КОНТРОЛЬНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ФГОС

А. Р. РЯЗАНОВСКИЙ

Д. Г. МУХИН

ГЕОМЕТРИЯ

9 КЛАСС

- аттестация по всем темам курса
- трехуровневый конфигуратор сложности
- диагностические контрольные задания – комплексная проверка усвоения темы
- вопросы для обязательной устной аттестации
- ответы ко всем заданиям
- рекомендации по оцениванию работ

ЭКЗАМЕН®

КОНТРОЛЬНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

А. Р. РЯЗАНОВСКИЙ, Д. Г. МУХИН

ГЕОМЕТРИЯ

9 КЛАСС

- аттестация по всем темам курса
- трехуровневый конфигуратор сложности
- диагностические контрольные задачи — комплексная проверка усвоенности темы
- ответы ко всем заданиям
- рекомендации по оцениванию работ

Издательство
«ЭКЗАМЕН»

МОСКВА
2016

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
Р99

Рязановский А. Р.

Р99 Геометрия: 9 класс: контрольные измерительные материалы. ФГОС / А. Р. Рязановский, Д. Г. Мухин. — М. : Издательство «Экзамен», 2016. — 80 с. (Серия «Контрольные измерительные материалы»)

ISBN 978-5-377-08481-5

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

В данном пособии представлены контрольные измерительные материалы по геометрии для учащихся 9 класса. Тематика предлагаемых тестов охватывает все темы геометрии 9 класса, соответствует программе общеобразовательных организаций по геометрии и аналогичным материалам ОГЭ (ГИА-9). Их использование позволит оценить усвоение учащимися тем курса, а также подготовить их к тестовой форме проверки знаний.

В конце пособия предложены диагностические контрольные задачи для комплексной проверки усвоенности тем и ответы ко всем заданиям.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21

Справочное издание

Рязановский Андрей Рафаилович
Мухин Дмитрий Геннадьевич

ГЕОМЕТРИЯ. 9 КЛАСС
КОНТРОЛЬНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16582 от 08.04.2014 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо.* Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова.* Корректоры *Е. В. Клокова, А. В. Полякова*
Дизайн обложки *А. А. Козлова.* Компьютерная верстка О. *И. Яшкина*

107045, Москва, Луков пер., д. 8. www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Подписано в печать 17.03.2015. Формат 60x90/16. Гарнитура «Школьная».
Бумага газетная. Уч.-изд. л. 1,96. Усл. печ. л. 5. Тираж 10 000 экз. Заказ №496

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в «Красногорская типография» 143405, Московская область,
г Красногорск , Коммунальный квартал, 2

ISBN 978-5-377-08481-5

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Содержание курса геометрии в 9 классе определяется не каким-либо учебником или учебным пособием. Для этого существуют специальные документы: **Программа изучения курса геометрии, Программа развития и формирования универсальных учебных действий для основного общего образования, ФГОС общего образования**. Поэтому представленные в этой книге материалы разработаны так, чтобы ими смогли воспользоваться учителя, работающие по любым учебникам геометрии, входящим в Федеральный перечень учебников, рекомендованным Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в учебном образовательном процессе общеобразовательных организаций РФ. Вспомогательную роль — определение последовательности тем тестов, которой мы придерживались, выполняет учебник «Геометрия 7–9» под редакцией Л.С. Атанасяна.

В этой книге собраны и расположены в определённом порядке варианты небольших самостоятельных работ по курсу геометрии для учащихся 9 классов общеобразовательных школ, которые изучают предмет по учебнику под редакцией Л.С. Атанасяна. Эти работы представлены в тестовой форме.

Тематика предлагаемых тестов охватывает все без исключения темы геометрии 9 класса.

Трудность заданий внутри каждого теста постепенно возрастает с возрастанием номера задания, но в то же время вполне посильна учащимся любых общеобразовательных школ.

Время выполнения заданий каждого теста, по нашему мнению, не должно превышать продолжительности одного урока — 40–45 минут. Некоторые тесты рассчитаны на меньшее время. Рекомендуемое время (в минутах) выполнения каждого теста указано в его заголовке в скобках.

Примерное оценивание работы мы рекомендуем проводить так, чтобы удовлетворительная оценка была выставлена при условии выполнения не менее 50% заданий теста с учётом всех вопросов, которых иногда больше, чем самих заданий (в одном задании может быть несколько вопросов). Таким образом, возможные варианты оценивания выполнения теста имеют следующий вид.

Процент	**Оценка**
менее 50%	два
51% — 60%	три
61% — 70%	четыре
71% — 90%	пять
91% — 100%	две пятёрки

В книге — 15 тестов. Один тест — Тест 11. «Длина окружности. Площадь круга и его частей. (Продолжение)» отмечен «звездочкой» * и является дополнительным (в учебнике этот материал рассматривается позднее) по тематике рассматриваемых задач. Однако, в силу особой важности приводимых в нём заданий, мы рекомендуем выделить на изучение этой темы дополнительные часы и затем провести тестирование. Как показывает наш многолетний опыт работы в 9 классах, изучение и в дальнейшем повторение этой темы во многих случаях приводит не только к повышению интереса к предмету, но и к повышению баллов при выполнении заданий ОГЭ и ЕГЭ. Это объясняется тем, что эти задачи, имеющие неоднозначный ответ, заставляют школьника задуматься при решении любой задачи по геометрии: а нет ли здесь второго варианта? Такой подход приводит к более глубоким знаниям предмета. Отсюда и более высокие баллы.

Книга заканчивается **итоговым** тестом, состоящим из 14 заданий, разбитых на три части, и списком **диагностических контрольных задач**, которые помогут провести комплексные проверки усвоенности тем. Их при желании учитель может рассматривать в соответствующее время перед тестированием. Отметим, что Часть III итогового теста содержит задачи олимпиадного характера, причём трудные задачи олимпиад. Поэтому результаты решения этих задач мы рекомендуем оценивать только высокими баллами. Это означает, что ученик может получить итоговую оценку «5», не решив при этом ни одной задачи из Части III. Здесь учитель должен ориентироваться на общий уровень подготовки своих учащихся.

В заключение отметим, что наша книга может быть полезна не только учителям математики, ученикам 8–9 классов, студентам педагогических университетов, но также и родителям учеников, которые захотят убедиться в успешности своих детей при изучении геометрии. Ко всем тестам имеются ответы.

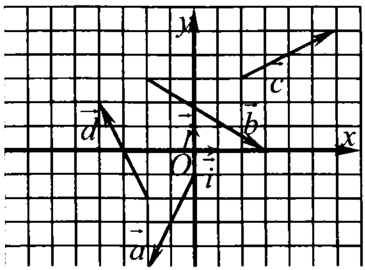
Авторы

Тест 1. Сложение векторов и умножение вектора на число в координатной форме (25–30)

Вариант 1

Часть I

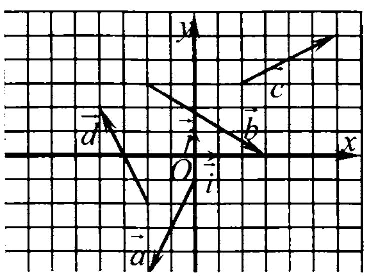
1. Даны 4 вектора (см. рис.) Какой из них имеет координаты $(-1;\ 2)$?



Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$	Ни один из векторов на рисунке

2. Даны 4 вектора (см. рис.) Один из них равен вектору $-2\vec{i}-4\vec{j}$. Запишите, какой.



Варианты ответов

1	2	3	4
$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$

3. Найдите $x+y$, если $(2x+y)\vec{i}-(x-y)\vec{j}=11\vec{i}-4\vec{j}$. В таблице ответов указано значение суммы $x+y$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
6	2	3	7	10

4. Даны векторы $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}$; $\vec{b}=-4\vec{i}+6\vec{j}$. Найдите координаты вектора $\vec{a}+3\vec{b}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$5\vec{i}-7\vec{j}$	$-11\vec{i}+16\vec{j}$	$-13\vec{i}-20\vec{j}$	$11\vec{i}-18\vec{j}$	$-5\vec{i}+7\vec{j}$

5. Найдите модуль вектора $\vec{a}+\vec{b}$, если $\vec{a}=5\vec{i}-7\vec{j}$; $\vec{b}=-\vec{i}+10\vec{j}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1	7	3	10	5

Часть II

6. При каком значении параметра x векторы $\vec{p}(2;\ x+4)$ и $\vec{q}(x;\ -2)$ коллинеарны?

