАГ ЗА ШАГОМ
- ✓ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ
- ✓ СООТВЕТСТВИЕ ПРОГРАММЕ

9 КЛАСС

СООТВЕТСТВУЕТ ФГОС КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ГЕОМЕТРИЯ

Издание третье

9 класс

МОСКВА • «ВАКО» • 2016

УДК 372.851
ББК 74.262.21
К65

6+

Издание допущено к использованию в образовательном процессе на основании приказа Министерства образования и науки РФ от 14.12.2009 № 729 (в ред. от 13.01.2011).

УС Издание соответствует требованиям ФГОС на основании сертификата № RU.ИОСО.П00570 системы «Учсерт» Российской академии образования.

Рецензент – Соросовский учитель, учитель высшей категории ГБОУ СОШ № 192 г. Москвы *М.Я. Гаиашвили*.

К65 **Контрольно-измерительные материалы.** Геометрия. 9 класс / Сост. А.Н. Рурукин. – 3-е изд. – М.: ВАКО, 2016. – 96 с. – (Контрольно-измерительные материалы).

ISBN 978-5-408-02579-4

В пособии представлены контрольно-измерительные материалы (КИМы) по геометрии для 9 класса – тесты в формате заданий ЕГЭ, а также самостоятельные и контрольные работы по всем изучаемым темам. Ко всем заданиям приведены ответы. Предлагаемый материал позволяет проводить проверку знаний, используя различные формы контроля.

Издание ориентировано на учителей, школьников и их родителей.

УДК 372.851
ББК 74.262.21

Учебное издание

Составитель
Рурукин Александр Николаевич

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ГЕОМЕТРИЯ
9 класс

Подписано в печать 29.09.2015. Формат 84×108/32.
Бумага офсетная. Гарнитура Newton. Печать офсетная.
Усл. печ. листов 5,04. Тираж 10 000 экз. Заказ № 3504/15.

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», 170546 Тверская область, Промышленная зона Боровлево-1, комплекс № 3А, www.pareto-print.ru

ISBN 978-5-408-02579-4

От составителя

Пособие «Контрольно-измерительные материалы по геометрии для 9 класса» предназначено, прежде всего, для УМК Л.С. Атанасяна и др. При некотором изменении порядка следования КИМы могут быть использованы и для УМК А.В. Погорелова и др.

В пособии представлены 16 тематических тестов, 5 тестов на обобщение пройденного материала, итоговый тест по программе 9 класса, итоговый тест по курсу геометрии за 7–9 классы, 16 самостоятельных и 7 контрольных работ (включая итоговые).

Предлагаемые КИМы могут быть использованы на любом этапе обучения – повторения и закрепления изученного, актуализации опорных знаний и т. д. Приведенные материалы избыточны и могут быть использованы как при работе в классе, так и дома. Рекомендуем задействовать различные формы контроля знаний, так как каждая из них имеет свои преимущества и недостатки. Все работы даны в двух равноценных вариантах. В конце пособия представлены ответы ко всем тестам и проверочным работам.

Преподавательская практика показывает, что предлагаемый подбор КИМов позволяет эффективно освоить материал 9 класса и подготовить учащихся к сдаче ГИА и ЕГЭ по изученным темам.

Надеемся, что пособие поможет учителям при подготовке и проведении уроков, в организации качественного контроля знаний, а также школьникам при изучении материала, закреплении и систематизации знаний.

Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения курса учащиеся должны ***знать:***
- понятие вектора;
- уравнения окружности и прямой;
- простейшие тригонометрические функции и связи между ними;
- теоремы синусов и косинусов;
- формулы для вычисления длины окружности, площади круга и кругового сектора;
- понятие отображения плоскости на себя и его виды – осевую и центральную симметрии, параллельный перенос, поворот;

уметь:
- выполнять простейшие операции над векторами;
- раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- решать простейшие задачи в координатах;
- использовать уравнения окружности и прямой при решении задач;
- вычислять скалярное произведение векторов;
- находить элементы в правильных многоугольниках;
- вычислять радиус окружности, описанной около многоугольника и вписанной в него.

Основные темы курса геометрии в 9 классе

«Векторы», «Метод координат», «Соотношения между сторонами и углами треугольника», «Скалярное произведение векторов», «Длина окружности и площадь круга», «Движения».

Рекомендации по оцениванию результатов работ

Задания тестов разделены на три уровня сложности: А, В, С.

Уровень А (простейший) предполагает выбор ответа из четырех предложенных. Уровень В (базовый) подразумевает краткий ответ. Для уровня С (повышенной сложности) необходимо привести обоснованное решение и ответ.

Тематический тест содержит 3 задания уровня А (каждое оценивается в 0,5 балла), 2 задания уровня В (каждое оценивается в 1 балл) и 1 задание уровня С (оценивается в 2 балла). На выполнение теста отводится 15–20 мин. Рекомендуем следующее соответствие количества баллов и оценки: 1,5 балла – «3», 2,5 балла – «4», 3,5 балла – «5».

Итоговый тест содержит вдвое больше заданий, чем тематический. Соответственно, вдвое увеличиваются время на выполнение (40–45 мин) и количество баллов (3 балла – «3», 5 баллов – «4», 7 баллов – «5»).

Самостоятельные работы

Формулировка заданий теста (уровень А) предполагает простой вопрос, который далеко не всегда позволяет понять степень усвоения изучаемого материала. Поэтому целесообразно некоторые тесты заменить самостоятельными работами, которые включают 3 задания уровня В (каждое задание оценивается в 1 балл). На выполнение работы отводится 15–20 мин. Критерии оценки: 0,5 балла – «3», 1,5 балла – «4», 2,5 балла – «5».

Контрольные работы

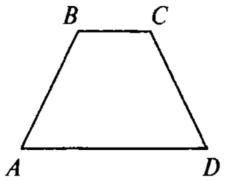
При изучении крупной темы (главы УМК) для контроля знаний рекомендуется использовать контрольные работы, которые содержат 4 задания уровня В и 1 задание уровня С. На работу отводится 40–45 мин. Рекомендуемые критерии оценки: 1,5 балла – «3», 2,5 баллов – «4», 3,5 баллов – «5».

Проведение самостоятельных и контрольных работ допускает более гибкие формулировки заданий и форму ответов (по сравнению с тестами). Это позволяет более объективно контролировать знания учащихся, выявить недочеты при изучении материала и т. д. Поэтому рекомендуем использовать разнообразные формы аттестации учащихся.

Тест 1. Понятие вектора

Вариант 1

А1. В трапеции $ABCD$ укажите пару сонаправленных векторов.



☐ 1) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$
☐ 2) $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{DA}$
☐ 3) $\overrightarrow{DC}$ и $\overrightarrow{DA}$
☐ 4) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$

А2. В ромбе $ABCD$ с диагоналями $AC = 12$ см и $BD = 16$ см найдите величину $|\overrightarrow{DC}|$.

☐ 1) 10 см
☐ 2) 12 см
☐ 3) 16 см
☐ 4) 14 см

А3. Определите вид четырехугольника $ABCD$, если выполнены следующие условия: $\overrightarrow{BC} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

☐ 1) трапеция
☐ 2) прямоугольник
☐ 3) ромб
☐ 4) параллелограмм

В1. В треугольнике ABC $|\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{3}$ м, $|\overrightarrow{CB}| = 3$ м, $|\overrightarrow{AC}| = 6$ м. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Ответ: ____________________

В2. Основание AD прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом A равно 17 см, $AB = 5$ см, $\angle D = 45°$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AC}$.

Ответ: ____________________

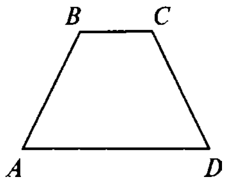
С1. В равнобедренном треугольнике с боковой стороной a и основанием b найдите длину вектора, совпадающего с медианой, проведенной к боковой стороне.

Ответ: ____________________

Тест 1. Понятие вектора

Вариант 2

А1. В трапеции $ABCD$ укажите пару противоположно направленных векторов.



☐ 1) $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{CD}$
☐ 2) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$
☐ 3) $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{AD}$
☐ 4) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BD}$

А2. В ромбе $ABCD$ с диагоналями $AC = 8$ см и $BD = 6$ см найдите величину $|\overrightarrow{CB}|$.
☐ 1) 7 см
☐ 2) 5 см
☐ 3) 10 см
☐ 4) 8 см

А3. Определите вид четырехугольника $ABCD$, если выполнены следующие условия: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ и $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$.
☐ 1) ромб
☐ 2) трапеция
☐ 3) прямоугольник
☐ 4) параллелограмм

В1. В треугольнике ABC $|\overrightarrow{BA}| = 4\sqrt{3}$ м, $|\overrightarrow{CB}| = 4$ м, $|\overrightarrow{AC}| = 8$ м. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Ответ: ______________________________

В2. Основание AD прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом A равно 14 см, $AB = 8$ см, $\angle D = 45°$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AC}$.

Ответ: ______________________________

С1. В равнобедренном треугольнике с боковой стороной c и высотой h, проведенной к основанию, найдите длину вектора, совпадающего с медианой, проведенной к боковой стороне.

Ответ: ______________________________

Тест 2. Сложение и вычитание векторов

Вариант 1

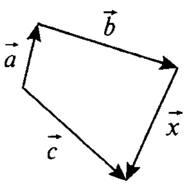
А1. В треугольнике ABC даны стороны $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 8$ см. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}\right|$.

☐ 1) 0 см
☐ 2) 7 см
☐ 3) 3 см
☐ 4) 19 см

А2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90°$) заданы катеты $AB = 6$ см и $BC = 8$ см. Найдите величины $\left|\overrightarrow{BA}\right| - \left|\overrightarrow{BC}\right|$ и $\left|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\right|$.

☐ 1) –2 см и 2 см
☐ 2) 2 см и 2 см
☐ 3) 2 см и 10 см
☐ 4) –2 см и 10 см

А3. В четырехугольнике выразите вектор $\vec{x}$ через векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.



☐ 1) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
☐ 2) $\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}$
☐ 3) $-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
☐ 4) $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$

В1. Используя правило многоугольника, упростите выражение $\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right) - \left(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KD}\right)$.

Ответ: ______________________________

В2. При каком условии для неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будет выполнено неравенство $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| > \left|\vec{a} - \vec{b}\right|$?

Ответ: ______________________________

С1. В равнобедренном треугольнике ABC дано: $AC = BC$, $AB = 10$ см, $\angle C = 90°$, CM – медиана. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM}\right|$.

Ответ: ______________________________

Тест 2. Сложение и вычитание векторов

Вариант 2

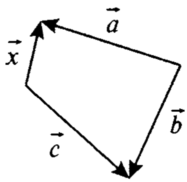
А1. В треугольнике ABC даны стороны $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AC = 7$ см. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}\right|$.

☐ 1) 16 см
☐ 2) 2 см
☐ 3) 6 см
☐ 4) 0 см

А2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90°$) заданы катеты $AB = 5$ см и $BC = 12$ см. Найдите величины $\left|\overrightarrow{AB}\right| - \left|\overrightarrow{CB}\right|$ и $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}\right|$.

☐ 1) –7 см и 13 см
☐ 2) –7 см и 7 см
☐ 3) 7 см и 13 см
☐ 4) 7 см и 7 см

А3. В четырехугольнике выразите вектор $\vec{x}$ через векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.



☐ 1) $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$
☐ 2) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
☐ 3) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
☐ 4) $-\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

В1. Используя правило многоугольника, упростите выражение $\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{MC}\right) + \left(\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{KD}\right)$.

Ответ: ______________________________

В2. При каком условии для неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будет выполнено неравенство $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| < \left|\vec{a} - \vec{b}\right|$?

Ответ: ______________________________

С1. В равнобедренном треугольнике ABC дано: $AB = BC = 5$ см, точка M – середина AC и $BM = 4$ см. Найдите величину $\left|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{BA}\right|$.

Ответ: ______________________________

Тест 3. Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач

Вариант 1

A1. Заданы векторы $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{n} = 5\vec{a} + 4\vec{b}$. Найдите вектор $2\vec{m} + \vec{n}$.

☐ 1) $8\vec{b}$ ☐ 3) $8\vec{a}$

☐ 2) $11\vec{a}$ ☐ 4) $-6\vec{b}$

A2. Известно, что выполнено равенство $\vec{a} = \frac{1}{5}\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{b}$. Выразите вектор $\vec{x}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

☐ 1) $5\vec{a} + 2{,}5\vec{b}$ ☐ 3) $5\vec{a} - 2\vec{b}$

☐ 2) $5\vec{a} + \vec{b}$ ☐ 4) $\vec{a} + 2\vec{b}$

A3. Найдите величину $|\vec{m}|$, если $\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) - \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b})$.

☐ 1) $\frac{1}{6}|\vec{a} - 5\vec{b}|$ ☐ 3) $\frac{1}{6}|\vec{a}| + \frac{1}{6}|\vec{b}|$

☐ 2) $\frac{1}{6}|\vec{a}| + \frac{5}{6}|\vec{b}|$ ☐ 4) $\frac{1}{6}|\vec{a} + 5\vec{b}|$

B1. В параллелограмме $ABCD$ дано: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $E \in AD$, $AE : ED = 3 : 2$, $F \in CD$, $DF : CF = 2 : 1$. Выразите вектор $\overrightarrow{EF}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ____

B2. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ связаны с векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$ равенствами $\vec{a} = 5\vec{m} + 4\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$. Выразите векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ____

C1. Пусть $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $D \in AC$, $AD : DC = 1 : 3$, $E \in BD$, $BE : ED = 2 : 3$. Выразите вектор $\overrightarrow{AE}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ____

Тест 3. Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач

Вариант 2

A1. Заданы векторы $\vec{m} = 2\vec{a} + 6\vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} - 3\vec{b}$. Найдите вектор $\vec{m} + 2\vec{n}$.

☐ 1) $6\vec{a}$ ☐ 3) $4\vec{a}$

☐ 2) $3\vec{b}$ ☐ 4) $8\vec{b}$

A2. Известно, что выполнено равенство $\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{x}$. Выразите вектор $\vec{x}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

☐ 1) $-\vec{a} + 4\vec{b}$ ☐ 3) $\frac{4}{3}\vec{a} + 4\vec{b}$

☐ 2) $-\frac{4}{3}\vec{a} + \vec{b}$ ☐ 4) $-\frac{4}{3}\vec{a} + 4\vec{b}$

A3. Найдите величину $\left|\vec{m}\right|$, если $\vec{m} = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) - \frac{1}{2}\left(\vec{a} - \vec{b}\right)$.

☐ 1) $\frac{1}{6}\left|5\vec{b} - \vec{a}\right|$ ☐ 3) $\frac{5}{6}\left|\vec{b}\right| - \frac{1}{6}\left|\vec{a}\right|$

☐ 2) $\frac{1}{6}\left|\vec{a}\right| + \frac{5}{6}\left|\vec{b}\right|$ ☐ 4) $\frac{1}{6}\left(\left|\vec{b}\right| - \left|\vec{a}\right|\right)$

B1. В параллелограмме $ABCD$ дано: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $E \in AD$, $AE : ED = 2 : 3$, $F \in CD$, $DF : CF = 1 : 2$. Выразите вектор $\overrightarrow{EF}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ________________________________

B2. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ связаны с векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$ равенствами $\vec{a} = 3\vec{m} - \vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + 5\vec{n}$. Выразите векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ________________________________

C1. Пусть $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $D \in AC$, $AD : DC = 2 : 3$, $E \in BD$, $BE : ED = 3 : 2$. Выразите вектор $\overrightarrow{AE}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ________________________________

Тест 4. Обобщение темы «Векторы»

Вариант 1

А1. Выполните следующие действия: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}$.

☐ 1) $\vec{0}$
☐ 2) $\overrightarrow{AD}$
☐ 3) $\overrightarrow{AC}$
☐ 4) $\overrightarrow{DA}$

А2. Дан параллелограмм $ABCD$. Найдите разность $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$.

☐ 1) $\overrightarrow{AC}$
☐ 2) $2\overrightarrow{BC}$
☐ 3) $\overrightarrow{AB}$
☐ 4) $\vec{0}$

А3. В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 3a$ и $AD = 7a$ точки N и M – середины боковых сторон AB и CD соответственно. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD}\right|$.

☐ 1) $5a$
☐ 2) $4a$
☐ 3) $6a$
☐ 4) $10a$

А4. В ромбе $ABCD$ сторона $AB = 12$ см и диагональ $BD = 6$ см. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{DB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

☐ 1) 45°
☐ 2) 90°
☐ 3) 30°
☐ 4) 60°

А5. Пусть $ABCD$ – параллелограмм; $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 5$. Выразите вектор $\overrightarrow{AC}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

☐ 1) $3\vec{a} + \vec{b}$
☐ 2) $\vec{a} - 3\vec{b}$
☐ 3) $-\vec{a} + \vec{b}$
☐ 4) $3\vec{a} + 5\vec{b}$

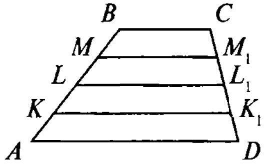
А6. В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($\angle A = 90°$) известно, что $AB = 4$ см, $BC = 12$ см, $AD = 15$ см. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right|$.

☐ 1) 17 см
☐ 2) 31 см
☐ 3) 23 см
☐ 4) 5 см

В1. Найдите модуль вектора $\vec{m} = 3\left(\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}\right) + 2\left(\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{a}\right)$.

Ответ: ____________________

B2. В трапеции $ABCD$ каждая боковая сторона разделена на 4 равные части. Найдите длины отрезков KK_1 и MM_1, если $AD = 2a$ и $BC = 5b$.



Ответ: ____________________

B3. Установите связь между векторами $\vec{m} = 2\left(\frac{1}{5}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}\right) - 3\left(\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right)$ и $\vec{n} = 21\vec{a} - 50\vec{b}$.

Ответ: ____________________

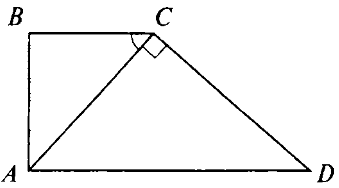
B4. В треугольнике ABC дано: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, AD – медиана. Найдите вектор $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

Ответ: ____________________

C1. В прямоугольнике $ABCD$ заданы стороны $AD = a$, $CD = b$, O – точка пересечения диагоналей. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{OD}\right|$.