Ответ: ________________________.

7. Разложите вектор $\vec{p}(-11;\ 5)$ по векторам $\vec{a}(-4;\ 2)$ и $\vec{b}(3;\ -1)$.

Ответ: ________________________.

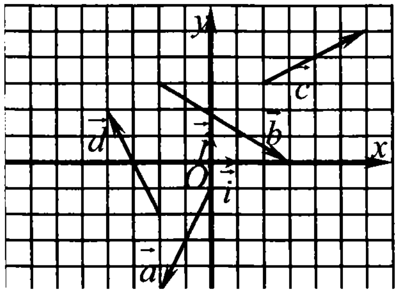
8. Ромб $ABCD$ задан координатами трёх своих вершин. A (0; 2), B (1; 0), C (0; –2). Найдите координаты вектора $\overrightarrow{DF}$, где F — середина стороны BC, и его разложение по векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

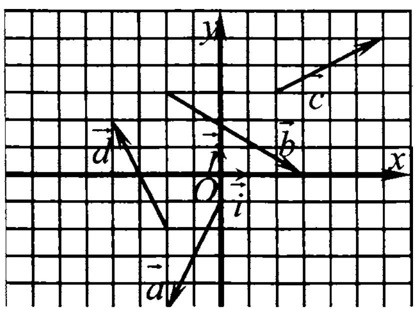
1. Даны 4 вектора (см. рис.) Какой из них имеет координаты (5; –3)?



Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$	Ни один из векторов на рисунке

2. Даны 4 вектора (см. рис.) Один из них равен вектору $-\overrightarrow{2i}+4\vec{j}$. Запишите, какой.



Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$	Ни один из векторов на рисунке

3. Найдите $x \cdot y$, если $(y+x)\vec{i}-(y-x)\vec{j}=5\vec{i}-\vec{j}$. В таблице ответов указано значение произведения $x \cdot y$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
6	–15	–6	15	–9

4. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}$; $\vec{b}=-\vec{i}-2\vec{j}$. Найдите $2\vec{a}+\vec{b}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$5\vec{i}$	$-7\vec{j}$	$2\vec{i}-\vec{j}$	$\vec{i}-2\vec{j}$	$-3\vec{i}-\vec{j}$

5. Найдите модуль вектора $\vec{a}-2\vec{b}$, если $\vec{a}=8\vec{i}-2\vec{j}$; $\vec{b}=-2\vec{i}-9\vec{j}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
9	10	14	20	40

Часть II

6. При каком значении параметра a векторы $\vec{p}(a;\ 3)$ и $\vec{q}(-3;\ a-6)$ коллинеарны?

Ответ: ______________________.

7. Разложите вектор $\vec{p}(-1;\ 14)$ по векторам $\vec{a}(-1;\ -2)$ и $\vec{b}(-2;\ 4)$.

Ответ: ______________________.

8. Параллелограмм *ABCD* задан координатами трёх своих вершин *A* (1; –4), *B* (–1; 6), *C* (7; 2). Найдите координаты вектора $\overrightarrow{DF}$, где *F* — середина стороны *AB*, и его разложение по векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

Ответ: ______________________.

Тест 2. Метод координат. Координаты середины отрезка (25–30)

Вариант 1

Часть I

1. Даны точки $A(2,-9)$, $B(-4,6)$. Найдите координаты x и y точки $M(x,y)$, если $\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(–1, 1)	(1, 1)	(–1, –1)	(1, –1)	(–2, 0)

2. Найдите координаты вершины C параллелограмма $ABCD$, если $A(0,1)$, $B(1,-2)$, $D(5,6)$.

Варианты ответов

1	2	3	4
(6, 3)	(–6, 3)	(–6, –3)	(6, –3)

3. Найдите координаты середины отрезка AB, $A(10,-12)$, $B(-4,10)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(–3, –1)	(–3, 1)	(3, –1)	(3, 1)	(6, –2)

4. Найдите длину медианы CM треугольника ABC, если $A(0,3)$, $B(10,7)$, $C(2,1)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	3	1	6	5

Часть II

5. Даны точки $A(2,-1)$, $B(1,5)$. Найдите координаты всех точек $M(x,y)$, если сумма произведений одноименных координат векторов $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AB}$ равна нулю. В ответ впишите координаты той точки M, для которой $x+y=-6$.

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

1. Даны точки $A(5,-1)$, $B(-2,9)$. Найдите координаты x и y точки $M(x,y)$, если $\overrightarrow{AM}-6\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(–2; 1,7)	(1,7; –5)	(–3,4; 11)	(1,5; –2)	(–3,4; 6)

2. Найдите координаты вершины D параллелограмма $ABCD$, если $A(-5;1)$, $B(5;-1)$, $C(0;9)$.

Варианты ответов

1	2	3	4
(10; 11)	(–10; 11)	(–10; –11)	(10; –11)

3. Найдите координаты середины отрезка AB, $A(20;-3)$, $B(-16;5)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(–2; –1)	(–2; 1)	(2; –1)	(2; 1)	(–4; 2)

4. Найдите длину медианы CM треугольника ABC, если $A(30;-3)$, $B(-4;3)$, $C(7;-8)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
10	8	6	4	2

Часть II

5. Даны точки $A(3;-2)$, $B(4;-1)$. Найдите координаты всех точек $M(x,y)$, если сумма произведений одноименных координат векторов $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AB}$ равна нулю. В ответ впишите координаты той точки M, для которой $x-y=9$.

Ответ: ______________________.

Тест 3. Уравнение прямой. Уравнение окружности (40–45)

Вариант 1

Часть 1

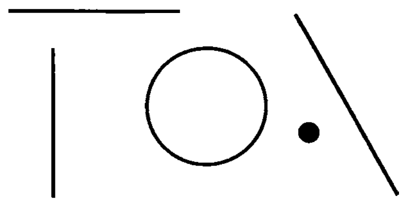
1. Найдите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку (7; –3,5).

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$Y=-0{,}5x$	$Y=-2x$	$Y=7x-3{,}5$	$Y=-3{,}5x+7$	$Y=7x$

2. Даны 5 уравнений.

1. $x^2+y^2=x;$
2. $x^2+y^2=0;$
3. $x^2+y^2=x^2;$
4. $x^2+y^2=(x-1)^2+(y-1)^2;$
5. $x^2+y^2=y^2.$



Подпишите под каждым множеством точек на плоскости номер того уравнения, которое ему соответствует.

Горизонтальная прямая	Вертикальная прямая	Окружность	Точка	Наклонная прямая

3. Даны уравнения прямых. Укажите номера уравнений, задающих параллельные прямые.

1. $y = 3x - 2;$
2. $2y + 3x = 4;$
3. $x/2 + y/3 = 1;$
4. $3x + 2y = 0.$

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2,3	2,3,4	1,4	2,4	Никакие из этих прямых не параллельны

4. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2+2x+y^2-2y=2$.

Ответ: ______________________.

Часть II

5. Найдите уравнение окружности с центром (1; 1), проходящей через точку (–2; 5).

Ответ: ______________________.

6. Найдите уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точек (0; 1) и (–2; 5).

Ответ: ______________________.

7. Найдите уравнение окружности описанной около треугольника ABC, координаты вершин которого: (0; 0), (–1; 1), (3; 3).

Ответ: ______________________.

Вариант 2

Часть I

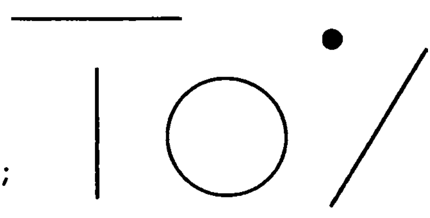
1. Найдите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку (–2,5; 5).