Ответ: ____________________

C2. $ABCD$ – трапеция, в которой $\angle A = 90°$, $\angle BCA = 45°$, $\angle ACD = 90°$, $AC = a$. Найдите величины $\left|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}\right|$ и $\left|\overrightarrow{CB}\right| - \left|\overrightarrow{CA}\right| + \left|\overrightarrow{CD}\right|$.



Ответ: ____________________

Тест 4. Обобщение темы «Векторы»

Вариант 2

А1. Выполните следующие действия: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

☐ 1) $\overrightarrow{DA}$
☐ 2) $\vec{0}$
☐ 3) $\overrightarrow{BA}$
☐ 4) $\overrightarrow{AD}$

А2. Дан параллелограмм $ABCD$. Найдите сумму $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

☐ 1) $\vec{0}$
☐ 2) $\overrightarrow{AD}$
☐ 3) $2\overrightarrow{AB}$
☐ 4) $\overrightarrow{AC}$

А3. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 5a$ и $BC = 9a$ точки M и N – середины боковых сторон AB и CD соответственно. Найдите величину $\left|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC}\right|$.

☐ 1) $14a$
☐ 2) $7a$
☐ 3) $4a$
☐ 4) $8a$

А4. В ромбе $ABCD$ сторона $BC = 8$ см и диагональ $AC = 10$ см. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{BD}$.

☐ 1) 60°
☐ 2) 30°
☐ 3) 90°
☐ 4) 45°

А5. Пусть $ABCD$ – параллелограмм; $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$. Выразите вектор $\overrightarrow{AC}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

☐ 1) $4\vec{a} + 2\vec{b}$
☐ 2) $\vec{a} - \vec{b}$
☐ 3) $2\vec{a} - 4\vec{b}$
☐ 4) $\vec{a} + \vec{b}$

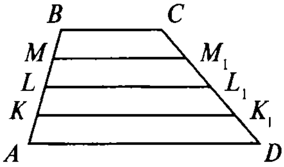
А6. В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($\angle A = 90°$) известно, что $AB = 5$ см, $BC = 3$ см, $AD = 15$ см. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}\right|$.

☐ 1) 13 см
☐ 2) 23 см
☐ 3) 7 см
☐ 4) 8 см

В1. Найдите модуль вектора $\vec{m} = 2\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}\right) + 3\left(\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}\right)$.

Ответ: ____________________

B2. В трапеции $ABCD$ каждая боковая сторона разделена на 4 равные части. Найдите длины отрезков KK_1 и MM_1, если $AD = 3a$ и $BC = 2b$.



Ответ: ________________________________

B3. Установите связь между векторами $\vec{m} = 3\left(\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}\right) - 2\left(\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}\right)$ и $\vec{n} = 3\vec{b} - 25\vec{a}$.

Ответ: ________________________________

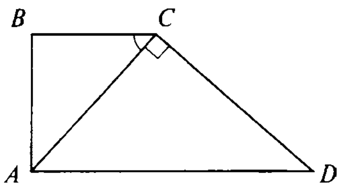
B4. В треугольнике ABC дано: $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, AD – медиана. Найдите вектор $\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Ответ: ________________________________

C1. В ромбе $ABCD$ заданы стороны $AD = a$, $BD = b$, O – точка пересечения диагоналей. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{OB}\right|$.

Ответ: ________________________________

C2. $ABCD$ – трапеция, в которой $\angle A = 90°$, $\angle ACB = 45°$, $\angle ACD = 90°$, $AB = a$. Найдите величины $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DC}\right|$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right| - \left|\overrightarrow{CB}\right| - \left|\overrightarrow{DC}\right|$.



Ответ: ________________________________

Тест 5. Координаты вектора

Вариант 1

A1. Найдите числа x и y, если выполнено равенство $3\vec{a} - y\vec{b} = x\vec{a} + 2\vec{b}$ и векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны.

☐ 1) $x = 3, y = 2$
☐ 2) $x = 2, y = 3$
☐ 3) $x = 3, y = -2$
☐ 4) $x = -2, y = 3$

A2. В прямоугольнике $ABCD$ дано: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $E \in BC$, $BE : EC = 2 : 3$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{DE}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

☐ 1) $\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}$
☐ 3) $\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$
☐ 2) $\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$
☐ 4) $\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$

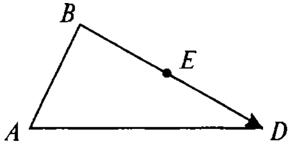
A3. Найдите координаты вектора $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, если $\vec{a}\{-2; 1\}$ и $\vec{b}\{-3; 2\}$.

☐ 1) $\{0; -1\}$
☐ 3) $\{-1; 0\}$
☐ 2) $\{0; 1\}$
☐ 4) $\{1; 0\}$

B1. Векторы $\vec{a}\{2; 4\}$ и $\vec{b}\{m - 1; 8\}$ коллинеарны. Найдите число m.

Ответ: ____________________

B2. Пусть $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $E \in BD$, $BE : ED = 3 : 4$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{ED}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: ____________________

C1. При каком значении m векторы $\vec{a}\{8; m - 2\}$ и $\vec{b}\{m; 1\}$ коллинеарны?

Ответ: ____________________

Тест 5. Координаты вектора

Вариант 2

A1. Найдите числа x и y, если выполнено равенство $x\vec{a} - 5\vec{b} = -2\vec{a} + y\vec{b}$ и векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны.

☐ 1) $x = 2, y = 5$
☐ 2) $x = -2, y = 5$
☐ 3) $x = 2, y = -5$
☐ 4) $x = -2, y = -5$

A2. В прямоугольнике $ABCD$ дано: $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $E \in BC$, $BE : EC = 1 : 2$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{DE}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

☐ 1) $-\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$ ☐ 3) $\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$
☐ 2) $\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$ ☐ 4) $\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

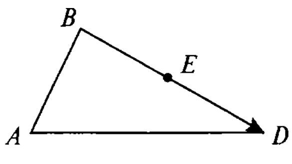
A3. Найдите координаты вектора $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a}\{-4; 3\}$ и $\vec{b}\{-2; 1\}$.

☐ 1) $\{3; 2\}$ ☐ 3) $\{2; 3\}$
☐ 2) $\{-3; 2\}$ ☐ 4) $\{-2; 3\}$

B1. Векторы $\vec{a}\{1; 3\}$ и $\vec{b}\{m + 1; 6\}$ коллинеарны. Найдите число m.

Ответ: ______________________

B2. Пусть $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $E \in BD$, $BE : ED = 2 : 3$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{ED}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: ______________________

C1. При каком значении m векторы $\vec{a}\{5; m - 4\}$ и $\vec{b}\{m; 1\}$ коллинеарны?

Ответ: ______________________

Тест 6. Простейшие задачи в координатах

Вариант 1

A1. Даны точки A (2; 10) и B (7; –2). Найдите $\overrightarrow{AB}$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right|$.

☐ 1) $\overrightarrow{AB}\{5; 12\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 7$

☐ 2) $\overrightarrow{AB}\{-5; 12\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 17$

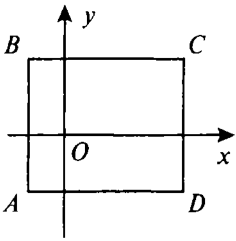
☐ 3) $\overrightarrow{AB}\{-5; -12\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 7$

☐ 4) $\overrightarrow{AB}\{5; -12\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 13$

A2. Найдите координаты точки B, если точка C – середина отрезка AB и A (–1; –2), C (3; 4).

☐ 1) B (7; 10)
☐ 2) B (2; 2)
☐ 3) B (4; 6)
☐ 4) B (–4; –6)

A3. Определите координаты вершин B и D прямоугольника $ABCD$, если A (–1; –2) и C (5; 3).



☐ 1) B (–1; 5), D (3; –2)
☐ 2) B (–1; 3), D (5; –2)
☐ 3) B (–2; 4), D (4; –2)
☐ 4) B (–1; 4), D (5; –1)

B1. Найдите величину $\left|3\vec{a} - 2\vec{b}\right|$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$.

Ответ: ____________________

B2. На оси ординат найдите точку C, равноудаленную от точек A (–3; 5) и B (6; 4).

Ответ: ____________________

C1. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см найдите медиану AD.

Ответ: ____________________

Тест 6. Простейшие задачи в координатах

Вариант 2

А1. Даны точки A (1; 3) и B (–2; 7). Найдите $\overrightarrow{AB}$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right|$.

☐ 1) $\overrightarrow{AB}\{-3; 4\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 5$

☐ 2) $\overrightarrow{AB}\{3; 4\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 1$

☐ 3) $\overrightarrow{AB}\{3; -4\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 7$

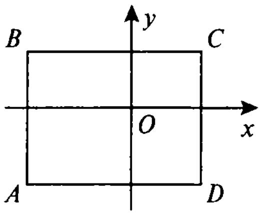
☐ 4) $\overrightarrow{AB}\{-3; -4\}$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 5$

А2. Найдите координаты точки B, если точка C – середина отрезка AB и A (–3; –1), C (2; 5).

☐ 1) B (–1; 4)
☐ 2) B (5; 6)
☐ 3) B (7; 11)
☐ 4) B (–5; –6)

А3. Определите координаты вершин A и C прямоугольника $ABCD$, если B (–4; 2) и D (2; –3).

☐ 1) A (–4; –3), C (2; 3)
☐ 2) A (–3; –4), C (2; 2)
☐ 3) A (–4; –2), C (2; 3)
☐ 4) A (–4; –3), C (2; 2)



В1. Найдите величину $\left|2\vec{a} - 3\vec{b}\right|$, если $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$.

Ответ: ____________________

В2. На оси ординат найдите точку C, равноудаленную от точек A (4; –3) и B (8; 1).

Ответ: ____________________

С1. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 7$ см, $BC = 8$ см, $AC = 9$ см найдите медиану AD.

Ответ: ____________________

Тест 7. Уравнения окружности и прямой

Вариант 1

А1. Определите координаты центра C и радиус r окружности, заданной уравнением $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 9$.

☐ 1) $C\,(5; -2)$, $r = 3$
☐ 2) $C\,(-5; 2)$, $r = 3$
☐ 3) $C\,(5; -2)$, $r = 9$
☐ 4) $C\,(-5; 2)$, $r = 9$

А2. Найдите координаты точек A и B пересечения прямой, заданной уравнением $-3x + 4y - 12 = 0$, с осями координат.

☐ 1) $A\,(3; 0)$, $B\,(0; -4)$
☐ 2) $A\,(-3; 0)$, $B\,(0; 4)$
☐ 3) $A\,(-4; 0)$, $B\,(0; 3)$
☐ 4) $A\,(4; 0)$, $B\,(0; -3)$

А3. Прямая, заданная уравнением $ax - 5y + 9 = 0$, проходит через точку $A\,(2; 3)$. Найдите число a.

☐ 1) $a = 3$ ☐ 3) $a = -2$
☐ 2) $a = 2$ ☐ 4) $a = -3$

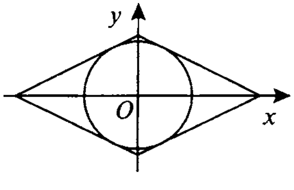
В1. Напишите уравнение окружности с центром в точке $C\,(-3; -2)$, если эта окружность касается оси абсцисс.

Ответ: ____________________

В2. Прямая проходит через точки $A\,(1; -1)$ и $B\,(-3; 2)$. Найдите площадь треугольника, ограниченного этой прямой и осями координат.

Ответ: ____________________

С1. Напишите уравнение окружности, вписанной в ромб с диагоналями 8 и 10, если известно, что его диагонали лежат на осях координат.



Ответ: ____________________

Тест 7. Уравнения окружности и прямой

Вариант 2

A1. Определите координаты центра C и радиус r окружности, заданной уравнением $(x-3)^2+(y+1)^2=16$.

☐ 1) $C(-3;\ 1),\ r=16$
☐ 2) $C(-3;\ 1),\ r=4$
☐ 3) $C(3;\ -1),\ r=16$
☐ 4) $C(3;\ -1),\ r=4$

A2. Найдите координаты точек A и B пересечения прямой, заданной уравнением $2x-3y-12=0$, с осями координат.

☐ 1) $A(-4;\ 0),\ B(6;\ 0)$
☐ 2) $A(6;\ 0),\ B(0;\ -4)$
☐ 3) $A(-6;\ 0),\ B(0;\ 4)$
☐ 4) $A(4;\ 0),\ B(-6;\ 0)$

A3. Прямая, заданная уравнением $4x+by-6=0$, проходит через точку $A(3;\ 2)$. Найдите число b.

☐ 1) $b=-2$ ☐ 3) $b=3$
☐ 2) $b=2$ ☐ 4) $b=-3$

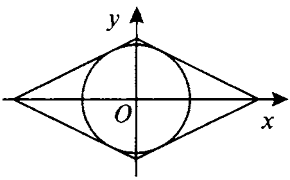
B1. Напишите уравнение окружности с центром в точке $C(-3;\ -4)$, если эта окружность касается оси ординат.

Ответ: ______________________

B2. Прямая проходит через точки $A(-2;\ -1)$ и $B(1;\ 1)$. Найдите площадь треугольника, ограниченного этой прямой и осями координат.

Ответ: ______________________

C1. Напишите уравнение окружности, вписанной в ромб с диагоналями 10 и 12, если известно, что его диагонали лежат на осях координат.



Ответ: ______________________

Тест 8. Обобщение темы «Метод координат»

Вариант 1

А1. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O, точка M – середина отрезка AO. Выполняется равенство $\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{CA}$. Найдите число k.

☐ 1) $k = \frac{1}{4}$ ☐ 3) $k = -\frac{3}{4}$

☐ 2) $k = \frac{1}{2}$ ☐ 4) $k = \frac{3}{4}$

А2. Точка $C \in AB$ и $AC : AB = 1 : 4$. Найдите координаты точки C, если $A\,(4;\ 12)$ и $B\,(-8;\ 4)$.

☐ 1) $C\,(1;\ 10)$ ☐ 3) $C\,(12;\ 8)$

☐ 2) $C\,(-2;\ 8)$ ☐ 4) $C\,(-4;\ 16)$

А3. Найдите разложение вектора $\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$, если $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$.

☐ 1) $\vec{c} = 5\vec{i} + 21\vec{j}$

☐ 2) $\vec{c} = 11\vec{i} - 8\vec{j}$

☐ 3) $\vec{c} = 6\vec{i} + 11\vec{j}$

☐ 4) $\vec{c} = 11\vec{i} + 7\vec{j}$

А4. Известны координаты трех вершин прямоугольника $ABCD$: $A\,(-5;\ -4)$, $B\,(-5;\ 2)$, $D\,(7;\ -4)$. Найдите координаты вершины C.

☐ 1) $C\,(-7;\ 2)$ ☐ 3) $C\,(7;\ -2)$

☐ 2) $C\,(7;\ 2)$ ☐ 4) $C\,(-7;\ -2)$

А5. Найдите координаты центра C и радиус r окружности, заданной уравнением $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0$.

☐ 1) $C\,(1;\ -2)$, $r = \sqrt{5}$

☐ 2) $C\,(1;\ -2)$, $r = 5$

☐ 3) $C\,(-1;\ 2)$, $r = \sqrt{5}$

☐ 4) $C\,(-1;\ 2)$, $r = 5$

А6. Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями $3x + 2y - 8 = 0$ и $4x - y - 7 = 0$.

☐ 1) $(1;\ 2)$ ☐ 3) $(2;\ -1)$

☐ 2) $(-1;\ 2)$ ☐ 4) $(2;\ 1)$

B1. Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A(-3; -2)$, $B(3; -3)$, $C(5; 2)$. Найдите координаты его четвертой вершины D.

Ответ: ______________________________

B2. Дано разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по неколлинеарным векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$: $\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}$ и $\vec{b} = 3\vec{m} + 4\vec{n}$. Найдите разложение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ______________________________

B3. Найдите длину хорды, образующейся при пересечении окружности $x^2 + y^2 = 9$ и прямой $x + y - 3 = 0$.

Ответ: ______________________________

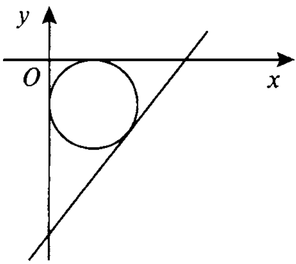
B4. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(3; 7)$ и $B(-2; 4)$.

Ответ: ______________________________

C1. Разложите вектор $\vec{c}\{-2; -34\}$ по неколлинеарным векторам $\vec{a}\{4; 3\}$ и $\vec{b}\{2; -5\}$.

Ответ: ______________________________

C2. Составьте уравнение окружности, вписанной в треугольник, стороны которого лежат на прямых, заданных уравнениями $x = 0$, $y = 0$ и $4x - 3y - 24 = 0$.



Ответ: ______________________________

Тест 8. Обобщение темы «Метод координат»

Вариант 2

А1. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O, точка M – середина отрезка AO. Выполняется равенство $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{CA}$. Найдите число k.

☐ 1) $k = \frac{3}{4}$ ☐ 3) $k = -\frac{3}{4}$

☐ 2) $k = -\frac{1}{4}$ ☐ 4) $k = \frac{1}{4}$

А2. Точка $C \in AB$ и $AC : AB = 1 : 4$. Найдите координаты точки C, если $A(-4; 8)$ и $B(16; 4)$.

☐ 1) $C(-20; 4)$ ☐ 3) $C(-12; -6)$

☐ 2) $C(12; 6)$ ☐ 4) $C(1; 7)$

А3. Найдите разложение вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 5\vec{b}$ по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$.

☐ 1) $\vec{c} = 5\vec{i} - 8\vec{j}$

☐ 2) $\vec{c} = -4\vec{i} + 16\vec{j}$

☐ 3) $\vec{c} = 6\vec{i} - 16\vec{j}$

☐ 4) $\vec{c} = 4\vec{i} - 8\vec{j}$

А4. Известны координаты трех вершин прямоугольника $ABCD$: $A(-2; -1)$, $C(6; 3)$, $D(6; -1)$. Найдите координаты вершины B.