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$y=-0,5x$	$y=-2x$	$y=5x-2,5$	$y=-2,5x+5$	$y=-2,5x$

2. Даны 5 уравнений.

1. $x^2+y^2=0$;
2. $x^2+y^2=2x$;
3. $x^2+y^2=y^2$;
4. $x^2+y^2=(x+2)^2+(y-1)^2$;
5. $x^2+y^2=x^2$.



Подпишите под каждым множеством на плоскости номер того уравнения, которое ему соответствует.

Горизонтальная прямая	Вертикальная прямая	Окружность	Точка	Наклонная прямая

3. Даны уравнения прямых. Укажите номера уравнений, задающих параллельные прямые.

1. $y = -3x + 2$;
2. $2y + 3x = 4$;
3. $x + y/3 = 1$;
4. $3x - 2y = 0$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2,3	1,2,4	1,3	2,4	Никакие из этих прямых не параллельны

4. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + 2x + y^2 - 2y = 7$.

Ответ: ________________________.

Часть II

5. Найдите уравнение окружности с центром (0; 2), проходящей через точку (–3; 6).

Ответ: ________________________.

6. Найдите уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точек (0; 3) и (2; –5).

7. Найдите уравнение окружности описанной около треугольника *ABC*, координаты вершин которого: (0; 0), (2; –2), (4; 4).

Ответ: ________________________.

Тест 4. Тригонометрические функции острых и тупых углов. Формулы приведения (25–30)

Вариант 1

Часть I

1. Вычислите $8\sin 30^\circ + 6\cos 120^\circ - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,60^\circ$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
–2	–3	2	3	0

2. Вычислите $\cos 73^\circ \sin 17^\circ + \sin^2 107^\circ$.

Варианты ответов

1	2	3	4
2	0,5	$\sqrt{3}$	1

3. Упростите $\sin\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha + \cos(90^\circ - \alpha) - \sin(180^\circ - \alpha)$

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1	$\cos\alpha$	$1+\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$1+\sin\alpha$

4. Найдите косинус тупого угла α, если его синус равен $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$-0,5$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Часть II

5. Известно, что в треугольнике ABC $\sin A = 0,5$. Найдите градусную меру угла A.

Ответ: ____________________________.

Вариант 2

Часть I

1. Вычислите $8\sin 30° + 6\cos 120° - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,60°$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
–2	–3	2	3	0

2. Вычислите $\sin 74° \cos 16° + \cos^2 106°$.

Варианты ответов

1	2	3	4
2	0,5	$\sqrt{3}$	1

3. Упростите $\cos\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha + \cos(90° + \alpha) - \sin(180° - \alpha)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$2\sin\alpha$

4. Найдите косинус тупого угла α, если его синус равен $\frac{1}{2}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
–0,5	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Часть II

5. Известно, что в треугольнике ABC $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите градусную меру угла A.

Ответ: ______________________.

Тест 5. Скалярное произведение векторов в координатной форме (25–30)

Вариант 1

Часть I

1. Даны векторы $\vec{a}(2,-9)$, $\vec{b}(-4,6)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
−62	−17	26	71	−137

2. Даны векторы $\vec{a}(1,-1)$, $\vec{b}(-4,1)$. Вычислите $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
−16	−8	4	−12	36

3. Даны векторы $\vec{a}(2,1)$, $\vec{b}(-2,1)$ и $\vec{c}(0,1)$. Вычислите косинус угла между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{c}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	−0,5	0	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Часть II

4. Даны векторы $\vec{a}(1,-1)$, $\vec{b}(-4,1)$. Найдите все значения x, при каждом из которых векторы $\vec{a}+x\vec{b}$ и $\vec{a}$ будут перпендикулярны.

Ответ: ______________________.

5. Найдите все векторы $\vec{n}$, которые образуют с вектором $\vec{s}(-4,3)$ прямой угол и $|\vec{n}|=|\vec{s}|$.

Ответ: ________________________.

6. Найдите все векторы единичной длины, которые образуют с вектором $\vec{s}(2,-1)$ угол, равный $45°$.

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

1. Даны векторы $\vec{a}(3,-7)$, $\vec{b}(2,-4)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Варианты ответов

3	2	3	4	5
–34	34	0	17	–17

2. Даны векторы $\vec{a}(1,-2)$, $\vec{b}(-3,1)$. Вычислите $\vec{b}\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
0	–18	–20	18	20

3. Даны векторы $\vec{a}(1,2)$, $\vec{b}(2,1)$ и $\vec{c}(1,-2)$. Вычислите косинус угла между векторами $\vec{a}-\vec{b}$ и $\vec{a}+\vec{c}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	–0,5	0	0,5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Часть II

4. Даны векторы $\vec{a}(x-1;-1)$, $\vec{b}(-4;3)$. Найдите все отрицательные значения x, при каждом из которых векторы $\vec{a}+x\vec{b}$ и $\vec{a}$ будут перпендикулярны.

Ответ: ______________________.

5. Найдите все векторы $\vec{n}$, которые образуют с вектором $\vec{s}(7,2)$ прямой угол и $|\vec{n}|=|\vec{s}|$.

Ответ: ______________________.

6. Найдите все векторы единичной длины, которые образуют с вектором $\vec{s}(2,1)$ угол, равный $135°$.

Ответ: ______________________.

Тест 6. Теорема синусов (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. В треугольнике ABC $\angle A = 60°$, $\angle C = 45°$, $AB = \sqrt{2}$. Найдите BC.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	1,5	3

2. В треугольнике два угла равны 12 и 18 градусов, а сторона между ними равна 3. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	3	5	4	Нельзя определить

3. В треугольнике ABC $AB = 5$, $BC = 13$, а $\sin C = \dfrac{5}{13}$. Найдите $\sin B$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1	0,5	$\dfrac{5}{13}$	$\dfrac{12}{13}$	Нельзя определить

4. В окружность радиуса 3 вписана трапеция. Ее высота равна 2, а боковая сторона 3. Найдите диагональ трапеции.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1,5	2	4	4,5	5

Часть II

5. В остроугольном треугольнике ABC H — точка пересечения высот. Радиус окружности, описанной около треугольника ABH, равен 4. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCH.

Ответ: ________________________.

6. В треугольнике ABC $AB = 2BC$, $\sin A = \frac{1}{4}$. Чему может быть равен угол C?

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

1. В треугольнике ABC $\angle A = 30°$, $\angle C = 45°$, $AB = \sqrt{2}$. Найдите BC.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	1,5	1	2

2. В треугольнике два угла равны 7 и 38 градусов, а сторона между ними равна $\sqrt{8}$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	3	5	4	Нельзя определить

3. В треугольнике ABC $AB = 8$, $BC = 17$, а $\sin C = \frac{8}{17}$. Найдите $\sin B$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1	0,8	$\frac{15}{17}$	$\frac{8}{17}$	Нельзя определить

4. В окружность радиуса 5 вписана трапеция. Ее высота равна 3, а боковая сторона 4. Найдите диагональ трапеции.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2,5	4	6	7,5	8

Часть II

5. В тупоугольном треугольнике ABC H — точка пересечения высот. Радиус окружности, описанной около треугольника ABH, равен 3. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

Ответ: ____________________________.

6. В треугольнике ABC $AB = 3BC$, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Чему может быть равен угол C?

Ответ: ____________________________.

Тест 7. Теорема косинусов (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. Найдите средний по величине угол треугольника, стороны которого равны 5, 7 и 8 см.

Варианты ответов (в градусах)

1	2	3	4	5
30	60	45	arccos(0,4)	Нельзя определить

2. Стороны треугольника равны 3 см и 5 см, а косинус угла между ними равен 0,3. Найдите третью сторону (в сантиметрах).

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	3	5	4	Нельзя определить

3. Найдите большую диагональ параллелограмма, соседние стороны которого равны 1 и 2, а больший угол больше меньшего в 2 раза.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	Нельзя определить

4. В треугольнике сторона равна 7, а противолежащий угол равен 120°. Еще одна сторона равна 5. Найдите третью сторону.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
10	2	3	9	5

5. В трапеции $ABCD$ (BC и AD — основания) $AB = 1$, $AD = 3$, $\angle B = 120°$. Найдите длину диагонали BD.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	4	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	Нельзя определить

6. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка D так, что $BD = 3$, $DC = 2$. Еще известно, что $AB = 4$, $AC = 6$. Найдите длину AD.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
5	$\sqrt{22}$	$\sqrt{21}$	$2\sqrt{5}$	Нельзя определить

Часть II

7. Определите вид треугольника, если длины его сторон равны 7, 8 и 10.

Ответ: ______________________________.

8. Стороны четырехугольника, вписанного в окружность, равны соответственно $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 3$ и $AD = 1$. Найдите диагональ BD.

Ответ: ______________________________.

Вариант 2

Часть I

1. Найдите больший угол треугольника, стороны которого равны 3, 5 и 7 см.

Варианты ответов (в градусах)

1	2	3	4	5
90	120	60	150	Нельзя определить

2. Стороны треугольника равны 4 см и 5 см, а косинус угла между ними равен 0,4. Найдите третью сторону (в сантиметрах).

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	3	5	4	Нельзя определить

3. Найдите меньшую диагональ параллелограмма, соседние стороны которого равны 1 и $2\sqrt{2}$, а больший угол больше меньшего в 3 раза.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	Нельзя определить

4. В треугольнике сторона равна 7, а противолежащий угол равен $60°$. Еще одна сторона равна 5. Найдите третью сторону.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
10	2	8	9	5

5. В трапеции $ABCD$ (BC и AD — основания) $AB = 1$, $AD = \sqrt{2}$, $\angle B = 135°$. Найдите длину диагонали BD.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	1	Нельзя определить

6. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка D так, что $BD = 2$, $DC = 3$. Еще известно, что $AB = 4$, $AC = 6$. Найдите длину AD.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
5	4	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	Нельзя определить

Часть II

7. Определите вид треугольника, если длины его сторон равны 7, 10 и 13.

Ответ: ____________________________.

8. Стороны четырехугольника, вписанного в окружность, равны соответственно $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 3$ и $AD = 4$. Найдите диагональ BD.

Ответ: ____________________________.

Тест 8. Применение тригонометрии для решения геометрических задач (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. В треугольнике ABC угол C — прямой, A равен α и $AB = c$. Найдите AC, если $c = 20$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$c\sin\alpha = 10\sqrt{3}$	$c\cos\alpha = 10$	$\operatorname{ctg}\alpha = 20\sqrt{3}$	$c\operatorname{ctg}\alpha = \frac{20}{\sqrt{3}}$	Недостаточно данных

2. В остроугольном треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $AB = BC = a$. Найдите высоту CH, если $a = 10$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$. В ответ запишите общий и частный случаи.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$a\sin 2\alpha = 5\sqrt{3}$	$2a\cos\alpha = 5$	$2a\operatorname{tg}\alpha = \frac{20}{\sqrt{3}}$	$a\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = 10\operatorname{ctg}\frac{\pi}{12}$	Недостаточно данных

3. В тупоугольном треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $AB = BC = a$. Найдите биссектрису AL, если $a = 12$, $\alpha = 30°$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\dfrac{2a\cos\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{2}}=12\sqrt{6}$	$\dfrac{a\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha}=24$	$\dfrac{a\cdot\sin 2\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{2}}=6\sqrt{6}$	$a\,\mathrm{ctg}\,\alpha\sin 3\alpha = = 4\sqrt{3}$	Недостаточно данных

4. В равнобедренном треугольнике ABC $\angle B=\alpha$, основание $AC=a$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, если $a=2$, $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Варианты ответов

1	2	3	4
$0,5a\sin\dfrac{2\alpha-\pi}{2}=0,5$	$2a\,\mathrm{ctg}\dfrac{\pi-\alpha}{4}=2\,\mathrm{ctg}\dfrac{\pi}{12}$	$2a\,\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}=4\sqrt{3}$	$0,5a\,\mathrm{tg}\dfrac{\pi-\alpha}{4}=\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{12}$

Часть II

5. Основания равнобочной трапеции a, b $(a>b)$, угол при большем основании — α. Найдите площадь трапеции, если $a=10$, $b=4$, $\alpha=60^\circ$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Ответ: ______________________.

6. Дан ромб со стороной равной a и острым углом, равным α. Найдите диаметр окружности, проходящей через две соседние вершины этого ромба и середину его третьей стороны, если $a=1$, $\alpha=60^\circ$ (рассмотрите все возможные случаи). Ответ дайте в общем и частном случаях.

Ответ: ______________________.

Вариант 2

Часть I

1. В треугольнике ABC угол C — прямой, угол A равен α и $AB = c$. Найдите AC, если $c = 10, \alpha = 45°$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$c\sin\alpha = 5\sqrt{2}$	$c\cos\alpha = 5\sqrt{2}$	$c\,\mathrm{tg}\,\alpha = 10$	$c\,\mathrm{ctg}\,\alpha = 10$	Недостаточно данных

2. В остроугольном треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $AB = BC = a$. Найдите высоту CH, если $a = 50, \alpha = 60°$. В ответ запишите общий и частный случаи.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$a\sin 2\alpha = 25\sqrt{3}$	$2a\cos\alpha = 50$	$2a\,\mathrm{tg}\,\alpha = 100\sqrt{3}$	$a\,\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2} = 50\sqrt{3}$	Недостаточно данных

3. В тупоугольном треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $AB = BC = a$. Найдите биссектрису AL, если $a = 18, \alpha = 20°$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\frac{2a\cos\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{2}} = 72\cos 20°$	$\frac{a\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{9\sqrt{3}}{\cos 40°}$	$\frac{a\cdot\sin 2\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{2}} = 36\sin 40°$	$a\,\mathrm{ctg}\,\alpha\sin 3\alpha = 9\,\mathrm{ctg}\,20°\sqrt{3}$	Недостаточно данных

4. В равнобедренном треугольнике ABC $\angle B = \alpha$, основание $AC = a$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, если $a=1$, $\alpha=\frac{5\pi}{6}$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$0{,}5a\sin\frac{2\alpha-\pi}{2}=$ $=\frac{\sqrt{3}}{4}$	$2a\operatorname{ctg}\frac{\pi-\alpha}{4}=$ $=2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{24}$	$2a\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=$ $=2\operatorname{tg}\frac{5\pi}{12}$	$0{,}5a\operatorname{tg}\frac{\pi-\alpha}{4}=$ $=0{,}5\operatorname{tg}\frac{\pi}{24}$	Недостаточно данных

Часть II

5. Основания равнобочной трапеции a, b $(a>b)$, угол при большем основании — α. Найдите площадь трапеции, если $a=8$, $b=2$, $\alpha=30°$. Ответ дайте в общем и частном случаях.

Ответ: __________________________.

6. Дан ромб со стороной, равной a и острым углом, равным α. Найдите диаметр окружности, проходящей через две соседние вершины этого ромба и середину его третьей стороны, если $a=1$, $\alpha=45°$ (рассмотрите все возможные случаи). Ответ дайте в общем и частном случаях.

Ответ: __________________________.

Тест 9. Правильные многоугольники (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. Найдите угол правильного двадцатиугольника.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
20°	160°	162°	324°	200°

2. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 1. Найдите площадь треугольника.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	4	6	Нельзя определить

3. Найдите угол между двумя неравными диагоналями правильного шестиугольника, исходящими из одной вершины.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
30°	45°	72°	60°	90°

4. Найдите, на сколько квадратных метров площадь квадрата, описанного около окружности диаметра 1 м, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1,5	2	0,75	0,5	1

Часть II

5. Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности на 1 м больше, чем радиус вписанной в него окружности. Найдите сторону шестиугольника.

Ответ: ______________________.

6. В квадрат вписана окружность, в которую вписан правильный треугольник, в который вписана окружность, в которую вписан еще один квадрат. Найдите отношение площадей большего и меньшего квадратов.