☐ 1) $B(-2; 3)$ ☐ 3) $B(-3; 2)$

☐ 2) $B(3; -2)$ ☐ 4) $B(-2; -3)$

А5. Найдите координаты центра C и радиус r окружности, заданной уравнением $x^2 + 6x + y^2 - 2y = 0$.

☐ 1) $C(1; 3)$, $r = 10$

☐ 2) $C(3; -1)$, $r = \sqrt{10}$

☐ 3) $C(-3; 1)$, $r = \sqrt{10}$

☐ 4) $C(-3; -1)$, $r = 10$

А6. Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями $4x - 3y + 10 = 0$ и $x + 2y - 3 = 0$.

☐ 1) $(1; 2)$ ☐ 3) $(2; 1)$

☐ 2) $(-1; 2)$ ☐ 4) $(-2; 1)$

B1. Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A\,(1;\,3)$, $B\,(4;\,7)$, $C\,(8;\,5)$. Найдите координаты его четвертой вершины D.

Ответ: ______________________________

B2. Дано разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по неколлинеарным векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$: $\vec{a} = 3\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{b} = 5\vec{m} - 2\vec{n}$. Найдите разложение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ______________________________

B3. Найдите длину хорды, образующейся при пересечении окружности $x^2 + y^2 = 25$ и прямой $x + y - 5 = 0$.

Ответ: ______________________________

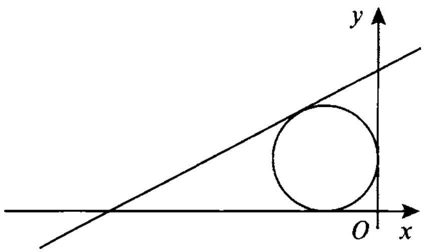
B4. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A\,(-5;\,3)$ и $B\,(3;\,6)$.

Ответ: ______________________________

C1. Разложите вектор $\vec{c}\,\{15;\,-23\}$ по неколлинеарным векторам $\vec{a}\,\{3;\,-2\}$ и $\vec{b}\,\{-1;\,5\}$.

Ответ: ______________________________

C2. Составьте уравнение окружности, вписанной в треугольник, стороны которого лежат на прямых, заданных уравнениями $x = 0$, $y = 0$ и $3x - 4y + 36 = 0$.



Ответ: ______________________________

Тест 9. Синус, косинус и тангенс угла

Вариант 1

А1. Используя единичную полуокружность, найдите величину $\cos 30°$.

☐ 1) $\frac{1}{3}$ ☐ 3) $\frac{1}{2}$

☐ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

А2. Найдите значение $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$.

☐ 1) $-\frac{2}{3}$ ☐ 3) $-\frac{3}{2}$

☐ 2) -3 ☐ 4) $-2\sqrt{2}$

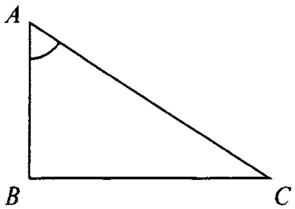
А3. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90°$) катеты $AB = 4$ и $BC = 5$. Найдите $\cos A$.

☐ 1) $\frac{4}{5}$

☐ 2) $\frac{4}{9}$

☐ 3) $\frac{5}{\sqrt{41}}$

☐ 4) $\frac{4}{\sqrt{41}}$



В1. Найдите угол между лучом OA и положительной полуосью OX, если точка A имеет координаты $(-\sqrt{3}; 1)$.

Ответ: ________________________________

В2. Найдите значение выражения

$$4\sin 30° \cdot \cos^2 45° + 2\operatorname{tg}^2 135° - \frac{\operatorname{tg} 27° \cdot \cos 27°}{\sin 27°}.$$

Ответ: ________________________________

С1. Упростите выражение $\frac{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} + \sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

Ответ: ________________________________

Тест 9. Синус, косинус и тангенс угла

Вариант 2

А1. Используя единичную полуокружность, найдите величину $\sin 60^\circ$.

☐ 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

☐ 2) $\frac{1}{3}$ ☐ 4) $\frac{1}{2}$

А2. Найдите значение $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$.

☐ 1) $-\sqrt{15}$ ☐ 3) -4

☐ 2) $-\frac{3}{4}$ ☐ 4) $-\frac{4}{3}$

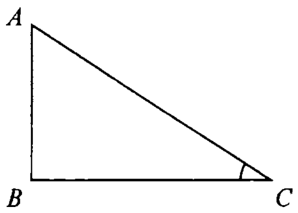
А3. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90^\circ$) катеты $AB = 5$ и $BC = 6$. Найдите $\cos C$.

☐ 1) $\frac{5}{6}$

☐ 2) $\frac{6}{\sqrt{61}}$

☐ 3) $\frac{5}{\sqrt{61}}$

☐ 4) $\frac{6}{11}$



В1. Найдите угол между лучом OA и положительной полуосью OX, если точка A имеет координаты $(-2; \sqrt{12})$.

Ответ: ______________________

В2. Найдите значение выражения

$$8\cos 60^\circ \cdot \sin^2 45^\circ + 3\operatorname{tg}^2 135^\circ - \frac{\operatorname{tg}38^\circ \cdot \cos 38^\circ}{\sin 38^\circ}.$$

Ответ: ______________________

С1. Упростите выражение $\frac{\cos^3\alpha - \sin^3\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} + \sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

Ответ: ______________________

Тест 10. Теорема о площади треугольника

Вариант 1

А1. В треугольнике ABC дано: $AB = 3$, $AC = 8$, $\angle BAC = 120°$. Найдите площадь треугольника ABC.

- [ ] 1) $12\sqrt{3}$
- [ ] 2) 6
- [ ] 3) $6\sqrt{3}$
- [ ] 4) $3\sqrt{3}$

А2. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 6 см, а угол при основании равен 15°.

- [ ] 1) 12 см^2
- [ ] 2) 9 см^2
- [ ] 3) 6 см^2
- [ ] 4) $6\sqrt{3}$ см^2

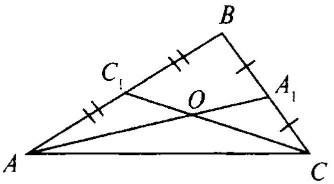
А3. Острый угол ромба равен 45°, а его площадь равна $8\sqrt{2}$ см^2. Найдите сторону ромба.

- [ ] 1) 8 см
- [ ] 2) 2 см
- [ ] 3) 6 см
- [ ] 4) 4 см

В1. Найдите площадь выпуклого четырехугольника, если его диагонали равны 8 см и 6 см и угол между ними равен 60°.

Ответ: ______________________________

В2. Пусть AA_1 и CC_1 – медианы треугольника ABC, $AA_1 = 9$ см, $CC_1 = 12$ см. Медианы пересекаются в точке O, и $\angle AOC = 150°$. Найдите площадь треугольника ABC.



Ответ: ______________________________

С1. В треугольнике ABC стороны $AB = 3$, $BC = 4$, BD – биссектриса, $\angle ABD = \alpha$. Найдите площадь треугольника ABD.

Ответ: ______________________________

Тест 10. Теорема о площади треугольника

Вариант 2

А1. В треугольнике ABC дано: $AB = 7$, $AC = 12$, $\angle BAC = 135°$. Найдите площадь треугольника ABC.

☐ 1) 21
☐ 2) $21\sqrt{2}$
☐ 3) $42\sqrt{2}$
☐ 4) 42

А2. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 8 см, а угол при основании равен 30°.

☐ 1) $8\sqrt{3}$ см^2
☐ 2) 16 см^2
☐ 3) $16\sqrt{3}$ см^2
☐ 4) 32 см^2

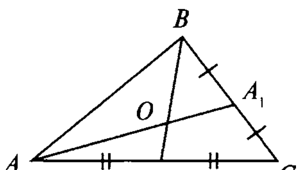
А3. Острый угол ромба равен 60°, а его площадь равна $18\sqrt{3}$ см^2. Найдите сторону ромба.

☐ 1) $6\sqrt{3}$ см
☐ 2) 6 см
☐ 3) 8 см
☐ 4) 4 см

В1. Найдите площадь выпуклого четырехугольника, если его диагонали равны 8 см и 10 см и угол между ними равен 45°.

Ответ: ________________________________

В2. Пусть AA_1 и BB_1 – медианы треугольника ABC, $AA_1 = 12$ см, $BB_1 = 15$ см. Медианы пересекаются в точке O, и $\angle AOB = 120°$. Найдите площадь треугольника ABC.



Ответ: ________________________________

С1. В треугольнике ABC стороны $AB = 5$, $BC = 6$, BD – биссектриса, $\angle DBC = \alpha$. Найдите площадь треугольника DBC.

Ответ: ________________________________

Тест 11. Теорема синусов

Вариант 1

A1. В треугольнике ABC стороны $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, BD – биссектриса. Найдите отношение площади треугольника DBC к площади треугольника ABC.

☐ 1) 3 : 7
☐ 2) 4 : 7
☐ 3) 4 : 3
☐ 4) 16 : 49

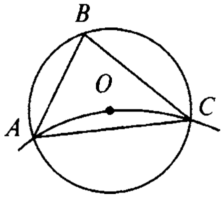
A2. В треугольнике ABC углы $\angle A = 60°$, $\angle C = 75°$, сторона $BC = 3\sqrt{6}$. Найдите длину стороны AC.

☐ 1) 6
☐ 2) $6\sqrt{6}$
☐ 3) 3
☐ 4) 12

A3. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) $\angle A = 60°$ и $AC = 5\sqrt{3}$. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника ABC.

☐ 1) $6\sqrt{3}$
☐ 2) $8\sqrt{3}$
☐ 3) $8\sqrt{2}$
☐ 4) 10

B1. В окружность радиуса $7\sqrt{2}$ с центром в точке O вписан треугольник ABC, в котором $\angle B = 45°$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AOC.



Ответ: ______________________________

B2. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) задано: $\angle A = \alpha$, $AB = c$, AE – биссектриса. Найдите длину AE.

Ответ: ______________________________

C1. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC разбивает угол A на два угла: α и 2α, $AC = c$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Ответ: ______________________________

Тест 11. Теорема синусов

Вариант 2

А1. В треугольнике ABC стороны $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, BD – биссектриса. Найдите отношение площади треугольника ABD к площади треугольника ABC.

☐ 1) 4 : 5 ☐ 3) 4 : 9

☐ 2) 5 : 9 ☐ 4) 16 : 81

А2. В треугольнике ABC углы $\angle A = 45°$, $\angle C = 15°$, сторона $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите длину стороны AC.

☐ 1) 12 ☐ 3) $6\sqrt{3}$

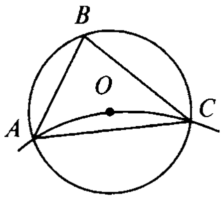
☐ 2) 8 ☐ 4) $8\sqrt{2}$

А3. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) $\angle A = 30°$ и $AC = 8\sqrt{3}$. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника ABC.

☐ 1) 8 ☐ 3) $12\sqrt{3}$

☐ 2) 16 ☐ 4) $10\sqrt{2}$

В1. В окружность радиуса $6\sqrt{3}$ с центром в точке O вписан треугольник ABC, в котором $\angle B = 30°$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AOC.



Ответ: ____________________

В2. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) задано: $\angle A = \alpha$, $AC = c$, AE – биссектриса. Найдите длину AE.

Ответ: ____________________

С1. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC разбивает угол C на два угла: α и 3α, $AC = c$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Ответ: ____________________

Тест 12. Теорема косинусов

Вариант 1

А1. В треугольнике длины двух сторон равны 4 см и 7 см, угол между ними равен 60°. Найдите длину третьей стороны.

□ 1) 9 см　　□ 3) 6 см

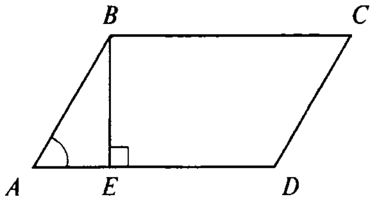
□ 2) $\sqrt{93}$ см　　□ 4) $\sqrt{37}$ см

А2. Стороны треугольника равны 3, 5 и 7. Найдите угол, лежащий против большей по величине стороны.

□ 1) 120°　　□ 3) 60°

□ 2) 90°　　□ 4) 150°

А3. В параллелограмме $ABCD$ дано: $AD = 6$, $\angle BAD = 60°$, $BE \perp AD$, $BE = 4\sqrt{3}$. Найдите длину меньшей диагонали параллелограмма.



□ 1) $2\sqrt{37}$　　□ 3) 14

□ 2) 2　　□ 4) $\sqrt{52}$

В1. В равнобедренном треугольнике ABC угол при вершине B равен 120°, $AC = 2\sqrt{21}$. Найдите длину медианы AM.

Ответ: ____________________

В2. Острый угол параллелограмма равен 60°, его площадь равна $4\sqrt{3}$, меньшая диагональ равна 3. Найдите большую диагональ параллелограмма.

Ответ: ____________________

С1. В треугольнике ABC заданы стороны $AB = 7$, $BC = 8$ и угол $\angle C = 60°$. Найдите площадь треугольника.

Ответ: ____________________

Тест 12. Теорема косинусов

Вариант 2

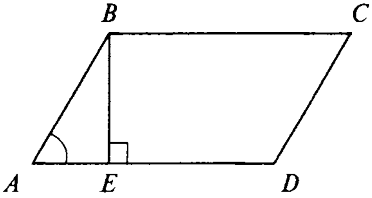
А1. В треугольнике длины двух сторон равны 5 см и 6 см, угол между ними равен 120°. Найдите длину третьей стороны.

☐ 1) $\sqrt{91}$ см
☐ 2) 8 см
☐ 3) $\sqrt{31}$ см
☐ 4) 6 см

А2. Стороны треугольника равны 5, 7 и 8. Найдите угол, лежащий против средней по величине стороны.

☐ 1) 45°
☐ 2) 90°
☐ 3) 60°
☐ 4) 30°

А3. В параллелограмме $ABCD$ дано: $AD = 2$, $\angle BAD = 60°$, $BE \perp AD$, $BE = 2\sqrt{3}$. Найдите длину большей диагонали параллелограмма.



☐ 1) 7
☐ 2) $2\sqrt{7}$
☐ 3) $\sqrt{7}$
☐ 4) $6\sqrt{3}$

В1. В равнобедренном треугольнике ABC угол при вершине B равен 120°, $AC = 6\sqrt{7}$. Найдите длину медианы AM.

Ответ: ______________________________

В2. Острый угол параллелограмма равен 60°, его площадь равна $11\sqrt{3}$, меньшая диагональ равна 10. Найдите большую диагональ параллелограмма.

Ответ: ______________________________

С1. В треугольнике ABC заданы стороны $AB = 16$, $AC = 14$ и угол $\angle B = 60°$. Найдите площадь треугольника.

Ответ: ______________________________

Тест 13. Скалярное произведение векторов

Вариант 1

А1. В квадрате $ABCD$ сторона равна 4. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{OD}$.

☐ 1) $8\sqrt{2}$ ☐ 3) 16
☐ 2) -8 ☐ 4) $-4\sqrt{2}$

А2. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30°, и $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

☐ 1) -9 ☐ 3) 11
☐ 2) 8 ☐ 4) -7

А3. При каком значении m векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + m\vec{j}$ и $\vec{b} = m^2\vec{i} - 6\vec{j}$ образуют тупой угол?

☐ 1) $m < 0$ ☐ 3) $m > 0$
☐ 2) $0 < m < 2$ ☐ 4) $m < 6$

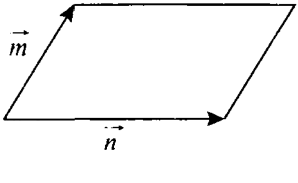
В1. Даны три вершины треугольника ABC: A (2; –1), B (5; 3), C (7; 11). Найдите значение $\cos A$.

Ответ: ________________________________

В2. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ удовлетворяют условиям: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 6$, $|\vec{c}| = 7$. Найдите величину $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$.

Ответ: ________________________________

С1. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{m} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{n} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.



Ответ: ________________________________

Тест 13. Скалярное произведение векторов

Вариант 2

А1. В квадрате $ABCD$ сторона равна 6. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{DC}$ и $\overrightarrow{OA}$.

☐ 1) 16 ☐ 3) $18\sqrt{2}$

☐ 2) –36 ☐ 4) –18

А2. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 150°, и $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} = \vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{n} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$.

☐ 1) –51 ☐ 3) 26

☐ 2) –39 ☐ 4) 53

А3. При каком значении m векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - m\vec{j}$ и $\vec{b} = m^2\vec{i} + 12\vec{j}$ образуют тупой угол?

☐ 1) $0 < m < 3$ ☐ 3) $m < 3$

☐ 2) $m > 0$ ☐ 4) $m < 4$

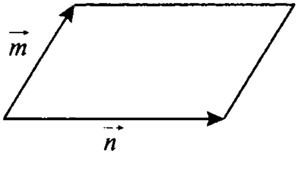
В1. Даны три вершины треугольника ABC: $A\ (-5; -2)$, $B\ (-2; 2)$, $C\ (3; 13)$. Найдите значение $\cos A$.

Ответ: ______________________________

В2. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ удовлетворяют условиям: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 8$. Найдите величину $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$.

Ответ: ______________________________

С1. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{m} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ и $\vec{n} = 4\vec{i} + \vec{j}$.



Ответ: ______________________________

Тест 14. Обобщение темы «Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов»

Вариант 1

А1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $BC = 28$ см, синус угла B равен $\frac{3}{5}$. Найдите длину стороны AB.

☐ 1) $\frac{140}{3}$ см ☐ 3) 35 см

☐ 2) 30 см ☐ 4) 40 см

А2. Известно, что $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{4}$. Найдите величину $\sin\alpha + \cos\alpha$.

☐ 1) $\frac{1}{3}$ ☐ 3) $\frac{1}{2}$

☐ 2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ☐ 4) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

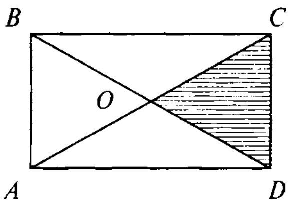
А3. Найдите площадь пятиугольника $ABCOD$ (см. рис.), если диагонали прямоугольника $ABCD$ равны 13 и $\angle COD = 30°$.