Ответ: ____________________.

Вариант 2

Часть I

1. Найдите угол правильного восемнадцатиугольника.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
20°	160°	162°	324°	200°

2. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной, равной 1.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	3	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	Нельзя определить

3. Найдите угол между диагоналями правильного пятиугольника, выходящими из одной вершины.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
18°	45°	36°	54°	60°

4. Сторона квадрата, описанного около окружности, на 1 м больше стороны квадрата, вписанного в эту окружность. Найдите диаметр окружности.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\sqrt{2}+1$	4	2	$\sqrt{2}+2$	3

Часть II

5. Найдите меньшую диагональ правильного восьмиугольника со стороной, равной 1.

Ответ: ________________________.

6. В правильный треугольник вписан круг, в который вписан квадрат, в который вписан круг, в который вписан еще один правильный треугольник. Найдите отношение площадей большего и меньшего треугольников.

Ответ: ________________________.

Тест 10. Длина окружности. Площадь круга (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. Найдите площадь круга, если длина соответствующей окружности равна 8.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\frac{16}{\pi}$	16	64π	16π	$\frac{4}{\pi}$

2. Найдите площадь круга, вписанного в квадрат площади 20.

Ответ: ____________________.

3. Найдите длину окружности, описанной около правильного треугольника со стороной $\sqrt{3}$.

Ответ: ____________________.

4. Длины двух концентрических окружностей отличаются на 4π м. Найдите ширину образованного ими кольца.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
π	4	$\frac{4}{\pi}$	2	Недостаточно данных

Часть II

5. Что больше — площадь круга, описанного около правильного треугольника со стороной 3, или площадь квадрата, описанного около круга с диаметром $\sqrt{10}$?

Ответ: ____________________.

6. Дан квадрат со стороной 2. В него вписан круг. Другой круг, меньшего радиуса, касается данного круга и двух соседних сторон квадрата. Найдите площадь меньшего круга.

Ответ: ______________________.

7. Найдите площадь кольца, образованного описанной и вписанной окружностями правильного шестиугольника со стороной 2.

Ответ: ______________________.

Вариант 2

Часть I

1. Найдите длину окружности, если площадь соответствующего ей круга равна $16/\pi$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$\frac{16}{\pi}$	8	64π	16π	4

2. Найдите площадь круга, описанного около квадрата площади 10.

Ответ: ______________________.

3. Найдите длину окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной $\sqrt{3}$.

Ответ: ______________________.

4. Длины двух концентрических окружностей отличаются на 6π м. Найдите ширину образованного ими кольца.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
π	6	$\frac{6}{\pi}$	3	Недостаточно данных

Часть II

5. Что больше — периметр квадрата, вписанного в круг площади 8π м^2, или длина окружности диаметра 5 м?

Ответ: ________________________.

6. Дан правильный треугольник. В него вписан круг радиуса 1. Другой круг, меньшего радиуса, касается данного круга и двух сторон треугольника. Найдите площадь меньшего круга.

Ответ: ________________________.

7. Найдите площадь кольца, образованного описанной и вписанной окружностями правильного шестиугольника со стороной 3.

Ответ: ________________________.

Тест 11. (*) Длина дуги окружности. Площадь круга и его частей. (Продолжение) (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. Найдите длину дуги окружности, касающейся двух сторон равностороннего треугольника в его вершинах, если сторона треугольника равна a. Ответ дайте для случая $a=\sqrt{3}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	$\frac{2\pi}{3}$	4	$\frac{3\pi}{4}$	6

2. Дан квадрат со стороной, равной a. Каждая из четырех окружностей касается двух противоположных сторон этого квадрата в его вершинах. Докажите, что эти четыре окружности имеют единственную общую точку.

3. (Продолжение задачи 2). Вычислите периметр четырехлистника, образованного этими окружностями.

Ответ: ____________________________.

Часть II

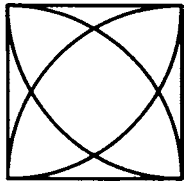
4. (Продолжение задачи 2). Вычислите площадь четырехлистника, образованного этими окружностями.

Ответ: ____________________________.

5. Окружность, проходящая через две соседние вершины правильного шестиугольника, касается его сторон в этих вершинах. Найдите длину дуги этой окружности, лежащей вне данного шестиугольника, если его сторона равна $\sqrt{3}$.

Ответ: ____________________________.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной четырьмя дугами окружностей, центры которых лежат в вершинах данного квадрата, если площадь квадрата равна 1.



Ответ: ______________________.

Вариант 2

Часть I

1. Найдите длину дуги окружности, касающейся двух сторон равностороннего треугольника в его вершинах, если сторона треугольника равна a. Ответ дайте для случая $a = 6\sqrt{3}$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2π	$\frac{8\pi}{3}$	4π	$\frac{17\pi}{4}$	6π

2. Дан квадрат со стороной, равной a. Каждая из четырех окружностей касается двух сторон этого квадрата, имеющих общую вершину, в противоположных вершинах этого квадрата. Докажите, что эти четыре окружности делят каждую из дуг на три равные части.

3. (Продолжение задачи 2). Найдите наибольшее из расстояний от точки пересечения дуг окружности до сторон квадрата, если эта сторона равна $4\sqrt{3}$.

Ответ: ______________________.

4. (Продолжение задачи 2). Найдите периметр четырехлистника, образованного дугами данных окружностей, лежащего внутри квадрата.

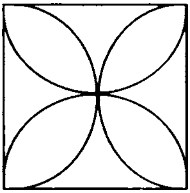
Ответ: ________________________.

Часть II

5. Окружность, проходящая через две соседние вершины правильного восьмиугольника, касается его сторон в этих вершинах. Найдите длину дуги этой окружности, лежащей внутри данного восьмиугольника, если его сторона равна $8\sqrt{2}$.

Ответ: ________________________.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной дугами окружностей и сторонами квадрата, если центры каждой из окружностей – в середине стороны квадрата, и площадь квадрата равна 1.



Ответ: ________________________.

Тест 12. Движения плоскости (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. При некотором движении g точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Известно, что $AB = 10$. Найдите A_1B_1.

Варианты ответов

1	2	3
10	20	Невозможно определить

2. При некотором движении g точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Известно, что $BB_1 = 10$. Найдите AA_1.

Варианты ответов

1	2	3
10	20	Невозможно определить

3. Докажите, что при движении угол переходит в равный ему угол.

Ответ: ________________________.

4. При некотором отображении f координатной плоскости произвольная точка $A(x; y)$ отображается на точку $A_1(x-1; 2y)$. Найдите координаты точки, в которую при этом отображении переходит точка $V(3; -6)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(12; –3)	(4; –6)	(2; –12)	(–2; 12)	Невозможно определить

Часть II

5. Дан квадрат $ABCD$, причём $A(1;1), B(1;6)$ и $C(6;6)$. При движении g вершина A перешла в точку $A_1(-1;-2)$, а вершина B в точку $B_1(-5;-5)$. Найдите координаты точки, в которую при этом движении перешла точка D.

Ответ: ________________________.

6. При некотором отображении f координатной плоскости произвольная точка $(x;y)$ отображается на точку $(x+1;2-y)$. Докажите, что отображение f **является** движением.

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

1. При некотором движении g точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Известно, что $AA_1 = 17$. Найдите BB_1.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
17	34	10	12	Невозможно определить

2. При некотором движении g точка M перешла в точку K, точка M_1 — в точку K_1. Известно, что $MM_1 = 20$. Найдите KK_1.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
10	20	11	21	Невозможно определить

3. Докажите, что при движении параллельные прямые переходят в параллельные прямые.

4. При некотором отображении f координатной плоскости произвольная точка $A(x;\ y)$ отображается на точку $A_1(x+5;\ 4y)$. Найдите координаты точки, в которую при этом отображении переходит точка $V(-7;\ 16)$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(–2; 64)	(2; –64)	(–2; –64)	(–35; 4)	Невозможно определить

Часть II

5. Дан квадрат $ABCD$, причём $A(-1;2)$, $B(-1;7)$ и $D(-6;2)$. При движении g вершина A перешла в точку $A_1(-1;2)$, а вершина B в точку $B_1(3;-1)$. Найдите координаты точки, в которую при этом движении перешла точка C.

Ответ: ____________________________.

6. При некотором отображении f координатной плоскости произвольная точка $(x;\ y)$ отображается на точку $(-2x;\ y-1)$. Докажите, что отображение f движением **не является**.

Ответ: ____________________________.

Тест 13. Параллельный перенос и осевая симметрия (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. При параллельном переносе на вектор $\vec{q}$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Векторы $\vec{q}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.
б) Фигура ABB_1A_1 — параллелограмм.
в) Векторы $\vec{q}$ и $\overrightarrow{BB_1}$ равны.
г) Прямые AB и A_1B_1 параллельны.
д) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются или совпадают.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

2. Дана осевая симметрия с осью s и точки A и B, не лежащие на оси симметрии. Известно, что при симметрии относительно s точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются.
б) Прямые AA_1 и BB_1 параллельны.
в) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.
г) Отрезки AB и A_1B_1 равны.
д) Прямые AB_1 и A_1B не пересекаются.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

3. Прямая a перпендикулярна стороне BC треугольника ABC и проходит через точку A. Нарисуйте фигуру, в которую пере-

ходит треугольник ABC при симметрии относительно прямой a и последующим переносом на вектор $\overrightarrow{AB}$.

Ответ: ________________________.

4. На координатной плоскости дан параллельный перенос $\vec{q}=\vec{i}+5\vec{j}$ и точка $A(-4;1)$, которая отображается на точку $A_1(x-1;\ 2y)$. Найдите x и y.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$x=-2$; $y=3$	$x=2$; $y=-3$	$x=-2$; $y=-3$	$x=2$; $y=3$	$x=-4$; $y=6$

5. При осевой симметрии относительно прямой f точка A (8; –7) перешла в точку $A_1(2;11)$. Найдите координаты точки пересечения прямых AA_1 и f.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
(3; 4)	(5; 2)	(3; –9)	(2; –4)	(5; –4)

Часть II

6. Дан квадрат $ABCD$ со стороной, равной 10, и осевая симметрия относительно прямой AM, где M — середина стороны BC. При этой симметрии квадрат $ABCD$ перешел в фигуру $A_1B_1C_1D_1$ (A перешла в A_1; B — в B_1; C — в C_1; D — в D_1). Найдите площадь фигуры, содержащей **все** точки квадрата $ABCD$ и фигуры $A_1B_1C_1D_1$.

Ответ: ________________________.

7. Заданы два равных отрезка AB и CD, причём прямые AB и CD не параллельны и отрезки не имеют общих точек. Задайте параллельный перенос $\vec{p}$ и осевую симметрию f так, чтобы их последовательное применение к отрезку AB давало отрезок CD.

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

1. При параллельном переносе $\vec{w}$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Векторы $\vec{w}$ и $\overrightarrow{AA}$ коллинеарны.
б) Фигура ABB_1A_1 — параллелограмм или точки A, B, B_1 лежат на одной прямой.
в) Векторы $\vec{w}$ и $\overrightarrow{A_1B_1}$ равны.
г) Прямые AB и A_1B_1 параллельны или совпадают.
д) Прямые AB_1 и A_1B пересекаются.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

2. Дана осевая симметрия с осью m и точки A и B, не лежащие на оси симметрии. Известно, что при симметрии относительно m точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Прямые AB_1 и A_1B не пересекаются.
б) Прямые AA_1 и BB_1 параллельны.
в) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.
г) Отрезки AB и A_1B_1 равны.
д) Прямые AB_1 и A_1B равны.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

3. Прямая а перпендикулярна стороне BC треугольника ABC и проходит через точку А. Нарисуйте фигуру, в которую переходит треугольник ABC при симметрии относительно прямой а и последующим переносом на вектор $\overrightarrow{AB}$.

Ответ: ________________________.

4. На координатной плоскости дан параллельный перенос $\vec{q} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ и точка $A(-4; 1)$, которая отображается на точку $A_1(x - y;\ 2 - y)$. Найдите x и y.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$x = -2;$ $y = 3$	$x = 4;$ $y = 3$	$x = -4;$ $y = -3$	$x = 2;$ $y = 3$	$x = -4;$ $y = 3$

5. При осевой симметрии относительно прямой a точка $A(-8; -4)$ перешла в точку $A_1(12; -10)$. Найдите координаты точки пересечения прямых AA_1 и a.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
$(4; 14)$	$(-4; 14)$	$(2; -7)$	$(2{,}5; -7{,}5)$	$(-5; 4)$

Часть II

6. Дан квадрат $ABCD$ со стороной, равной 10, и осевая симметрия относительно прямой AM, где M – середина стороны BC. При этой симметрии квадрат $ABCD$ перешел в фигуру $A_1B_1C_1D_1$. Найдите площадь фигуры, содержащей **все** точки фигуры $A_1B_1C_1D_1$, не принадлежащие квадрату $ABCD$.

Ответ: ______________________.

7. Заданы два равных отрезка AB и CD, причём прямые AB и CD не параллельны (но не совпадают) и точки B и C лежат в разных полуплоскостях относительно прямой, проходящей через середины отрезков AB и CD. Задайте параллельный перенос $\vec{p}$ и осевую симметрию f так, чтобы их последовательное применение к отрезку AB давало отрезок CD так, что точка A перешла в точку D.

Ответ: ______________________.

Тест 14. Поворот и центральная симметрия (40–45)

Вариант 1

Часть I

1. При повороте R_O относительно точки O на $60°$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

   а) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.

   б) Отрезки AB и A_1B_1 равны.

   в) Угол AOA_1 равен углу BOB_1 и равен $60°$.

   г) Отрезки AB_1 и A_1B равны.

   д) Угол между прямыми AB и A_1B_1 равен $60°$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

2. Дана центральная симметрия Z_O с центром O и точки A и B, не лежащие на одной прямой с точкой O. Известно, что при симметрии Z_O точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

   а) Прямые AB_1 и A_1B параллельны.

   б) Прямые AA_1 и BB_1 параллельны.

   в) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.

   г) Отрезки AB и A_1B_1 равны.

   д) Угол AOB_1 равен углу BOA_1.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

3. Докажите, что при повороте углы между прямыми не изменяются.

4. При повороте R_O относительно точки O на $60°$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1, причем $\angle A_1OB_1 = 120°$. Найдите $\angle AOB$ в градусах.

Варианты ответов

1	2	3	4
$60°$	$120°$	$30°$	Невозможно найти

5. На координатной плоскости задан поворот R_O относительно начала — точки O на $90°$ и точка $A(2;\,3)$, которая перешла в точку A_1. Найдите координаты точки A_1.

Варианты ответов

1	2	3	4
$x = -3;$ $y = 2$	$x = 3;$ $y = -2$	$x = -3;$ $y = -2$	$x = -2;$ $y = -3$

6. На координатной плоскости задана центральная симметрия с центром в начале — точке O и точка $A(2;\,3)$, которая перешла в точку A_1. Найдите координаты точки A_1.

Варианты ответов

1	2	3	4
$x = -3;$ $y = 2$	$x = 3;$ $y = -2$	$x = -3;$ $y = -2$	$x = -2;$ $y = -3$

Часть II

7. Дан квадрат $ABCD$ со стороной, равной 10, и центральная симметрия с центром в точке M — середине стороны BC. При этой симметрии квадрат $ABCD$ перешел в фигуру $A_1B_1C_1D_1$. Найдите площадь треугольника AA_1C_1.

Ответ: __________________________.

8. Заданы два равных отрезка AB и CD, причём прямые AB и CD не параллельны и точка C не лежит на AB. Задайте центральную симметрию Z_O и поворот R_X так, чтобы их последовательное применение к отрезку AB давало отрезок CD и в результате точке A соответствовала бы точка C.

Ответ: _________________________.