☐ 1) $31\frac{11}{16}$

☐ 2) $10\frac{5}{16}$

☐ 3) $9\frac{3}{8}$

☐ 4) 52



А4. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $AB = 12$ см, $\angle A = 20°$, $\angle B = 25°$.

☐ 1) $8\sqrt{2}$ см ☐ 3) 9 см

☐ 2) 7 см ☐ 4) $6\sqrt{2}$ см

А5. Площадь треугольника ABC равна 12 см^2, стороны AB и AC равны 5 см и 8 см соответственно, угол A острый. Найдите длину стороны BC.

☐ 1) 7 см ☐ 3) 5 см

☐ 2) 6 см ☐ 4) 8 см

А6. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 45° и $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

☐ 1) −12 ☐ 3) 18

☐ 2) 24 ☐ 4) −22

В1. Найдите значение выражения: $\dfrac{\sin^2 11° + \sin^2 79°}{\cos^2 53° + \cos^2 37°}$.

Ответ: ____________________

В2. Прямая пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках P и M соответственно. Найдите отношение площади треугольника APM к площади четырехугольника $MCBP$, если $AP : PB = 2 : 5$ и $AM : MC = 1 : 4$.

Ответ: ____________________

В3. В треугольнике ABC дано: $AB = a$, $BC = 3a$, $\angle ABC = 90°$. Найдите длину биссектрисы BD.

Ответ: ____________________

В4. Даны векторы $\vec{a}\{-4; 3\}$ и $\vec{b}\{3; 1\}$. Найдите вектор $\vec{c}$, если он удовлетворяет условиям: $\vec{a} \cdot \vec{c} = 43$ и $\vec{b} \cdot \vec{c} = -16$.

Ответ: ____________________

С1. Медианы треугольника ABC, проведенные из вершин B и C, пересекаются под прямым углом. Найдите длину стороны BC, если длина медианы треугольника, проведенной из вершины A, равна 18 см.

Ответ: ____________________

С2. Даны векторы $\overrightarrow{AB}\{9; 6\}$ и $\overrightarrow{AD}\{6; 2\}$. Отрезки AB и AD являются смежными сторонами параллелограмма. Найдите косинус угла между его диагоналями.

Ответ: ____________________

Тест 14. Обобщение темы «Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов»

Вариант 2

А1. В треугольнике ABC угол A равен $90°$, $AC = 15$ см, косинус угла B равен $\frac{12}{13}$. Найдите длину стороны BC.

☐ 1) 39 см ☐ 3) 25 см

☐ 2) $\frac{65}{4}$ см ☐ 4) 30 см

А2. Известно, что $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{3}$. Найдите величину $\sin\alpha + \cos\alpha$.

☐ 1) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ☐ 3) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

☐ 2) $\frac{2}{3}$ ☐ 4) $\frac{4}{3}$

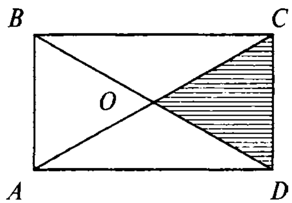
А3. Найдите площадь пятиугольника $ABCOD$ (см. рис.), если диагонали прямоугольника $ABCD$ равны 17 и $\angle COD = 30°$.

☐ 1) $18\frac{1}{16}$

☐ 2) $54\frac{3}{16}$

☐ 3) $72\frac{1}{4}$

☐ 4) 104



А4. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $AB = 15$ см, $\angle A = 40°$, $\angle B = 20°$.

☐ 1) $5\sqrt{3}$ см ☐ 3) $10\sqrt{3}$ см

☐ 2) 10 см ☐ 4) 12 см

А5. Площадь треугольника ABC равна 6 см^2, стороны AB и AC равны 3 см и 5 см соответственно, угол A острый. Найдите длину стороны BC.

☐ 1) 6 см ☐ 3) 3 см

☐ 2) 7 см ☐ 4) 4 см

А6. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $135°$ и $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{2}$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

☐ 1) −126 ☐ 3) 176

☐ 2) −186 ☐ 4) 83

В1. Найдите значение выражения: $\dfrac{2\sin^2 8° + 2\sin^2 82°}{\cos^2 51° + \cos^2 39°}$.

Ответ: ______________________

В2. Прямая пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках P и M соответственно. Найдите отношение площади треугольника APM к площади четырехугольника $MCBP$, если $AP : PB = 5 : 4$ и $AM : MC = 3 : 5$.

Ответ: ______________________

В3. В треугольнике ABC дано: $AB = a$, $BC = 2a$, $\angle ABC = 60°$. Найдите длину биссектрисы BD.

Ответ: ______________________

В4. Даны векторы $\vec{a}\{3; -4\}$ и $\vec{b}\{1; 2\}$. Найдите вектор $\vec{c}$, если он удовлетворяет условиям: $\vec{a} \cdot \vec{c} = -40$ и $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

Ответ: ______________________

С1. Медианы треугольника ABC, проведенные из вершин B и C, пересекаются под прямым углом. Найдите длину стороны BC, если длина медианы треугольника, проведенной из вершины A, равна 24 см.

Ответ: ______________________

С2. Даны векторы $\overrightarrow{AB}\{4; 8\}$ и $\overrightarrow{AD}\{1; 4\}$. Отрезки AB и AD являются смежными сторонами параллелограмма. Найдите косинус угла между его диагоналями.

Ответ: ______________________

Тест 15. Правильные многоугольники

Вариант 1

А1. Найдите углы правильного десятиугольника.

☐ 1) 144° ☐ 3) 156°

☐ 2) 150° ☐ 4) 162°

А2. Чему равна сумма внешних углов правильного одиннадцатиугольника, если при каждой вершине взято по одному внешнему углу?

☐ 1) 360° ☐ 3) 180°

☐ 2) 270° ☐ 4) 540°

А3. Вокруг правильного шестиугольника описана окружность. В этот шестиугольник также вписана окружность. Чему равно отношение радиусов этих окружностей?

☐ 1) $\sqrt{3} : 1$ ☐ 3) $\sqrt{2} : 1$

☐ 2) $2 : \sqrt{3}$ ☐ 4) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$

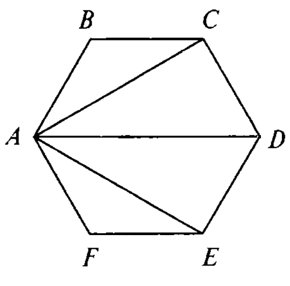
В1. В окружность вписаны правильные треугольник и четырехугольник. Чему равно отношение сторон треугольника и четырехугольника?

Ответ: ______________________

В2. В правильный шестиугольник со стороной a вписана окружность. Найдите ее радиус.

Ответ: ______________________

С1. Меньшая диагональ правильного шестиугольника равна c. Найдите сторону шестиугольника и его большую диагональ.



Ответ: ______________________

Тест 15. Правильные многоугольники

Вариант 2

А1. Найдите углы правильного двадцатиугольника.

☐ 1) 150° ☐ 3) 162°
☐ 2) 144° ☐ 4) 156°

А2. Чему равна сумма внешних углов правильного семиугольника, если при каждой вершине взято по одному внешнему углу?

☐ 1) 180° ☐ 3) 540°
☐ 2) 270° ☐ 4) 360°

А3. Вокруг правильного четырехугольника описана окружность. В этот четырехугольник также вписана окружность. Чему равно отношение радиусов этих окружностей?

☐ 1) $2 : \sqrt{2}$ ☐ 3) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$
☐ 2) $\sqrt{3} : 2$ ☐ 4) $\sqrt{3} : 1$

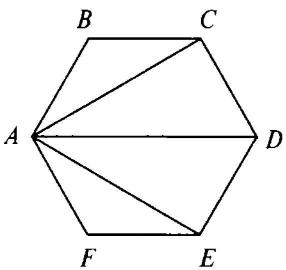
В1. В окружность вписаны правильные четырехугольник и шестиугольник. Чему равно отношение сторон четырехугольника и шестиугольника?

Ответ: ____________________

В2. В правильный треугольник со стороной a вписана окружность. Найдите ее радиус.

Ответ: ____________________

С1. Сторона правильного шестиугольника равна c. Найдите его диагонали.



Ответ: ____________________

Тест 16. Правильные многоугольники. Вписанная и описанная окружности

Вариант 1

А1. Найдите площадь правильного треугольника со стороной a.

☐ 1) $a^2\sqrt{3}$

☐ 2) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

☐ 3) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

☐ 4) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$

А2. В окружность радиуса R вписан правильный шестиугольник. Найдите его площадь.

☐ 1) $\sqrt{3}R^2$

☐ 2) $2\sqrt{3}R^2$

☐ 3) $3\sqrt{3}R^2$

☐ 4) $\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$

А3. В правильный треугольник вписана окружность радиуса r. Найдите площадь треугольника.

☐ 1) $3\sqrt{3}r^2$

☐ 2) $2\sqrt{3}r^2$

☐ 3) $\sqrt{3}r^2$

☐ 4) $4\sqrt{3}r^2$

В1. В окружность вписан правильный четырехугольник, и вокруг этой окружности описан правильный четырехугольник. Найдите отношения периметров и площадей этих четырехугольников.

Ответ: ______________________________

В2. В окружность вписаны правильный шестиугольник и квадрат. Площадь квадрата равна S. Найдите сторону и площадь шестиугольника.

Ответ: ______________________________

С1. Вокруг окружности описаны правильный треугольник и квадрат. Найдите отношение площадей этих фигур.

Ответ: ______________________________

Тест 16. Правильные многоугольники. Вписанная и описанная окружности

Вариант 2

А1. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной a.

☐ 1) $3\sqrt{3}a^2$

☐ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

☐ 3) $2\sqrt{3}a^2$

☐ 4) $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

А2. В окружность радиуса R вписан правильный четырехугольник. Найдите его площадь.

☐ 1) $2R^2$

☐ 2) $2\sqrt{2}R^2$

☐ 3) $\sqrt{2}R^2$

☐ 4) $4\sqrt{2}R^2$

А3. В правильный шестиугольник вписана окружность радиуса r. Найдите площадь шестиугольника.

☐ 1) $\sqrt{3}r^2$

☐ 2) $2\sqrt{3}r^2$

☐ 3) $3\sqrt{3}r^2$

☐ 4) $4\sqrt{3}r^2$

В1. В окружность вписан правильный треугольник, и вокруг этой окружности описан правильный треугольник. Найдите отношения периметров и площадей этих треугольников.

Ответ: ______________________________

В2. В окружность вписаны правильный треугольник и квадрат. Площадь квадрата равна S. Найдите сторону и площадь треугольника.

Ответ: ______________________________

С1. Вокруг окружности описаны квадрат и правильный шестиугольник. Найдите отношение площадей этих фигур.

Ответ: ______________________________

Тест 17. Длина окружности и площадь круга

Вариант 1

А1. Радиусы концентрических окружностей равны 8 см и 9 см. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.

☐ 1) 17π см^2
☐ 2) 15π см^2
☐ 3) 21π см^2
☐ 4) 18π см^2

А2. Площадь круга равна S. Найдите длину окружности, ограничивающей данный круг.

☐ 1) $\sqrt{\pi S}$
☐ 2) $\pi\sqrt{S}$
☐ 3) $2\sqrt{\pi S}$
☐ 4) $2\pi\sqrt{S}$

А3. Найдите площадь кругового сектора, если его радиус равен 7 см и длина дуги равна 12 см.

☐ 1) 64 см^2
☐ 2) 84 см^2
☐ 3) 21π см^2
☐ 4) 42 см^2

В1. Круговой сектор ограничен радиусами, равными 5 см, и дугой в 90°. Найдите площадь круга, вписанного в этот сектор.

Ответ: ____________________

В2. Центры двух пересекающихся окружностей расположены по разные стороны от их общей хорды. Хорда равна a и служит в одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а в другой – вписанного квадрата. Найдите расстояние между центрами этих окружностей.

Ответ: ____________________

С1. Дан треугольник со сторонами 15, 16 и 17. Найдите радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.

Ответ: ____________________

Тест 17. Длина окружности и площадь круга

Вариант 2

А1. Радиусы концентрических окружностей равны 9 см и 12 см. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.

☐ 1) 42π см^2
☐ 2) 27π см^2
☐ 3) 63π см^2
☐ 4) 9π см^2

А2. Длина окружности, ограничивающей круг, равна c. Найдите площадь данного круга.

☐ 1) $\dfrac{c^2}{\pi}$ ☐ 3) $\dfrac{c^2}{4\pi}$

☐ 2) $\dfrac{c^2}{2\pi}$ ☐ 4) πc^2

А3. Найдите площадь кругового сектора, если его радиус равен 8 см и длина дуги равна 14 см.

☐ 1) 28 см^2 ☐ 3) 56π см^2
☐ 2) 56 см^2 ☐ 4) 42π см^2

В1. Круговой сектор ограничен радиусами, равными 4 см, и дугой в 60°. Найдите площадь круга, вписанного в этот сектор.

Ответ: ____

В2. Центры двух пересекающихся окружностей расположены по одну сторону от их общей хорды. Хорда равна a и служит в одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а в другой – вписанного квадрата. Найдите расстояние между центрами этих окружностей.

Ответ: ____

С1. Дан треугольник со сторонами 17, 18 и 19. Найдите радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.

Ответ: ____

Тест 18. Обобщение темы «Длина окружности и площадь круга»

Вариант 1

А1. Найдите сумму углов правильного девятиугольника.

☐ 1) 1440° ☐ 3) 1080°

☐ 2) 1260° ☐ 4) 900°

А2. Хорда окружности, равная a, стягивает дугу в 90°. Найдите радиус окружности.

☐ 1) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ ☐ 3) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

☐ 2) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ☐ 4) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

А3. В прямоугольный треугольник с катетами, равными 8 см и 15 см, вписана окружность. Найдите ее радиус.

☐ 1) 2,5 см ☐ 3) 3 см

☐ 2) 3,5 см ☐ 4) 4 см

А4. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник. Найдите разность площадей окружности и треугольника.

☐ 1) $\frac{R^2}{4}\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)$

☐ 2) $\frac{R^2}{3}\left(\pi - \sqrt{3}\right)$

☐ 3) $\frac{R^2}{4}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$

☐ 4) $\frac{R^2}{2}\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)$

А5. Даны две концентрические окружности. Площадь кольца, ограниченного этими окружностями, равна S. Найдите радиус большей окружности, если радиус меньшей окружности равен r.

☐ 1) $\sqrt{r^2 + \frac{S}{\pi}}$ ☐ 3) $\sqrt{\pi r^2 + S}$

☐ 2) $r + \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ ☐ 4) $r + \pi\sqrt{S}$

А6. В сегмент круга радиуса R, ограниченный дугой в 60° и стягивающей ее хордой, вписана наибольшая окружность. Найдите ее радиус.

☐ 1) $\dfrac{R(2-\sqrt{3})}{3}$ ☐ 3) $\dfrac{R(3-\sqrt{3})}{2}$

☐ 2) $\dfrac{R(3-\sqrt{3})}{4}$ ☐ 4) $\dfrac{R(2-\sqrt{3})}{4}$

В1. Углы правильного многоугольника равны 150°. Найдите число сторон этого многоугольника.

Ответ: ________________________________

В2. Найдите площадь сегмента, ограниченного хордой и дугой в 120°, если радиус окружности равен R.

Ответ: ________________________________

В3. В угол вписаны две окружности, которые касаются сторон угла и друг друга. Отношение площадей соответствующих кругов равно $97 + 56\sqrt{3}$. Найдите величину угла.

Ответ: ________________________________

В4. Общей хордой двух кругов стягиваются дуги в 60° и 120°. Найдите отношение площадей этих кругов.

Ответ: ________________________________

С1. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а боковая сторона равна 10 см. Найдите радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.

Ответ: ________________________________

С2. Три круга (площадь каждого из них равна S) касаются друг друга. Найдите площадь круга, который внутренним образом касается трех данных кругов.

Ответ: ________________________________

Тест 18. Обобщение темы «Длина окружности и площадь круга»

Вариант 2

А1. Найдите сумму углов правильного семиугольника.

☐ 1) 1260° ☐ 3) 900°

☐ 2) 1080° ☐ 4) 1440°

А2. Хорда окружности, равная a, стягивает дугу в 120°. Найдите радиус окружности.

☐ 1) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ ☐ 3) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

☐ 2) $a\sqrt{3}$ ☐ 4) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

А3. В прямоугольный треугольник с катетами, равными 5 см и 12 см, вписана окружность. Найдите ее радиус.

☐ 1) 2,5 см ☐ 3) 3 см

☐ 2) 2 см ☐ 4) 3,5 см

А4. В окружность радиуса R вписан правильный шестиугольник. Найдите разность площадей окружности и шестиугольника.

☐ 1) $R^2\left(\pi - \sqrt{3}\right)$

☐ 2) $\frac{R^2}{2}\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)$

☐ 3) $\frac{R^2}{2}\left(2\pi - \sqrt{3}\right)$

☐ 4) $\frac{R^2}{3}\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)$

А5. Даны две концентрические окружности. Площадь кольца, ограниченного этими окружностями, равна S. Найдите радиус меньшей окружности, если радиус большей окружности равен R.

☐ 1) $R - \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ ☐ 3) $\sqrt{R^2 - \frac{S}{\pi}}$

☐ 2) $\sqrt{\pi R^2 - S}$ ☐ 4) $R - \pi\sqrt{S}$

А6. В сегмент круга радиуса R, ограниченный дугой в 90° и стягивающей ее хордой, вписана наибольшая окружность. Найдите ее радиус.

☐ 1) $\frac{R\left(2-\sqrt{3}\right)}{4}$ ☐ 3) $\frac{R\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}$

☐ 2) $\frac{R\left(2-\sqrt{2}\right)}{4}$ ☐ 4) $\frac{R\left(2-\sqrt{3}\right)}{2}$

В1. Углы правильного многоугольника равны 156°. Найдите число сторон этого многоугольника.

Ответ: ______________________________

В2. Найдите площадь сегмента, ограниченного хордой и дугой в 60°, если радиус окружности равен R.

Ответ: ______________________________

В3. В угол вписаны две окружности, которые касаются сторон угла и друг друга. Отношение площадей соответствующих кругов равно $17+12\sqrt{2}$. Найдите величину угла.

Ответ: ______________________________

В4. Общей хордой двух кругов стягиваются дуги в 60° и 90°. Найдите отношение площадей этих кругов.

Ответ: ______________________________

С1. В равнобедренном треугольнике основание равно 24 см, а боковая сторона равна 13 см. Найдите радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.

Ответ: ______________________________

С2. Три одинаковых круга касаются друг друга. Площадь круга, который внутренним образом касается трех данных кругов, равна S. Найдите площадь каждого данного круга.

Ответ: ______________________________

Тест 19. Осевая и центральная симметрия

Вариант 1

А1. Укажите координаты точки, симметричной точке A (–4; 3) относительной прямой, заданной уравнением $y = 1$.

☐ 1) (–4; 2) ☐ 3) (–4; –1)
☐ 2) (–2; 1) ☐ 4) (–2; –1)

А2. Найдите точку, симметричную точке A (5; 3) относительно точки B (3; 1).

☐ 1) (4; 2) ☐ 3) (2; 2)
☐ 2) (1; –1) ☐ 4) (1; 1)

А3. При симметрии относительно точки B точка A (1; 3) переходит в точку A_1 (3; 5). В какую точку C_1 переходит точка C (–2; –6) при той же центральной симметрии?

☐ 1) (6; 14) ☐ 3) (10; 6)
☐ 2) (6; 8) ☐ 4) (8; 4)

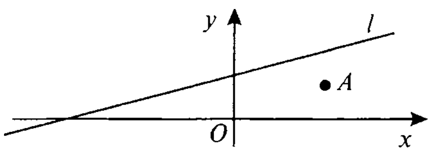
В1. Укажите координаты точки, симметричной точке A (3; 1) относительно прямой, заданной уравнением $y = 2x$.

Ответ: ______________________________

В2. Треугольник ABC имеет вершины A (2; 1), B (3; 6), C (–1; –3). Этот треугольник отображается в треугольник $A_1B_1C_1$ относительно точки D (–5; 3). Найдите координаты вершин A_1, B_1, C_1.

Ответ: ______________________________

С1. Найдите расстояние от точки A (3; 1) до прямой l, заданной уравнением $2x - 5y + 7 = 0$.



Ответ: ______________________________

Тест 19. Осевая и центральная симметрия

Вариант 2

A1. Укажите координаты точки, симметричной точке $A\ (5;\ 3)$ относительной прямой, заданной уравнением $x = 2$.

☐ 1) $(-1;\ 3)$	☐ 3) $(0;\ 3)$
☐ 2) $(2;\ 3)$	☐ 4) $(1;\ 3)$

A2. Найдите точку, симметричную точке $A\ (-4;\ 3)$ относительно точки $B\ (2;\ 1)$.

☐ 1) $(2;\ 4)$	☐ 3) $(8;\ -1)$
☐ 2) $(1;\ 2)$	☐ 4) $(2;\ -1)$

A3. При симметрии относительно точки B точка $A\ (-3;\ -1)$ переходит в точку $A_1\ (5;\ 7)$. В какую точку C_1 переходит точка $C\ (3;\ 4)$ при той же центральной симметрии?

☐ 1) $(2;\ 3)$	☐ 3) $(-3;\ 1)$
☐ 2) $(4;\ 5)$	☐ 4) $(-1;\ 2)$

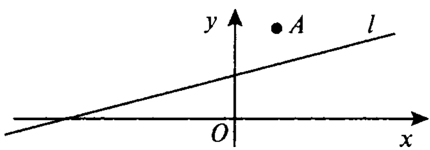
B1. Укажите координаты точки, симметричной точке $A\ (-1;\ 3)$ относительно прямой, заданной уравнением $y = 2x$.

Ответ: ______________________________

B2. Треугольник ABC имеет вершины $A\ (1;\ 5)$, $B\ (2;\ 7)$, $C\ (-3;\ -1)$. Этот треугольник отображается в треугольник $A_1B_1C_1$ относительно точки $D\ (-4;\ 2)$. Найдите координаты вершин A_1, B_1, C_1.

Ответ: ______________________________

C1. Найдите расстояние от точки $A\ (2;\ 3)$ до прямой l, заданной уравнением $3x - 5y + 2 = 0$.



Ответ: ______________________________

Тест 20. Параллельный перенос и поворот

Вариант 1

А1. В результате параллельного переноса точка A (–1; 3) переходит в точку A_1 (2; 4), а точка B (1; –3) – в точку B_1. Найдите координаты точки B_1.

☐ 1) (4; –2) ☐ 3) (1; 7)
☐ 2) (4; 3) ☐ 4) (4; 0)

А2. Точка A (7; –3) переходит в точку A_1 при повороте на 90° против часовой стрелки вокруг начала координат. Укажите координаты точки A_1.

☐ 1) (–7; 3) ☐ 3) (3; –7)
☐ 2) (–7; –3) ☐ 4) (3; 7)

А3. Напишите уравнение прямой, которая получается параллельным переносом прямой $2x - 3y = 1$ на вектор $\vec{a}\{5; -9\}$.

☐ 1) $2x - 3y = 28$
☐ 2) $2x - 3y = 38$
☐ 3) $2x - 3y = 41$
☐ 4) $2x - 3y = 24$

В1. При параллельном переносе точка A (4; 3) переходит в точку A_1 (5; 4). Напишите уравнение кривой, в которую переходит парабола $y = x^2 - 3x + 1$ при таком движении.

Ответ: ______________________________

В2. Составьте уравнение образа окружности $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 11 = 0$ при повороте на 90° по часовой стрелке относительно начала координат.

Ответ: ______________________________

С1. При параллельном переносе прямая $3x + y + 5 = 0$ переходит в прямую $3x + y - 11 = 0$, а прямая $x - y + 3 = 0$ – в прямую $x - y - 1 = 0$. Найдите координаты точки A_1, в которую при этом параллельном переносе переходит точка A (–4; 2).

Ответ: ______________________________

Тест 20. Параллельный перенос и поворот

Вариант 2

A1. В результате параллельного переноса точка A (3; –2) переходит в точку A_1 (–2; 1), а точка B (1; 2) – в точку B_1. Найдите координаты точки B_1.

- ☐ 1) (5; –3)
- ☐ 2) (–3; 5)
- ☐ 3) (1; –5)
- ☐ 4) (–4; 5)

A2. Точка A (8; 4) переходит в точку A_1 при повороте на 90° по часовой стрелке вокруг начала координат. Укажите координаты точки A_1.

- ☐ 1) (4; 8)
- ☐ 2) (4; –8)
- ☐ 3 (–8; –4)
- ☐ 4) (–4; –8)

A3. Напишите уравнение прямой, которая получается параллельным переносом прямой $3x + 4y = 5$ на вектор $\vec{a}\{-7; 6\}$.

- ☐ 1) $3x + 4y = 9$
- ☐ 2) $3x + 4y = -1$
- ☐ 3) $3x + 4y = 8$
- ☐ 4) $3x + 4y = 2$

B1. При параллельном переносе точка A (3; –2) переходит в точку A_1 (2; –1). Напишите уравнение кривой, в которую переходит парабола $y = x^2 + 5x - 1$ при таком движении.

Ответ: ______________________________

B2. Составьте уравнение образа окружности $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$ при повороте на 90° против часовой стрелки относительно начала координат.

Ответ: ______________________________

C1. При параллельном переносе прямая $2x - y + 2 = 0$ переходит в прямую $2x - y - 3 = 0$, а прямая $x + y + 1 = 0$ – в прямую $x + y - 3 = 0$. Найдите координаты точки A_1, в которую при этом параллельном переносе переходит точка A (–1; 2).

Ответ: ______________________________

Тест 21. Обобщение темы «Движения»

Вариант 1

А1. Напишите уравнение прямой m, симметричной прямой n, заданной уравнением $x - y + 3 = 0$, относительно оси $x = 2$.

☐ 1) $x - y + 1 = 0$ ☐ 3) $x - y + 5 = 0$

☐ 2) $x + y - 7 = 0$ ☐ 4) $x + y + 1 = 0$

А2. Точка A_1 (–3; 1) симметрична точке A (9; –5) относительно точки B. Найдите координаты центра B симметрии.

☐ 1) (3; –2) ☐ 3) (3; 2)

☐ 2) (–2; 3) ☐ 4) (–2; –3)

А3. Определите оси симметрии графика зависимости, которая задается уравнением $3|x + 1| + 4|y - 3| = 6$.

☐ 1) $x = 1, y = -3$ ☐ 3) $x = -1, y = -3$

☐ 2) $x = 1, y = 3$ ☐ 4) $x = -1, y = 3$

А4. Дан отрезок AB с координатами концов A (1; –5) и B (4; –3). При параллельном переносе на вектор $\vec{a}\{-6; 1\}$ этого отрезка получен отрезок A_1B_1. Найдите координаты концов отрезка A_1B_1.

☐ 1) A_1 (5; 4), B_1 (2; 2)

☐ 2) A_1 (–5; –4), B_1 (2; 2)

☐ 3) A_1 (–5; –4), B_1 (–2; –2)

☐ 4) A_1 (5; 4), B_1 (–2; –2)

А5. Напишите уравнение прямой m, которая получается при параллельном переносе прямой n, заданной уравнением $3x - 5y - 2 = 0$, на вектор $\vec{a}\{-2; 3\}$.

☐ 1) $3x - 5y - 5 = 0$ ☐ 3) $3x - 5y + 1 = 0$

☐ 2) $3x - 5y + 19 = 0$ ☐ 4) $3x - 5y + 6 = 0$

А6. Отрезок AB с координатами концов A (–3; 2), B (4; –5) повернут на угол 180° вокруг начала координат и в результате этого получен отрезок A_1B_1. Найдите координаты концов этого отрезка.

☐ 1) A_1 (3; –2), B_1 (–4; 5)

☐ 2) A_1 (3; –2), B_1 (5; –4)

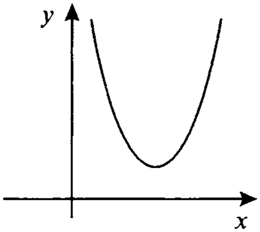
☐ 3) A_1 (–2; 3), B_1 (–4; 5)

☐ 4) A_1 (3; 2), B_1 (5; 4)

B1. Точка A_1 (–3; 1) симметрична точке A (–5; 3) относительно прямой m. Напишите уравнение прямой m.

Ответ: ____________________

B2. Напишите уравнение кривой, в которую переходит парабола $y = x^2 - 7x + 5$ при ее отображении относительно начала координат.



Ответ: ____________________

B3. При параллельном переносе на вектор $\vec{a}\,\{-2; 1\}$ график зависимости $y = \dfrac{x+3}{2x-5}$ переходит в некоторую кривую. Напишите уравнение этой кривой.

Ответ: ____________________

B4. Составьте уравнение образа окружности $x^2 + y^2 - 10x + 12y = 0$ при повороте на 270° против часовой стрелки относительно начала координат.

Ответ: ____________________

C1. В результате некоторого движения точка A (–8; 5) переходит в точку A_1 (6; 3), а точка B (2; 11) – в точку B_1 (–4; –3). В какую точку при таком движении переходит точка C (1; 3)?

Ответ: ____________________

C2. Найдите расстояние между параллельными прямыми, заданными уравнениями $2x - 3y - 5 = 0$ и $2x - 3y - 12 = 0$.

Ответ: ____________________

Тест 21. Обобщение темы «Движения»

Вариант 2

А1. Напишите уравнение прямой *m*, симметричной прямой *n*, заданной уравнением $x + y + 4 = 0$, относительно оси $y = 1$.

☐ 1) $x - y + 5 = 0$ ☐ 3) $x - y + 4 = 0$
☐ 2) $x - y + 3 = 0$ ☐ 4) $x - y + 6 = 0$

А2. Точка A_1 (−4; −2) симметрична точке *A* (2; −8) относительно точки *B*. Найдите координаты центра *B* симметрии.

☐ 1) (5; 1) ☐ 3) (−1; −5)
☐ 2) (−5; −1) ☐ 4) (1; 5)

А3. Определите оси симметрии графика зависимости, которая задается уравнением $2|x - 2| + 3|y + 4| = 7$.

☐ 1) $x = -2$, $y = 4$ ☐ 3) $x = 2$, $y = 4$
☐ 2) $x = 2$, $y = -4$ ☐ 4) $x = -2$, $y = -4$

А4. Дан отрезок *AB* с координатами концов *A* (−3; 4) и *B* (2; −1). При параллельном переносе на вектор $\vec{a}\,\{4; -2\}$ этого отрезка получен отрезок A_1B_1. Найдите координаты концов отрезка A_1B_1.

☐ 1) A_1 (1; 2), B_1 (−6; 3)
☐ 2) A_1 (−1; 2), B_1 (6; −3)
☐ 3) A_1 (−1; −2), B_1 (6; −3)
☐ 4) A_1 (1; 2), B_1 (6; −3)

А5. Напишите уравнение прямой *m*, которая получается при параллельном переносе прямой *n*, заданной уравнением $2x + 7y - 3 = 0$, на вектор $\vec{a}\,\{3; -4\}$.

☐ 1) $2x + 7y - 7 = 0$ ☐ 3) $2x + 7y + 19 = 0$
☐ 2) $2x + 7y + 1 = 0$ ☐ 4) $2x + 7y + 12 = 0$

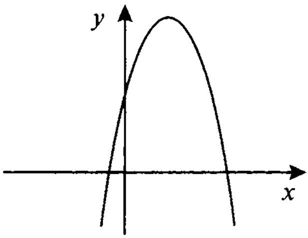
А6. Отрезок *AB* с координатами концов *A* (2; −3), *B* (−7; 1) повернут на угол 180° вокруг начала координат и в результате этого получен отрезок A_1B_1. Найдите координаты концов этого отрезка.

☐ 1) A_1 (2; −3), B_1 (7; −1)
☐ 2) A_1 (−2; 3), B_1 (7; −1)
☐ 3) A_1 (−2; 3), B_1 (−7; −1)
☐ 4) A_1 (2; −3), B_1 (−7; −1)

B1. Точка A_1 $(-5; -1)$ симметрична точке A $(3; -3)$ относительно прямой m. Напишите уравнение прямой m.

Ответ: ____________________

B2. Напишите уравнение кривой, в которую переходит парабола $y = -x^2 + 3x + 7$ при ее отображении относительно начала координат.



Ответ: ____________________

B3. При параллельном переносе на вектор $\vec{a}\left\{-1; 2\right\}$ график зависимости $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$ переходит в некоторую кривую. Напишите уравнение этой кривой.

Ответ: ____________________

B4. Составьте уравнение образа окружности $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ при повороте на 270° против часовой стрелки относительно начала координат.

Ответ: ____________________

C1. В результате некоторого движения точка A $(-3; 1)$ переходит в точку A_1 $(9; 3)$, а точка B $(2; -4)$ – в точку B_1 $(4; 8)$. В какую точку при таком движении переходит точка C $(5; -2)$?

Ответ: ____________________

C2. Найдите расстояние между параллельными прямыми, заданными уравнениями $3x + 5y - 8 = 0$ и $3x + 5y + 11 = 0$.

Ответ: ____________________

Тест 22. Итоговый по программе 9 класса

Вариант 1

А1. Вектор $\vec{c}$ разложен по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ следующим образом: $\vec{c} = 3\vec{a} - 5\vec{b}$. Найдите разложение вектора $\vec{b}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

☐ 1) $\frac{1}{5}\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{c}$

☐ 2) $\frac{3}{5}\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{c}$

☐ 3) $\frac{3}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{c}$

☐ 4) $\frac{1}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{c}$

А2. Найдите площадь круга, ограниченного окружностью, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$.

☐ 1) 12π

☐ 2) 8π

☐ 3) 10π

☐ 4) 3π

А3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $A\ (-3;\ 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(2;\ 5)$.

☐ 1) $5x + 2y + 13 = 0$

☐ 2) $2x + 5y - 2 = 0$

☐ 3) $5x + 2y + 4 = 0$

☐ 4) $2x + 5y + 1 = 0$

А4. Найдите величину $\left|4\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}\right|$, если $\left|\vec{a}\right| = 1$, $\left|\vec{b}\right| = 2$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $45°$.

☐ 1) $2\sqrt{10}$

☐ 2) $\sqrt{10}$

☐ 3) $2\sqrt{2}$

☐ 4) $4\sqrt{2}$

А5. Найдите отношение площадей правильных четырехугольника и треугольника, вписанных в одну и ту же окружность.

☐ 1) $8\sqrt{2} : 9$

☐ 2) $4\sqrt{2} : 3$

☐ 3) $8\sqrt{3} : 9$

☐ 4) $4\sqrt{3} : 9$

А6. Чему равны координаты точки, симметричной точке $A\ (-3;\ -1)$ относительно прямой, заданной уравнением $y = 2$?

☐ 1) $(-3;\ 1)$

☐ 2) $(-3;\ -3)$

☐ 3) $(5;\ -3)$

☐ 4) $(-3;\ 5)$

B1. Дано: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$. Точка E лежит на отрезке BC, $BE : EC = 2 : 3$. Разложите вектор $\overrightarrow{AE}$ по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ______________________________

B2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90°$) медиана $AM = m$ проведена к меньшему катету и образует с большим катетом угол $22°30'$. Найдите площадь треугольника.

Ответ: ______________________________

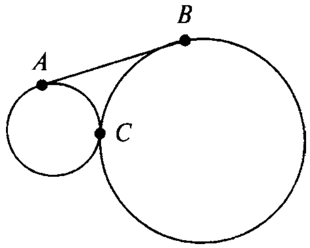
B3. Три окружности радиуса 4 см касаются друг друга. Найдите площадь криволинейного треугольника, ограниченного дугами этих окружностей.

Ответ: ______________________________

B4. Напишите уравнение окружности, симметричной окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$, относительно точки $A\ (-1; 3)$.