Вариант 2

Часть I

1. При повороте R_O относительно точки O на $30°$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.

б) Отрезки AB и A_1B_1 равны.

в) Угол AOA_1 равен углу BOB_1 и равен $30°$.

г) Отрезки AB_1 и A_1B равны.

д) Угол между прямыми AB и A_1B_1 равен $30°$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

2. Дана центральная симметрия Z_O с центром O и точки A и B, не лежащие на одной прямой с точкой O. Известно, что при симметрии Z_O точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Выберите верное утверждение.

а) Прямые AB и A_1B_1 параллельны.

б) Прямые AA_1 и BB_1 параллельны.

в) Отрезки AA_1 и BB_1 равны.

г) Отрезки A_1B и AB_1 равны.

д) Угол A_1OB_1 равен углу AOB.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

3. Докажите, что если прямой a при центральной симметрии соответствует прямая $a`$, то $a \| a`$.

Ответ: __________________________.

4. При повороте R_O относительно точки O на $30°$ точка A перешла в точку A_1, точка B — в точку B_1. Найдите угол между прямыми AB и A_1B_1 в градусах.

Варианты ответов

1	2	3	4
$60°$	$120°$	$30°$	Невозможно найти

5. На координатной плоскости задан поворот R_O относительно начала — точки O на $270°$ и точка $A(-5;6)$, которая перешла в точку A_1. Найдите координаты точки A_1.

Варианты ответов

1	2	3	4
$x=-5;$ $y=6$	$x=-5;$ $y=-6$	$x=5;$ $y=6$	$x=5;$ $y=-6$

6. На координатной плоскости задана центральная симметрия с центром в начале — точке O и точка $A(5;-6)$, которая перешла в точку A_1. Найдите координаты точки A_1.

Варианты ответов

1	2	3	4
$x=-5;$ $y=6$	$x=-5;$ $y=-6$	$x=5;$ $y=6$	$x=5;$ $y=-6$

Часть II

7. Дан квадрат $ABCD$ со стороной, равной 16, и центральная симметрия с центром в точке M — середине стороны CD. При этой симметрии квадрат $ABCD$ перешел в фигуру $A_1B_1C_1D_1$. Найдите площадь треугольника AA_1D_1.

Ответ: ________________________.

8. Заданы два равных отрезка AB и CD, причём прямые AB и CD параллельны (но не совпадают) и точки B и C лежат в разных полуплоскостях относительно прямой, проходящей через середины отрезков AB и CD. Задайте центральную симметрию Z_O и поворот R_X так, чтобы их последовательное применение к отрезку AB давало отрезок CD так, что точка A перешла в точку C.

Ответ: ________________________.

Тест 15. Итоговый тест для аттестации за курс геометрии 7–9 классов

Вариант 1

Часть I

1. Дан угол AOB, равный $120°$. От луча OB отложен угол BOD так, что луч OD проходит между сторонами угла AOB и $\angle AOD : \angle BOD = 1:3$. Найдите величину $\angle AOD$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
60°	120°	30°	160°	25°

2. На отрезке AB выбраны две точки M и T так, что $AM : MB = 3:5$ и $AT : TB = 5:19$. Найдите длину отрезка TM, если $AB = 6$ м.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1	5	3	1,5	0,5

3. На параллельных прямых a и b взяты точки A и B соответственно, причём $AB = 12$ м и прямая AB образует с одной из параллельных угол $30°$. Найдите расстояние в метрах от середины отрезка AB до каждой из данных параллельных прямых.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
2 и 2	3 и 3	4 и 4	5 и 5	3 и 4

4. Дан квадрат $ABCD$ и точка M, лежащая на стороне BC, втрое ближе к B, чем к C. В каком отношении прямая AM делит сторону BC, если считать от точки B?

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1 : 1	1 : 2	1 : 3	1 : 4	2 : 3

5. В окружности диаметра 10 м проведена хорда длиной 6 м. Найдите расстояние в метрах от центра окружности до данной хорды.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
3	2	5	4	1

6. В окружности диаметром 100 см проведены два её диаметра, которые образуют угол, равный 60°. Найдите длину в сантиметрах наименьшей стороны четырёхугольника с вершинами в концах проведённых диаметров.

Варианты ответов

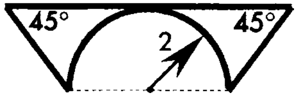
1	2	3	4	5
10	20	30	40	50

7. Из точки M к окружности радиуса 1 м проведены две касательные MA и MB, A и B — точки касания, угол AMB равен 120°. Найдите AB.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
0,5	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	Найти невозможно

8. Найдите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке. Все необходимые размеры указаны на рисунке.



Варианты ответов

1	2	3	4	5
$12-2\pi$	$6+\pi$	$2\sqrt{2}\pi$	$8-\pi$	$2\sqrt{3}$

Часть II

9. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Докажите, что $BP = DT$.

Ответ: ________________________.

10. В треугольнике ABC проведена средняя линия MN, причём точки M и N лежат на сторонах AB и AC соответственно. Найдите сумму $BM+MH+HN+NC+CB$ длин соответствующих отрезков, если H — основание высоты AH треугольника ABC и периметр треугольника ABC равен 10.

Ответ: ________________________.

11. Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $5:1$. Найдите площадь круга, ограниченного большей окружностью, если площадь меньшего круга равна 10 см^2.

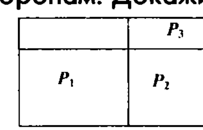
Ответ: ________________________.

Часть III

12. Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

Ответ: ________________________.

13. Через точку, лежащую во внутренней области прямоугольника, проведены прямые, параллельные его сторонам. Докажите, что сумма P_1+P_3 периметров двух малых прямоугольников, расположенных вдоль диагонали данного прямоугольника, равна



периметру данного прямоугольника. Обозначим периметры любых трёх из четырёх образовавшихся прямоугольников через P_1, P_2, P_3. Выразите через них периметр четвёртого малого прямоугольника.

Ответ: ________________________.

14. В круге радиуса r проведена хорда AB, длиной $r\sqrt{2}$, и на этой хорде как на диаметре построена полуокружность вне исходной окружности. Найдите площадь фигуры, ограниченной дугой AB и полуокружностью, если $r = 2$.

Ответ: ________________________.

Вариант 2

Часть I

1. Дан угол AOB, равный $150°$. От луча OB отложен угол BOD так, что луч OD проходит между сторонами угла AOB и $\angle AOD : \angle BOD = 2 : 3$. Найдите величину $\angle AOD$.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
60°	120°	30°	160°	25°

2. На отрезке AB выбраны две точки M и T так, что $AM : MB = 5 : 7$ и $AT : TB = 1 : 5$. Найдите длину отрезка TM, если $AB = 24$ м.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1	3	2	4	6

3. На параллельных прямых a и b взяты точки A и B соответственно, причём прямая AB образует с одной из параллельных угол $30°$. Найдите AB, если расстояние между параллельными прямыми равно 17.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
17	34	8,5	5,1	1

4. Дан квадрат *ABCD* и точка *M*, лежащая на стороне *BC*, в два раза ближе к *C*, чем к *B*. В каком отношении прямая *AM* делит диагональ *BD*, если считать от точки *B*?

Варианты ответов

1	2	3	4	5
1 : 1	1 : 2	1 : 3	2 : 1	2 : 3

5. В окружности диаметром 26 м проведена хорда длиной 10 м. Найдите расстояние в метрах от центра окружности до данной хорды.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
11	12	16	5	13

6. В окружность вписан прямоугольник такой, что угол между его стороной и диагональю равен 30°. Найдите диаметр окружности в сантиметрах, если меньшая сторона прямоугольника равна 100 см.

Варианты ответов

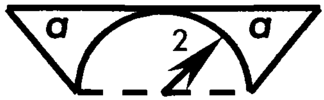
1	2	3	4	5
100	150	200	130	50

7. Из точки *M* к окружности радиуса $\sqrt{3}$ м проведены две касательные *MA* и *MB*, *A* и *B* — точки касания, угол между которыми равен 60°. Найдите *AB*. Ответ дайте в метрах.