Ответ: ______________________________

C1. Окружности радиусов R и $4R$ касаются внешним образом. К этим окружностям проведена общая касательная AB. В криволинейный треугольник ABC (см. рис.), образованный касательной и дугами окружностей, вписана окружность. Найдите ее радиус.



Ответ: ______________________________

C2. Высоты треугольника равны 12, 8 и 6. Найдите радиусы вписанной и описанной окружностей.

Ответ: ______________________________

Тест 22. Итоговый по программе 9 класса

Вариант 2

А1. Вектор $\vec{c}$ разложен по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ следующим образом: $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. Найдите разложение вектора $\vec{a}$ по векторам $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

☐ 1) $\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$ ☐ 3) $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{c}$

☐ 2) $\frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$ ☐ 4) $\frac{3}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

А2. Найдите площадь круга, ограниченного окружностью, заданной уравнением $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 7 = 0$.

☐ 1) 7π ☐ 3) 20π

☐ 2) 16π ☐ 4) 18π

А3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $A\ (3; -4)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(2; 3)$.

☐ 1) $2x - 3y + 4 = 0$

☐ 2) $2x + 3y + 6 = 0$

☐ 3) $3x - 2y + 6 = 0$

☐ 4) $3x + 2y - 1 = 0$

А4. Найдите величину $|2\vec{a} - \sqrt{3}\vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $30°$.

☐ 1) $2\sqrt{3}$ ☐ 3) $\sqrt{15}$

☐ 2) $6 - 2\sqrt{3}$ ☐ 4) $2\sqrt{21}$

А5. Найдите отношение площадей правильных шестиугольника и четырехугольника, вписанных в одну и ту же окружность.

☐ 1) $3\sqrt{3} : 2$

☐ 2) $2\sqrt{3} : 3$

☐ 3) $3\sqrt{3} : 4$

☐ 4) $4\sqrt{3} : 3$

А6. Чему равны координаты точки A_1, симметричной точке $A\ (-2; -3)$ относительно прямой, заданной уравнением $x = 1$?

☐ 1) $(4; -3)$ ☐ 3) $(-3; 4)$

☐ 2) $(-1; -3)$ ☐ 4) $(-3; -1)$

B1. Дано: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$. Точка E лежит на отрезке BC, $BE : EC = 3 : 4$. Разложите вектор $\overrightarrow{AE}$ по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: ______________________________

B2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90°$) медиана $AM = m$ проведена к меньшему катету и образует с большим катетом угол $15°$. Найдите площадь треугольника.

Ответ: ______________________________

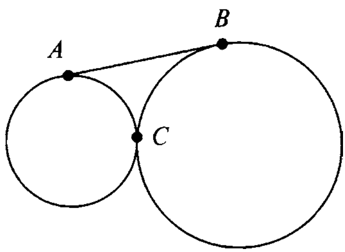
B3. Три окружности радиуса 6 см касаются друг друга. Найдите площадь криволинейного треугольника, ограниченного дугами этих окружностей.

Ответ: ______________________________

B4. Напишите уравнение окружности, симметричной окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$, относительно точки A (1; 2).

Ответ: ______________________________

C1. Окружности радиусов $4R$ и $9R$ касаются внешним образом. К этим окружностям проведена общая касательная AB. В криволинейный треугольник ABC (см. рис.), образованный касательной и дугами окружностей, вписана окружность. Найдите ее радиус.



Ответ: ______________________________

C2. Высоты треугольника равны 3, 4 и 6. Найдите радиусы вписанной и описанной окружностей.

Ответ: ______________________________

Тест 23. Итоговый по курсу геометрии (7–9 классы)

Вариант 1

А1. Найдите высоты равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 30 см, а основание равно 36 см.

☐ 1) 24 см и 28 см

☐ 2) 12 см и 28 см

☐ 3) 24 см и $\frac{144}{5}$ см

☐ 4) 24 см и 14 см

А2. На стороне AC треугольника ABC взята точка M, причем $AM : MC = 2 : 7$. Найдите площадь треугольника MBC, если площадь треугольника ABC равна 72 см^2.

☐ 1) 28 см^2

☐ 2) 56 см^2

☐ 3) 16 см^2

☐ 4) 32 см^2

А3. Основания трапеции равны 16 см и 20 см, а одна из диагоналей равна 18 см. Найдите длины отрезков, на которые точка пересечения диагоналей трапеции делит эту диагональ.

☐ 1) 8 см и 10 см

☐ 2) 12 см и 6 см

☐ 3) 4 см и 14 см

☐ 4) 2 см и 16 см

А4. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ взяли точку M. Найдите площадь треугольника MCB, если площадь параллелограмма равна 34 см^2.

☐ 1) 21 см^2

☐ 2) 28 см^2

☐ 3) 30 см^2

☐ 4) 17 см^2

А5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 120°, а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно c.

☐ 1) $c\sqrt{3}$

☐ 2) $\frac{c\sqrt{2}}{2}$

☐ 3) $\frac{c\sqrt{3}}{2}$

☐ 4) $\frac{c}{2}$

А6. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Найдите площадь трапеции, если ее боковые стороны равны 14 см и 22 см.

☐ 1) 252 см^2	☐ 3) 308 см^2
☐ 2) 126 см^2	☐ 4) 154 см^2

В1. Точка M выбрана на боковой стороне AC равнобедренного треугольника ABC так, что $AM = 3$ см. Найдите длину отрезка BM, если $AB = AC = 9$ см, $BC = 6$ см.

Ответ: ______________________________

В2. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD. Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 12$ см, а расстояние от точки K до стороны AB равно 4 см.

Ответ: ______________________________

В3. Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит ромб на треугольник с площадью 40 см^2 и трапецию с площадью 60 см^2. Найдите диаметр окружности, вписанной в ромб.

Ответ: ______________________________

В4. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания вписанной окружности с одним из катетов делит этот катет на отрезки 6 см и 5 см. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника.

Ответ: ______________________________

С1. В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 72°, биссектриса этого угла равна $\sqrt{20}$. Найдите стороны треугольника.

Ответ: ______________________________

С2. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC выбраны точки M, K и P так, что $AM : MB = 1 : 2$, $BK : KC = 2 : 3$, $CP : PA = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника MPK, если площадь треугольника ABC равна S.

Ответ: ______________________________

Тест 23. Итоговый по курсу геометрии (7–9 классы)

Вариант 2

А1. Найдите высоты равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 17 см, а основание равно 30 см.

☐ 1) 8 см и 14 см

☐ 2) 8 см и $\frac{240}{17}$ см

☐ 3) 4 см и 14 см

☐ 4) 8 см и 7 см

А2. На стороне AC треугольника ABC взята точка M, причем $AM : MC = 3 : 5$. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника ABM равна 48 см^2.

☐ 1) 128 см^2

☐ 2) 80 см^2

☐ 3) 72 см^2

☐ 4) 108 см^2

А3. Основания трапеции равны 12 см и 18 см, а одна из диагоналей равна 20 см. Найдите длины отрезков, на которые точка пересечения диагоналей трапеции делит эту диагональ.

☐ 1) 14 см и 6 см

☐ 2) 7 см и 13 см

☐ 3) 8 см и 12 см

☐ 4) 4 см и 16 см

А4. На стороне AB параллелограмма $ABCD$ взяли точку M. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника MCD равна 54 см^2.

☐ 1) 162 см^2 ☐ 3) 128 см^2

☐ 2) 108 см^2 ☐ 4) 81 см^2

А5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 90°, а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно c.

☐ 1) $c\sqrt{2}$ ☐ 3) $c\sqrt{3}$

☐ 2) $\frac{c}{2}$ ☐ 4) $\frac{c\sqrt{2}}{2}$

А6. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Найдите площадь трапеции, если ее боковые стороны равны 8 см и 18 см.

☐ 1) 72 см^2 ☐ 3) 104 см^2

☐ 2) 64 см^2 ☐ 4) 144 см^2

В1. Точка M выбрана на боковой стороне AC равнобедренного треугольника ABC так, что $AM = 4$ см. Найдите длину отрезка BM, если $AB = AC = 16$ см, $BC = 8$ см.

Ответ: ______________________________

В2. Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K, лежащей на стороне AD. Найдите площадь параллелограмма, если $AB = 9$ см, а расстояние от точки K до стороны BC равно 6 см.

Ответ: ______________________________

В3. Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит ромб на треугольник с площадью 30 см^2 и трапецию с площадью 70 см^2. Найдите диаметр окружности, вписанной в ромб.

Ответ: ______________________________

В4. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания вписанной окружности с одним из катетов делит этот катет на отрезки 8 см и 7 см. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника.

Ответ: ______________________________

С1. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 36°, биссектриса угла при основании равна $\sqrt{80}$. Найдите стороны треугольника.

Ответ: ______________________________

С2. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC выбраны точки M, K и P так, что $AM : MB = 2 : 1$, $BK : KC = 3 : 2$, $CP : PA = 3 : 1$. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника MPK равна S.

Ответ: ______________________________

ПРИЛОЖЕНИЯ

Самостоятельные работы

Самостоятельная работа № 1. Понятие вектора

Вариант 1

1. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точки K, L, M, N – середины сторон AB, BC, CD, DA соответственно. Установите связь между векторами $\overrightarrow{KL}$, $\overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{AC}$.

2. В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $AD = 10$ точка $K \in AB$ и $AK : KB = 1 : 2$, точка $L \in CD$ и $CL : LD = 1 : 3$. Найдите величину $\left|\overrightarrow{LK}\right|$.

3. В равностороннем треугольнике ABC со стороной a отрезок AD – медиана. Точка E – середина отрезка BD. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AE}\right|$.

Вариант 2

1. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точки K, L, M, N – середины сторон AB, BC, CD, DA соответственно. Установите связь между векторами $\overrightarrow{NK}$, $\overrightarrow{LM}$ и $\overrightarrow{BD}$.

2. В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами $AB = 20$ и $AD = 12$ точка $K \in AB$ и $AK : KB = 2 : 3$, точка $L \in CD$ и $CL : LD = 1 : 4$. Найдите величину $\left|\overrightarrow{KL}\right|$.

3. В равностороннем треугольнике ABC со стороной a отрезок AD – медиана. Точка $E \in BD$ и $BE : ED = 1 : 2$. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AE}\right|$.

Самостоятельная работа № 2. Сложение и вычитание векторов

Вариант 1

1. Используя правило многоугольника, упростите выражение: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{KD}$.

2. Пусть $AB = 5$, $BC = 12$, $\angle B = 90°$. Найдите величины $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}\right|$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right| - \left|\overrightarrow{BC}\right|$.

3. Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}\right|$.

Вариант 2

1. Используя правило многоугольника, упростите выражение: $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{KD}$.

2. Пусть $AB = 15$, $BC = 8$, $\angle B = 90°$. Найдите величины $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}\right|$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right| - \left|\overrightarrow{BC}\right|$.

3. Диагонали ромба $ABCD$ равны 10 и 24. Найдите величину $\left|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}\right|$.

Самостоятельная работа № 3. Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач

Вариант 1

1. В параллелограмме $ABCD$ точка $K \in AB$ и $AK : KB = 3 : 1$, точка $L \in AD$ и $AL : LD = 4 : 3$. Выразите вектор $\overrightarrow{LK}$ через неколлинеарные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.

2. Даны неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. При каких значениях c векторы $\vec{m} = (c+1)\vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{n} = 5\vec{a} + (c-1)\vec{b}$ коллинеарны? Для этих значений c установите связь между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

3. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC известно, что $\angle A = 45°$, $\angle D = 30°$, $BC = 4$, $CD = 12$. Найдите величину $\left|\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC}\right) + \overrightarrow{BC}\right|$.

Вариант 2

1. В параллелограмме $ABCD$ точка $K \in BC$ и $BK : KC = 2 : 3$, точка $L \in CD$ и $CL : LD = 5 : 3$. Выразите вектор $\overrightarrow{LK}$ через неколлинеарные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.

2. Даны неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. При каких значениях c векторы $\vec{m} = (c+2)\vec{a} + 7\vec{b}$ и $\vec{n} = 3\vec{a} + (c-2)\vec{b}$ коллинеарны? Для этих значений c установите связь между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

3. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC известно, что $\angle A = 45°$, $\angle D = 30°$, $BC = 6$, $CD = 16$. Найдите величину $\left|\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD}\right) + \overrightarrow{AD}\right|$.

Самостоятельная работа № 4. Координаты вектора

Вариант 1

1. Векторы $\vec{m} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и $\vec{n} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ разложены по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Найдите координаты вектора $\vec{m} = 2\left(3\vec{a} - 4\vec{b}\right) + 3\left(\vec{a} + 2\vec{b}\right)$, если $\vec{a}\,\{-1; 2\}$ и $\vec{b}\,\{2; -3\}$.

3. При каких значениях c для векторов $\vec{m}\,\{1-c; 3\}$ и $\vec{n}\,\{c^2 - 13; 1 - 2c\}$ выполнено равенство $\vec{n} = -3\vec{m}$?

Вариант 2

1. Векторы $\vec{m} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{n} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$ разложены по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Найдите координаты вектора $\vec{m} = 3\left(5\vec{a} + 2\vec{b}\right) - 4\left(\vec{a} + 3\vec{b}\right)$, если $\vec{a}\,\{-2; 5\}$ и $\vec{b}\,\{3; -4\}$.

3. При каких значениях c для векторов $\vec{n}\,\{c+2; 4\}$ и $\vec{m}\,\{3c^2 - 7; 5c + 1\}$ выполнено равенство $\vec{m} = 4\vec{n}$?

Самостоятельная работа № 5. Простейшие задачи в координатах

Вариант 1

1. Вершины треугольника ABC имеют координаты $A\,(-4; 2)$, $B\,(2; -8)$, $C\,(10; 16)$. Отрезок AD – медиана треугольника ABC, а AE – медиана треугольника ACD. Найдите $\overrightarrow{AE}$ и $\left|\overrightarrow{AE}\right|$.

2. На осях координат найдите точки, равноудаленные от концов отрезка AB, если A (–3; 5) и B (6; 4).

3. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите его площадь, если вершины треугольника имеют координаты A (0; 1), B (1; –4), C (5; 2).

Вариант 2

1. Вершины треугольника ABC имеют координаты A (–4; 2), B (2; –8), C (10; 16). Отрезок AD – медиана треугольника ABC, а AE – медиана треугольника ABD. Найдите $\overrightarrow{AE}$ и $\left|\overrightarrow{AE}\right|$.

2. На осях координат найдите точки, равноудаленные от концов отрезка AB, если A (4; –3) и B (8; 1).

3. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите его площадь, если вершины треугольника имеют координаты A (–4; 1), B (–2; 4), C (1; 2).

Самостоятельная работа № 6. Уравнение окружности

Вариант 1

1. Напишите уравнение окружности, которая проходит через точки A (–7; 8) и B (–3; –4). При этом хорда AB является диаметром окружности.

2. Даны окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$, и точка A (5; 4). Напишите уравнение окружности, имеющей центр в данной точке и касающейся данной окружности внешним образом.

3. В квадрат площадью S вписана окружность. Докажите, что сумма квадратов расстояний от любой точки окружности до вершин квадрата есть величина постоянная, и найдите эту величину.

Вариант 2

1. Напишите уравнение окружности, которая проходит через точки A (–5; 6) и B (–1; 4). При этом хорда AB является диаметром окружности.

2. Даны окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$, и точка A (4; 4). Напишите уравнение окружности, имеющей центр в данной точке и касающейся данной окружности внешним образом.

3. Около квадрата площадью S описана окружность. Докажите, что сумма квадратов расстояний от любой точки окружности до вершин квадрата есть величина постоянная, и найдите эту величину.

Самостоятельная работа № 7. Уравнение прямой

Вариант 1

1. Координаты вершин треугольника A (2; –6), B (4; 2) и C (0; –4). Напишите уравнение прямой, содержащей среднюю линию треугольника, которая параллельна стороне AC.

2. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми, заданными уравнениями $y - x = 0$, $y + x = 0$ и $y - 2x + 4 = 0$.

3. Прямая $2y + x - 4 = 0$ пересекает окружность $x^2 + y^2 = 5$. Найдите длину хорды, которая отсекается этой окружностью на прямой.

Вариант 2

1. Координаты вершин треугольника A (4; –8), B (–2; 6) и C (2; 4). Напишите уравнение прямой, содержащей среднюю линию треугольника, которая параллельна стороне AC.

2. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми, заданными уравнениями $y + x = 0$, $y - x = 0$ и $2y - x + 6 = 0$.

3. Прямая $y - 3x + 1 = 0$ пересекает окружность $x^2 + y^2 = 5$. Найдите длину хорды, которая отсекается этой окружностью на прямой.

Самостоятельная работа № 8. Синус, косинус и тангенс угла

Вариант 1

1. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{5}{12}$ и $90° < \alpha < 180°$. Найдите значение $\cos\alpha$.

2. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin^2 51° + \sin^2 39°}{\cos^2 63° + \sin^2 117°} + \sqrt{3}\operatorname{tg}60°.$$

3. Упростите выражение

$$\frac{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} + \frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}.$$

Вариант 2

1. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{15}{8}$ и $90° < \alpha < 180°$. Найдите значение $\cos\alpha$.

2. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin^2 54° + \cos^2 126°}{\cos^2 28° + \cos^2 62°} + 5\sqrt{2}\cos 45°.$$

3. Упростите выражение

$$\left(\frac{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} - \frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}\right) : (\sin\alpha \cdot \cos\alpha).$$

Самостоятельная работа № 9. Теорема о площади треугольника

Вариант 1

1. Пусть $BC = a$, $AC = b$, $\angle C = \alpha$. Медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB_1.

2. Найдите площадь выпуклого четырехугольника, диагонали которого $3\sqrt{2}$ см и 6 см, а угол между ними равен 45°.

3. Пусть $BC = a$, $AC = b$, $\angle C = \alpha$. Из вершины C треугольника ABC проведена биссектриса CD. Найдите площадь треугольника ACD.

Вариант 2

1. Пусть ABC $BC = a$, $AC = b$, $\angle C = \alpha$. Медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOC.

2. Найдите площадь выпуклого четырехугольника, диагонали которого $8\sqrt{3}$ см и 5 см, а угол между ними равен 60°.

3. Пусть $BC = a$, $AC = b$, $\angle C = \alpha$. Из вершины C треугольника ABC проведена биссектриса CD. Найдите площадь треугольника BCD.

Самостоятельная работа № 10. Теорема синусов

Вариант 1

1. В треугольнике ABC дано: $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $AB = c$. Найдите длину стороны AC и радиус окружности, описанной около треугольника.

2. В окружность радиуса R с центром O вписан треугольник ABC ($\angle A = \alpha < 90°$). Вокруг треугольника BOC описана окружность. Найдите ее радиус. (*Указание*: используйте формулу $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.)

3. В треугольнике ABC даны углы $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$; D – точка пересечения биссектрис. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен R. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, D, B.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC дано: $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $BC = a$. Найдите длину стороны AC и радиус окружности, описанной около треугольника.

2. В окружность радиуса R с центром O вписан треугольник ABC ($\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\alpha + \beta < 90°$). Вокруг треугольника AOB описана окружность. Найдите ее радиус. (*Указание*: используйте формулу $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.)

3. В треугольнике ABC дан угол $\angle A = \alpha$, D – точка пересечения биссектрис. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен R. Найдите радиус окружности, проходящей через точки B, D, C.

Самостоятельная работа № 11. Теорема косинусов

Вариант 1

1. Стороны треугольника равны 6 см и $8\sqrt{2}$ см, угол между ними равен 45°. Найдите длину третьей стороны треугольника.

2. В параллелограмме стороны и одна из диагоналей равны 4 см, 6 см, 7 см соответственно. Найдите длину другой диагонали параллелограмма.

3. В треугольнике ABC заданы стороны $AB = 4$, $BC = 5$. Площадь треугольника равна $5\sqrt{3}$. Найдите высоту, опущенную из вершины B, если $90° < \angle B < 180°$.

Вариант 2

1. Стороны треугольника равны 4 см и $6\sqrt{3}$ см, угол между ними равен 30°. Найдите длину третьей стороны треугольника.

2. В параллелограмме стороны и одна из диагоналей равны 5 см, 6 см, 8 см соответственно. Найдите длину другой диагонали параллелограмма.

3. В треугольнике ABC заданы стороны $AB = 4\sqrt{3}$, $BC = 3$. Площадь треугольника равна $3\sqrt{3}$. Найдите высоту, опущенную из вершины B, если $90° < \angle B < 180°$.

Самостоятельная работа № 12. Скалярное произведение векторов

Вариант 1

1. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и $\vec{n} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30°.

2. В треугольнике ABC дано: $AB = 4$, $BC = 6$, $\angle B = 90°$. Найдите косинус угла между медианами AA_1 и BB_1 данного треугольника.

3. Найдите косинус угла между прямыми, заданными уравнениями $3x - 4y + 8 = 0$ и $12x + 5y - 19 = 0$.

Вариант 2

1. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{n} = 4\vec{a} - 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3\sqrt{2}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 45°.

2. В треугольнике ABC дано: $AB = 12$, $BC = 6$, $\angle B = 90°$. Найдите косинус угла между медианами BB_1 и CC_1 данного треугольника.

3. Найдите косинус угла между прямыми, заданными уравнениями $8x - 15y + 13 = 0$ и $4x + 3y - 11 = 0$.

Самостоятельная работа № 13. Правильные многоугольники

Вариант 1

1. В правильном многоугольнике отношение его стороны к расстоянию от стороны до центра многоугольника равно $2\sqrt{3}$. Определите число сторон этого многоугольника.

2. В правильном шестиугольнике найдите углы между диагоналями, выходящими из одной вершины.

3. $ABCDEF$ – правильный шестиугольник. Площадь треугольника ABC равна S см^2. Найдите площадь шестиугольника.

Вариант 2

1. В правильном многоугольнике отношение его стороны к расстоянию от стороны до центра многоугольника равно $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Определите число сторон этого многоугольника.

2. В правильном пятиугольнике найдите угол между диагоналями, выходящими из одной вершины.

3. Площадь правильного шестиугольника $ABCDEF$ равна S см^2. Найдите площадь треугольника ABC.

Самостоятельная работа № 14. Вписанная и описанная окружности

Вариант 1

1. Вокруг правильного шестиугольника описана окружность. В этот же шестиугольник вписана окружность. Найдите отношение радиусов этих окружностей.

2. Вокруг одной и той же окружности описаны правильные треугольник и четырехугольник. Найдите отношение площадей этих фигур.

3. Сторона описанного правильного четырехугольника на 3 больше стороны правильного треугольника, вписанного в ту же окружность. Найдите сторону треугольника.

Вариант 2

1. Вокруг правильного треугольника описана окружность. В этот же треугольник вписана окружность. Найдите отношение радиусов этих окружностей.

2. Вокруг одной и той же окружности описаны правильные четырехугольник и шестиугольник. Найдите отношение площадей этих фигур.

3. Сторона описанного правильного треугольника на 5 больше стороны правильного четырехугольника, вписанного в ту же окружность. Найдите сторону треугольника.

Самостоятельная работа № 15. Длина окружности и площадь круга

Вариант 1

1. Вычислите радиус окружности, длина которой равна сумме длины окружности с радиусом 9 см и длины дуги окружности с радиусом 20 см и центральным углом 18°.

2. В круг вписан прямоугольный треугольник с катетами, равными 8 см и 15 см. Найдите разность площадей этих фигур.

3. В сектор с центральным углом 90° вписан круг так, что он касается радиусов и дуги. Найдите отношение площади сектора к площади круга.

Вариант 2

1. Вычислите радиус окружности, длина которой равна разности длины окружности с радиусом 16 см и длины дуги окружности с радиусом 40 см и центральным углом 9°.

2. В круг вписан прямоугольный треугольник с катетами, равными 5 см и 12 см. Найдите разность площадей этих фигур.

3. В сектор с центральным углом 120° вписан круг так, что он касается радиусов и дуги. Найдите отношение площади сектора к площади круга.

Самостоятельная работа № 16. Движения

Вариант 1

1. Треугольник $A_1B_1C_1$ симметричен треугольнику ABC с вершинами A (−1; 3), B (2; −4), C (4; 1) относительно точки D (7; −1). Найдите координаты вершин A_1, B_1, C_1.

2. Окружность задана уравнением $(x+3)^2+(y-2)^2=16$. Она повернута на угол 90° против часовой стрелки относительно точки A (−2; 1). Напишите уравнение полученной окружности.

3. Найдите координаты точки, симметричной точке A (1; 7) относительно прямой, заданной уравнением $y=x+2$.

Вариант 2

1. Треугольник $A_1B_1C_1$ симметричен треугольнику ABC с вершинами A (−4; 1), B (1; 3), C (3; −5) относительно точки D (5; −1). Найдите координаты вершин A_1, B_1, C_1.

2. Окружность задана уравнением $(x+2)^2+(y-3)^2=16$. Она повернута на угол 90° по часовой стрелке относительно точки A (−1; 2). Напишите уравнение полученной окружности.

3. Найдите координаты точки, симметричной точке A (7; 2) относительно прямой, заданной уравнением $y=-x+3$.

Контрольные работы

Контрольная работа № 1. Векторы

Вариант 1

1. $ABCD$ – параллелограмм, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $K \in BC$, $L \in AD$, $BK : KC = 2 : 3$, $AL : LD = 3 : 2$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{KL}$ по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 20$ и $BC = 8$, O – точка пересечения диагоналей. Разложите вектор $\overrightarrow{DO}$ по векторам $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ и $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$.

3. Диагонали ромба $AC = a$, $BD = b$. Точка $K \in BD$ и $BK : KD = 1 : 3$. Найдите величину $|\overrightarrow{AK}|$.

4. В равнобедренной трапеции острый угол равен $60°$, боковая сторона равна 12 см, большее основание равно 30 см. Найдите среднюю линию трапеции.

5. В прямоугольнике $ABCD$ известно, что $AD = a$, $DC = b$, O – точка пересечения диагоналей. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DO} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD}\right|$.

Вариант 2

1. $ABCD$ – параллелограмм, $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $K \in BC$, $L \in AD$, $BK : KC = 3 : 4$, $AL : LD = 4 : 3$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{KL}$ по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 15$ и $BC = 10$, O – точка пересечения диагоналей. Разложите вектор $\overrightarrow{BO}$ по векторам $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$.

3. Диагонали ромба $AC = a$, $BD = b$. Точка $K \in AC$ и $AK : KC = 2 : 3$. Найдите величину $\left|\overrightarrow{DK}\right|$.

4. В равнобедренной трапеции острый угол равен $60°$, боковая сторона равна 10 см, меньшее основание равно 14 см. Найдите среднюю линию трапеции.

5. В прямоугольнике $ABCD$ известно, что $AB = a$, $BC = b$, O – точка пересечения диагоналей. Найдите величину $\left|\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC}\right|$.

Контрольная работа № 2. Метод координат

Вариант 1

1. Установите связь между векторами $\vec{m} = -38\vec{a} + 39\vec{b}$ и $\vec{n} = 3\left(\frac{2}{5}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}\right) + 4\left(\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}\right)$.

2. Векторы $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ разложены по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Разложите векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

3. Четырехугольник имеет вершины с координатами $A\ (1;\ 1)$, $B\ (3;\ 5)$, $C\ (9;\ -1)$, $D\ (7;\ -5)$. Определите вид четырехугольника (с обоснованием) и найдите его диагонали.

4. Напишите уравнение окружности с центром в точке $C(-3; 1)$, проходящей через точку $A(2; 3)$.

5. Прямая l проходит через точки $A(-3; 1)$ и $B(1; -7)$. Напишите уравнение прямой m, проходящей через точку $C(5; 6)$ и перпендикулярной прямой l.

Вариант 2

1. Установите связь между векторами $\vec{m} = -37\vec{a} + 10\vec{b}$ и $\vec{n} = 5\left(\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) - 2\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{5}{4}\vec{b}\right)$.

2. Векторы $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{n} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ разложены по неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Разложите векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

3. Четырехугольник имеет вершины с координатами $A(-6; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; -1)$, $D(-4; -5)$. Определите вид четырехугольника (с обоснованием) и найдите его диагонали.

4. Напишите уравнение окружности с центром в точке $C(2; -3)$, проходящей через точку $A(-1; -2)$.

5. Прямая l проходит через точки $A(2; -1)$ и $B(-3; 9)$. Напишите уравнение прямой m, проходящей через точку $C(3; 10)$ и перпендикулярной прямой l.

Контрольная работа № 3. Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$\frac{\sin^3\alpha + \cos^3\alpha + 3\sin^2\alpha \cdot \cos\alpha + 3\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha.$$

2. В треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $AB = c$. Найдите площадь треугольника и радиус окружности, описанной около него.

3. В параллелограмме $ABCD$ даны стороны $AB = 4$ см, $AD = 5\sqrt{2}$ см и угол $\angle A = 45°$. Найдите диагонали параллелограмма и его площадь.

4. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, если $|\vec{b}| = \sqrt{136}$. $\vec{b} \perp \vec{a}, \vec{a}\{3; -5\}$, а угол между вектором $\vec{b}$ и положительным направлением оси абсцисс острый.

5. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{n} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$, если $\vec{a}\{-3; 1\}, \vec{b}\{2; -2\}$.

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$-2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - \frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha - 3\sin^2\alpha \cdot \cos\alpha + 3\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}.$$

2. В треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $BC = a$. Найдите площадь треугольника и радиус окружности, описанной около него.

3. В параллелограмме $ABCD$ даны стороны $AB = 8$ см, $AD = 3\sqrt{3}$ см и угол $\angle A = 60°$. Найдите диагонали параллелограмма и его площадь.

4. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, если $|\vec{b}| = \sqrt{117}$, $\vec{b} \perp \vec{a}$, $\vec{a}\{-3; 2\}$, а угол между вектором $\vec{b}$ и положительным направлением оси ординат тупой.

5. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{n} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$, если $\vec{a}\{-2; 3\}$, $\vec{b}\{3; -1\}$.

Контрольная работа № 4. Длина окружности и площадь круга

Вариант 1

1. Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, относятся как 3 : 4 : 5. Периметр этого четырехугольника равен 48 см. Найдите длины его сторон.

2. Около правильного шестиугольника описана окружность и в него вписана окружность. Длина большей окружности равна 4π. Найдите площадь кольца и площадь шестиугольника.

3. Хорда окружности равна $5\sqrt{2}$ и стягивает дугу в 90°. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

4. Найдите радиус сектора, если площадь соответствующего сегмента равна $\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$.

5. В треугольник вписана окружность радиуса 3 см. Найдите длины сторон треугольника, если одна из них разделена точкой касания на отрезки длиной 4 см и 3 см.

Вариант 2

1. Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, относятся как 4 : 5 : 6. Периметр этого четырехугольника равен 80 см. Найдите длины его сторон.

2. Около правильного треугольника описана окружность и в него вписана окружность. Длина меньшей окружности равна 8π. Найдите площадь кольца и площадь треугольника.

3. Хорда окружности равна 6 и стягивает дугу в 60°. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

4. Найдите радиус сектора, если площадь соответствующего сегмента равна $3\pi - 9$.

5. В треугольник вписана окружность радиуса 4 см. Найдите длины сторон треугольника, если одна из них разделена точкой касания на отрезки длиной 4 см и 5 см.

Контрольная работа № 5. Движения

Вариант 1

1. Точка A (–2; 3) симметрична точке A_1 (6; –9) относительно точки B. Найдите координаты точки B.

2. Дан треугольник ABC с вершинами A (2; 1), B (–6; 1), C (–1; 5). Треугольник $A_1B_1C_1$ симметричен треугольнику ABC относительно прямой, заданной уравнением $x = 1$. Найдите координаты вершин A_1, B_1, C_1.

3. Найдите вектор $\vec{a}$ параллельного переноса, при котором прямая $y = 3x - 2$ переходит в прямую $y = 3x + 4$, а прямая $3x + 2y = 2$ переходит в прямую $6x + 4y = 3$.

4. В результате поворота вокруг точки B (1; 2) на 60° против часовой стрелки точка A (4; 2) перешла в точку A_1. Найдите координаты этой точки.

5. Прямая m задана уравнением $3x + 2y - 5 = 0$. Прямая n симметрична прямой m относительно точки $B\,(2; 3)$. Напишите уравнение прямой n.

Вариант 2

1. Точка $A\,(-3; 1)$ симметрична точке $A_1\,(9; -5)$ относительно точки B. Найдите координаты точки B.

2. Дан треугольник ABC с вершинами $A\,(-4; 5)$, $B\,(1; 5)$, $C\,(-3; -1)$. Треугольник $A_1B_1C_1$ симметричен треугольнику ABC относительно прямой, заданной уравнением $y = 1$. Найдите координаты вершин A_1, B_1, C_1.

3. Найдите вектор $\vec{a}$ параллельного переноса, при котором прямая $y = 2x - 1$ переходит в прямую $y = 2x + 3$, а прямая $2x + 3y = 1$ переходит в прямую $4x + 6y = 5$.

4. В результате поворота вокруг точки $B\,(2; 1)$ на $30°$ против часовой стрелки точка $A\,(6; 1)$ перешла в точку A_1. Найдите координаты этой точки.

5. Прямая m задана уравнением $2x + 3y - 7 = 0$. Прямая n симметрична прямой m относительно точки $B\,(3; 2)$. Напишите уравнение прямой n.

Контрольная работа № 6.
Итоговая по программе 9 класса

Вариант 1

1. В параллелограмме $ABCD$ точка $E \in AC$, $AE : EC = 1 : 5$. Разложите вектор $\overrightarrow{CE}$ по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$.

2. Найдите косинус угла между векторами $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{n} = \vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $30°$.

3. Около круга радиуса R описан правильный шестиугольник. Найдите разность между площадью шестиугольника и круга.

4. Напишите уравнение окружности, симметричной относительно точки $A\,(-1; 3)$ окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$.

5. Первая окружность радиуса 4 см касается трех сторон прямоугольника. Вторая окружность касается первой внешним образом, а также касается сторон прямого угла. Найдите максимальный радиус второй окружности, если стороны прямоугольника равны 8 см и 12 см.

Вариант 2

1. В параллелограмме $ABCD$ точка $E \in BD$, $BE : ED = 1 : 4$. Разложите вектор $\overrightarrow{DE}$ по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$.

2. Найдите косинус угла между векторами $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{n} = \vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30°.

3. Около круга радиуса R описан правильный треугольник. Найдите разность между площадью треугольника и круга.

4. Напишите уравнение окружности, симметричной относительно точки A (–2; 3) окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + 6x - 4y = 0$.

5. Первая окружность радиуса 9 см касается трех сторон прямоугольника. Вторая окружность касается первой внешним образом, а также касается сторон прямого угла. Найдите максимальный радиус второй окружности, если стороны прямоугольника равны 18 см и 20 см.

Контрольная работа № 7.
Итоговая по курсу геометрии (7–9 классы)

Вариант 1

1. В равнобедренный треугольник с основанием 10 см и боковой стороной $5\sqrt{2}$ см вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании, а другие две вершины – на боковых сторонах. Найдите сторону квадрата.

2. Найдите площадь круга, вписанного в ромб с диагоналями, равными 12 см и 16 см.

3. Найдите длину медианы BM треугольника ABC, если координаты вершин треугольника A (2; 5), B (0; 0), C (4; 3).

4. Точка M является серединой боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника MCD равна 28 см^2.

5. Окружность радиуса 2 см, центр O которой лежит на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC, касается его катетов. Найдите площадь треугольника ABC, если $OA = \sqrt{5}$ см.

Вариант 2

1. В равнобедренный треугольник с основанием 14 см и боковой стороной $7\sqrt{2}$ см вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании, а другие две вершины – на боковых сторонах. Найдите сторону квадрата.

2. Найдите площадь круга, вписанного в ромб с диагоналями, равными 16 см и 30 см.

3. Найдите длину медианы CP треугольника ABC, если координаты вершин треугольника $A\,(-3; -2)$, $B\,(-13; 14)$, $C\,(0; 0)$.

4. Точка M является серединой боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Найдите площадь треугольника MCD, если площадь трапеции равна 38 см^2.

5. Окружность радиуса 3 см, центр O которой лежит на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC, касается его катетов. Найдите площадь треугольника ABC, если $OA = \sqrt{10}$ см.

Ответы к тестам

№ теста	Вариант	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	C1	C2
1	1	2	1	4	–	–	–	3 м	13 см	–	–	$\frac{\sqrt{a^2+2b^2}}{2}$	–
	2	3	2	1	–	–	–	4 м	10 см	–	–	$\frac{\sqrt{9a^2-8h^2}}{2}$	–
2	1	1	4	2	–	–	–	$\overrightarrow{AM}$	$\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$ – острый	–	–	5 см	–
	2	4	1	2	–	–	–	$\overrightarrow{AK}$	$\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$ – тупой	–	–	6 см	–
3	1	2	1	4	–	–	–	$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}$	$\vec{m}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}$ и $\vec{n}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{5}{3}\vec{b}$	–	–	$\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{10}\vec{b}$	–
	2	3	4	1	–	–	–	$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$	$\vec{m}=\frac{5}{17}\vec{a}+\frac{1}{17}\vec{b}$ и $\vec{n}=-\frac{2}{17}\vec{a}+\frac{3}{17}\vec{b}$	–	–	$\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{6}{25}\vec{b}$	–

4	**1**	2	4	1	2	3	4	$\left\lvert\vec{a}+\frac{1}{15}\vec{b}\right\rvert$	$\frac{6a+5b}{4}$ и $\frac{2a+15b}{4}$	$\vec{n}=-60\vec{m}$	$\frac{1}{6}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$	$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
	2	4	1	2	3	2	1	$\left\lvert\frac{17}{12}\vec{a}-\frac{7}{10}\vec{b}\right\rvert$	$\frac{9a+2b}{4}$ и $\frac{3a+6b}{4}$	$\vec{n}=-30\vec{m}$	$\frac{1}{8}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$	$\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}$	$2a$ и $-a\sqrt{2}$
5	**1**	3	4	1	–	–	–	5	$\frac{4}{7}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$	–	–	$m=-2,\ m=4$	–
	2	4	1	4	–	–	–	1	$\frac{3}{5}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$	–	–	$m=-1,\ m=5$	–
6	**1**	4	1	2	–	–	–	$\sqrt{365}$	$C\,(0;\,-9)$	–	–	$2\sqrt{7}$ см	–
	2	1	3	4	–	–	–	$\sqrt{337}$	$C\,(0;\,5)$	–	–	7 см	–
7	**1**	2	3	1	–	–	–	$(x+3)^2+(y+2)^2=4$	$\frac{1}{24}$	–	–	$x^2+y^2=\frac{400}{41}$	–
	2	4	2	4	–	–	–	$(x+3)^2+(y+4)^2=9$	$\frac{1}{12}$	–	–	$x^2+y^2=\frac{900}{61}$	–

№ теста	Ва-риант	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	C1	C2
8	1	3	1	4	2	1	4	$D(-1; 3)$	$\vec{m} = \frac{4}{11}\vec{a} + \frac{1}{11}\vec{b}$ и $\vec{n} = -\frac{3}{11}\vec{a} + \frac{1}{11}\vec{b}$	$3\sqrt{2}$	$3x - 5y + 26 = 0$	$\vec{c} = -3\vec{a} + 5\vec{b}$	$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$
	2	2	4	2	1	3	2	$D(5; 1)$	$\vec{m} = \frac{2}{11}\vec{a} + \frac{1}{11}\vec{b}$ и $\vec{n} = -\frac{3}{11}\vec{a} + \frac{2}{11}\vec{b}$	$5\sqrt{2}$	$3x - 8y + 39 = 0$	$\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$	$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$
9	1	2	4	4	–	–	–	150°	2	–	–	1	–
	2	3	1	2	–	–	–	120°	4	–	–	–1	–
10	1	3	2	4	–	–	–	$12\sqrt{3}$ см²	36 см²	–	–	$\frac{18}{7}\sin 2\alpha$	–
	2	2	3	2	–	–	–	$20\sqrt{2}$ см²	$60\sqrt{3}$ см²	–	–	$\frac{90}{11}\sin 2\alpha$	–
11	1	2	1	4	–	–	–	7	$\frac{c\sin 2\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{2}}$	–	–	$\frac{c^2\sin\alpha\cdot\sin 2\alpha}{\sin 3\alpha}$	–

	2	3	1	2	–	–	–	6	$\frac{c\sin\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{2}}$	–	–	$\frac{c^2\sin\alpha\cdot\sin3\alpha}{\sin4\alpha}$	–
12	**1**	4	1	4	–	–	–	7	5	–	–	$6\sqrt{3}$ или $10\sqrt{3}$	–
	2	1	3	2	–	–	–	$7\sqrt{3}$	12	–	–	$24\sqrt{3}$ или $40\sqrt{3}$	–
13	**1**	2	4	2	–	–	–	$\frac{63}{65}$	–47	–	–	17	–
	2	4	1	1	–	–	–	$\frac{84}{85}$	–49	–	–	11	–
14	**1**	3	4	1	4	3	2	1	2 : 33	$\frac{3\sqrt{2}}{4}a$	$\vec{c}\{-7; 5\}$	12 см	$\frac{77}{85}$
	2	1	3	2	1	4	2	2	5 : 19	$\frac{2\sqrt{3}}{3}a$	$\vec{c}\{-8; 4\}$	16 см	$\frac{63}{65}$
15	**1**	1	1	2	–	–	–	$\sqrt{6} : 2$	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$	–	–	$\frac{c\sqrt{3}}{3}$ и $\frac{2c\sqrt{3}}{3}$	–
	2	3	4	1	–	–	–	$\sqrt{2} : 1$	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	–	–	$c\sqrt{3}$ и $2c$	–

№ теста	Вариант	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	C1	C2
16	1	2	4	1	–	–	–	$\sqrt{2}:2$ и $1:2$	$\frac{\sqrt{2S}}{2}$ и $\frac{3\sqrt{3}S}{4}$	–	–	$3\sqrt{3}:4$	–
	2	4	1	2	–	–	–	$1:2$ и $1:4$	$\frac{\sqrt{6S}}{2}$ и $\frac{3\sqrt{3}S}{8}$	–	–	$2\sqrt{3}:3$	–
17	1	1	3	4	–	–	–	$25\left(3-2\sqrt{2}\right)\pi$	$\frac{a}{6}\left(3+\sqrt{3}\right)$	–	–	$\sqrt{21}$ и $\frac{85}{42}\sqrt{21}$	–
	2	3	3	2	–	–	–	$\frac{16}{9}\pi$	$\frac{a}{6}\left(3-\sqrt{3}\right)$	–	–	$\frac{4\sqrt{15}}{3}$ и $\frac{323\sqrt{15}}{120}$	–
18	1	2	4	3	3	1	4	12	$\frac{R^2\left(2\pi-3\sqrt{3}\right)}{12}$	120°	3 : 1	$\frac{8}{3}$ и $\frac{25}{3}$, 5 см	$\frac{S\left(7-4\sqrt{3}\right)}{3}$
	2	3	1	2	2	3	2	15	$\frac{R^2\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)}{12}$	90°	2 : 1	$\frac{12}{5}$ и $\frac{169}{10}$, $\frac{143}{10}$ см	$3\left(7+4\sqrt{3}\right)S$
19	1	3	2	1	–	–	–	$(-1; 3)$	$A_1\ (-12; 5)$, $B_1\ (-13; 0)$, $C_1\ (-9; 9)$	–	–	$\frac{8}{29}\sqrt{29}$	–

	2	1	3	4	–	–	–	(3; 1)	$A_1\,(-9; -1)$, $B_1\,(-10; -3)$, $C_1\,(-5; 5)$	–	–	$\frac{7}{34}\sqrt{34}$	–
20	**1**	1	4	2	–	–	–	$y = x^2 - 5x + 6$	$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$	–	–	(1; 3)	–
	2	4	2	3	–	–	–	$y = x^2 + 7x + 6$	$x^2 + y^2 - 8x - 6y - 11 = 0$	–	–	(2; 3)	–
21	**1**	2	1	4	3	2	1	$x - y + 6 = 0$	$y = -x^2 - 7x - 5$	$y = \frac{3x+4}{2x-1}$	$x^2 + y^2 + 12x + 10y = 0$	(–3; 5)	$\frac{7}{13}\sqrt{13}$
	2	4	3	2	4	3	2	$x - y + 2 = 0$	$y = x^2 + 3x - 7$	$y = \frac{4x+9}{x+4}$	$x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$	(1; 6)	$\frac{19}{34}\sqrt{34}$
22	**1**	2	3	4	1	3	4	$\frac{3}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$	$\frac{m^2}{4}\sqrt{2}$	$16\sqrt{3} - 8\pi$ см^2	$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$	$\frac{4}{9}R$	$\frac{8}{3}$ и $\frac{128}{15}$
	2	2	4	2	1	3	1	$\frac{10}{7}\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b}$	$\frac{m^2}{4}$	$36\sqrt{3} - 18\pi$ см^2	$x^2 + y^2 - 12x - 2y - 12 = 0$	$\frac{36}{25}R$	$\frac{4}{3}$ и $\frac{64}{15}$
23	**1**	3	2	1	4	3	1	$4\sqrt{3}$ см	96 см^2	$2\sqrt{15}$ см	61 см	$2\sqrt{5}$ и $5 + \sqrt{5}$	$\frac{S}{3}$
	2	2	1	3	2	4	3	$4\sqrt{10}$ см	108 см^2	$4\sqrt{5}$ см	113 см	$10 + 2\sqrt{5}$ и $4\sqrt{5}$	$3S$

Ответы к самостоятельным работам

№ п/п	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3
1	1	$\overrightarrow{KL} = -\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{KL} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{MN} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AC}$	$5\sqrt{5}$	$\frac{a}{4}\sqrt{13}$
	2	$\overrightarrow{NK} = -\overrightarrow{LM}$, $\overrightarrow{NK} \uparrow\downarrow \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{LM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{BD}$	$4\sqrt{13}$	$\frac{a}{6}\sqrt{31}$
2	1	$\overrightarrow{AK}$	13 и –7	10
	2	$\overrightarrow{AM}$	17 и 7	13
3	1	$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{7}\overrightarrow{AD}$	при $c = 4$ $\vec{m} = \vec{n}$, при $c = -4$ $\vec{m} = -\frac{3}{5}\vec{n}$	$7 + 3\sqrt{3}$
	2	$\frac{5}{8}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$	при $c = 5$ $\vec{m} = \frac{3}{7}\vec{n}$, при $c = -5$ $\vec{m} = -\vec{n}$	$10 + 4\sqrt{3}$
4	1	$\vec{a} = \frac{1}{13}\vec{m} + \frac{2}{13}\vec{n}$ и $\vec{b} = -\frac{5}{26}\vec{m} + \frac{3}{26}\vec{n}$	$\{-13; 24\}$	$c = 5$
	2	$\vec{a} = \frac{2}{11}\vec{m} + \frac{1}{11}\vec{n}$ и $\vec{b} = \frac{5}{22}\vec{m} - \frac{3}{22}\vec{n}$	$\{-40; 79\}$	$c = 3$
5	1	$\overrightarrow{AE}\{12; 8\}$ и $\lvert\overrightarrow{AE}\rvert = 4\sqrt{13}$	(1; 0) и (0; –9)	$S = 13$
	2	$\overrightarrow{AE}\{8; -4\}$ и $\lvert\overrightarrow{AE}\rvert = 4\sqrt{5}$	(5; 0) и (0; 5)	$S = 6{,}5$

6	1	$(x+5)^2+(y-2)^2=40$	$(x-5)^2+(y-4)^2=4$	$3S$
	2	$(x+3)^2+(y-5)^2=5$	$(x-4)^2+(y-4)^2=4$	$4S$
7	1	$x+y-1=0$	$S=\frac{16}{3}$	$\frac{6\sqrt{5}}{5}$
	2	$6x+y-5=0$	$S=12$	$\frac{7\sqrt{10}}{5}$
8	1	$-\frac{12}{13}$	4	2
	2	$-\frac{8}{17}$	6	−2
9	1	$S=\frac{1}{12}ab\sin\alpha$	9 см^2	$S=\frac{ab^2\sin\alpha}{2(a+b)}$
	2	$S=\frac{1}{6}ab\sin\alpha$	30 см^2	$S=\frac{a^2b\sin\alpha}{2(a+b)}$
10	1	$AC=\frac{c\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$ и $R=\frac{c}{2\sin(\alpha+\beta)}$	$\frac{R}{2\cos\alpha}$	$2R\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$
	2	$AC=\frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$ и $R=\frac{a}{2\sin\alpha}$	$\frac{R}{2\cos(\alpha+\beta)}$	$2R\sin\frac{\alpha}{2}$

№ п/п	Ва-риант	Задание 1	Задание 2	Задание 3
11	1	$2\sqrt{17}$ см	$\sqrt{55}$ см	$\frac{10\sqrt{183}}{61}$
	2	$2\sqrt{13}$ см	$\sqrt{58}$ см	$\frac{6\sqrt{31}}{31}$
12	1	-45	$\frac{\sqrt{13}}{65}$	$\frac{16}{65}$
	2	-226	$\frac{\sqrt{10}}{10}$	$\frac{13}{85}$
13	1	3	30°, 30°, 60°	$6S$ см^2
	2	6	36°	$\frac{S}{6}$ см^2
14	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	$9+6\sqrt{3}$
	2	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$6+\sqrt{6}$
15	1	10 см	$\frac{289\pi - 240}{4}$ см^2	$\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$

	2	15 см	$\frac{169\pi - 120}{4}$ см^2	$\frac{7 + 4\sqrt{3}}{9}$
16	1	A_1 (15; –5), B_1 (12; 2), C_1 (10; –3)	$(x + 3)^2 + y^2 = 16$	(5; 3)
	2	A_1 (14; –3), B_1 (9; –5), C_1 (7; 3)	$x^2 + (y - 3)^2 = 16$	(1; –4)

Ответы к контрольным работам

№ п/п	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	1	$\frac{1}{5}\vec{b} - \vec{a}$	$-\frac{5}{7}\vec{a} + \frac{5}{7}\vec{b}$	$\frac{1}{4}\sqrt{4a^2 + b^2}$	24 см	$\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$
	2	$\frac{1}{7}\vec{a} - \vec{b}$	$\frac{2}{5}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}$	$\frac{1}{10}\sqrt{a^2 + 25b^2}$	19 см	$\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$
2	1	$\vec{m} = -15\vec{n}$	$\vec{a} = \frac{2}{13}\vec{m} + \frac{3}{13}\vec{n}$ и $\vec{b} = -\frac{3}{13}\vec{m} + \frac{2}{13}\vec{n}$	Параллелограмм, $AC = 2\sqrt{17}$ и $BD = 2\sqrt{29}$	$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 29$	$x - 2y - 7 = 0$
	2	$\vec{m} = -12\vec{n}$	$\vec{a} = \frac{3}{13}\vec{m} + \frac{2}{13}\vec{n}$ и $\vec{b} = -\frac{2}{13}\vec{m} + \frac{3}{13}\vec{n}$	Параллелограмм, $AC = 2\sqrt{26}$ и $BD = 2\sqrt{34}$	$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 10$	$x - 2y + 17 = 0$

№ п/п	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
3	1	1	$S = \frac{c^2 \sin\alpha \sin\beta}{2\sin(\alpha+\beta)}$ и $R = \frac{c}{2\sin(\alpha+\beta)}$	$AC = \sqrt{106}$ см, $BD = \sqrt{26}$ см и $S = 20$ см^2	$\vec{b}\{10; 6\}$	−108
	2	−1	$S = \frac{a^2 \sin\beta \sin(\alpha+\beta)}{2\sin\alpha}$ и $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$	$AC = \sqrt{163}$ см, $BD = \sqrt{19}$ см и $S = 36$ см^2	$\vec{b}\{-6; -9\}$	−33
4	1	9 см, 12 см, 15 см, 12 см	π и $6\sqrt{3}$	$\frac{5\pi}{2}$ и $\frac{25\pi}{4}$	4	7 см, 24 см, 25 см
	2	16 см, 20 см, 24 см, 20 см	48π и $48\sqrt{3}$	2π и 6π	6	9 см, 40 см, 41 см
5	1	$B(2; -3)$	$A_1(0; 1)$, $B_1(8; 1)$, $C_1(3; 5)$	$\vec{a}\left\{-\frac{25}{18}; \frac{11}{6}\right\}$	$A_1\left(\frac{5}{2}; 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$	$3x + 2y - 19 = 0$
	2	$B(3; -2)$	$A_1(-4; -3)$, $B_1(1; -3)$, $C_1(-3; 3)$	$\vec{a}\left\{-\frac{21}{16}; \frac{11}{8}\right\}$	$A_1\left(2 + 2\sqrt{3}; 3\right)$	$2x + 3y - 17 = 0$
6	1	$-\frac{5}{6}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$	$-\frac{1}{2}$	$\left(2\sqrt{3} - \pi\right)R^2$	$x^2 + y^2 + 8x - 18y + 84 = 0$	$8\left(2 - \sqrt{3}\right)$ см

	2	$-\frac{4}{5}\vec{a}-\frac{4}{5}\vec{b}$	$-\frac{13\sqrt{79}}{158}$	$\left(3\sqrt{3}-\pi\right)R^2$	$x^2+y^2+2x-8y+$ $+4=0$	$29-12\sqrt{5}$ см
7	**1**	$3\frac{1}{3}$ см	$\frac{576}{25}\pi$ см^2	5	56 см^2	9 см^2
	2	$\frac{14}{3}$ см	$\frac{14400}{289}\pi$ см^2	10	19 см^2	24 см^2

Содержание

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Содержащиеся в пособии контрольно-измерительные материалы (КИМы), аналогичные материалам ЕГЭ, составлены в соответствии с программой общеобразовательных учреждений по геометрии и учитывают возрастные особенности учащихся. В конце издания приведены тексты самостоятельных и контрольных работ, а также ответы ко всем заданиям.

9
КЛАСС