Варианты ответов

1	2	3	4	5
3	2	1	$\sqrt{3}$	Найти невозможно

8. Найдите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке. Радиус окружности равен 2, $tg\alpha = 2$.



Варианты ответов

1	2	3	4	5
2	$5+\pi$	$6-\pi$	$8-2\pi$	$10-2\pi$

Часть II

9. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма *ABCD* проведена прямая, пересекающая стороны *AB* и *CD* в точках *P* и *T* соответственно. Докажите, что $BT = DP$.

Ответ: ______________________.

10. В треугольнике *ABC* проведена средняя линия *MN*, причём точки *M* и *N* лежат на сторонах *AB* и *AC* соответственно. Найдите сумму *MH* + *HN* + *NM* длин соответствующих отрезков, если *H* — основание высоты *AH* треугольника *ABC* и периметр треугольника *ABC* равен 12.

Ответ: ______________________.

11. Окружности с центрами в точках *I* и *J* не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении 3 : 4. Найдите площадь круга, ограниченного большей окружностью, если площадь меньшего круга равна 18 см^2.

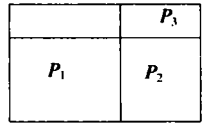
Ответ: ______________________.

Часть III

12. Биссектриса внутреннего угла A и внешнего угла при вершине C треугольника *ABC* пересекаются в точке O. Докажите, что точка O равноудалена от прямых *AB*, *BC* и *AC*.

Ответ: ______________________.

13. Через точку, лежащую во внутренней области прямоугольника, проведены прямые, параллельные его сторонам. Докажите, что сумма $P_1 + P_3$ периметров двух малых прямоугольников, расположенных вдоль диагонали данного прямоугольника, равна периметру данного прямоугольника. Обозначим периметр исходного прямоугольника за P, а периметр одного из четырёх образовавшихся прямоугольников через P_1. Выразите через них сумму периметров трех оставшихся малых прямоугольников.



Ответ: ______________________.

14. В круге радиуса r проведена хорда AB, длиной $r\sqrt{2}$, и на этой хорде как на диаметре построена полуокружность внутрь исходной окружности. Найдите площадь фигуры, ограниченной дугой AB и полуокружностью, если $r = 4$.

Ответ: ______________________.

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

1. Дан четырехугольник $ABCD$. M, N — середины сторон AB и CD соответственно. Докажите, что $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

2. Дан вектор $\overrightarrow{AB}$. Найдите геометрическое место точек C, таких, что $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$.

3. Даны две окружности с центрами O, O_1 и радиусами R, R_1 соответственно. Найдите геометрическое место точек M, таких, что $OM^2 - R^2 = O_1M^2 - R_1^2$.

4. Докажите, что отрезки прямой, пересекающей две концентрические окружности, расположенные между окружностями, равны между собой.

5. Две окружности пересекаются в точках A, B. Через эти точки проведены две параллельные прямые, пересекающие одну окружность в точках K, L, а другую в точках M, N. Докажите, что $KLMN$ — параллелограмм.

6. Две окружности касаются внешним образом в точке A. К ним проведена общая внешняя касательная BC. Докажите, что $\angle BAC$ — прямой.

7. Две окружности радиусов 2 и 3 касаются внешним образом. Так же они вписаны в один и тот же угол. Найдите расстояние между точками касания меньшей из окружностей со сторонами угла.

8. Равны ли два треугольника по двум сторонам и радиусу описанной окружности?

9. Равны ли два треугольника по двум сторонам и радиусу вписанной окружности?

10. Найдите сторону треугольника, если биссектриса, проведенная к ней, равна $3\sqrt{2}$, а две другие стороны равны 4 и 6.

11. Найдите сторону треугольника, если медиана, проведенная к ней, равна 1, а прилежащие углы — $30°$ и $45°$.

12. Найдите сторону треугольника, если медиана, проведенная к ней, равна 1, а две другие стороны — 3 и 4.

13. Две окружности пересекаются в точках A и B. На одной из окружностей взяли точку C. Прямые CA и CB пересекают вторую окружность в точках M, N. Докажите, что касательная к первой окружности в точке C параллельна MN.

14. Стороны треугольника равны 6 и 8, а медианы, проведенные к ним, перпендикулярны. Найдите третью сторону.

15. Отрезок, соединяющий основания высот AN и BM треугольника ABC, виден из середины стороны AB под прямым углом. Найдите угол C.

16. $ABCDE$ — правильный пятиугольник. O — его центр. Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник ABC, симметричен точке O относительно AC.

17. Найдите длину биссектрисы, проведенной к гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4.

18. Внутри угла $120°$ взяли точку, удаленную от сторон угла на расстояния $\sqrt{5}$ и $2\sqrt{5}$. Найдите расстояние от нее до вершины угла.

19. Даны координаты трех последовательных вершин параллелограмма: $A(3;\ 4)$, $B(4;\ -8)$, $C(-2;\ 1)$. Найдите координаты четвертой вершины и косинус угла между диагоналями.

20. Угол между векторами $\vec{a}, \vec{b}$ равен $45°$, а их длины равны $\sqrt{2}$ и 1 соответственно. Найдите угол между векторами $\vec{a}-\vec{b}$ и $\vec{a}+\vec{b}$.

21. Через вершины A и B треугольника ABC проходит окружность, пересекающая стороны AC и BC в точках B_1 и A_1 соответственно так, что длина $A_1B_1 = 3$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A_1, B_1 и C, если $AB = 6$, $BC = 5$, $CA = 7$.

22. В равнобочной трапеции одно основание равно 18 см, а средняя линия 25 см. Определите расстояние от вершины острого угла трапеции до ближайшей к ней точки вписанной окружности.

23. Из точки A проведены две секущие окружности радиуса R так, что расстояние от центра окружности до каждой из секущих составляет $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. Определите площадь части круга, которая ограничена данной окружностью и расположена между секущими.

24. Произведение неравных высот параллелограмма равно $\sqrt{6}$, а величина его острого угла не больше $60°$ и не меньше $45°$. Определите наибольшее и наименьшее значение площади этого параллелограмма.

25. Высота и медиана, проходящие через вершину B треугольника ABC, лежат на прямых, которые заданы соответственно уравнениями $x + y - 2 = 0$ и $2x - y + 1 = 0$. Определите координаты вершины C, если $A(1; -2)$.

26. Через вершины A и B треугольника ABC проходит окружность, пересекающая стороны AC и BC соответственно в точках P и Q так, что длина $QC = 2$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки P, Q, C, если $AB = 9$, $BC = 15$, $CA = 8$.

27. В равнобочную трапецию, одно основание которой равно 8 см, а средняя линия — 9 см, вписана окружность. Определите расстояние от вершины тупого угла трапеции до ближайшей к ней точки вписанной окружности.

28. Из точки A проведены две секущие окружности радиуса R так, что расстояние от центра окружности до каждой из секущих составляет $\frac{R}{\sqrt{2}}$. Определите площадь той части круга, которая ограничена данной окружностью и расположена между секущими.

29. Произведение неравных высот параллелограмма равно 12, а величина его тупого угла не больше $135°$ и не меньше $120°$. Определите наибольшее и наименьшее значение площади этого параллелограмма.

30. Высота и медиана, проходящие через вершину A треугольника ABC, лежат на прямых, заданных соответственно уравнениями $x - 2y + 1 = 0$ и $2x - y - 1 = 0$. Определите координаты вершины B, если $C(-4; 4)$.

31. В четырехугольнике $ABCD$ на сторонах BC и AD взяли точки P и T соответственно так, что $\angle BPT + \angle BAD = \angle CDT + \angle CPT = 180°$. Докажите, что AB параллельна CD.

32. Через вершину C треугольника ABC параллельно AB проведена прямая. На этой прямой выбрана точка M так, что прямая, проходящая через точку M параллельно AC, пересекает продолжение стороны BC за точку C в точке P. Докажите, что углы треугольника ABC равны углам треугольника MCP: $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle C$, $\angle C = \angle P$.

33. KM — средняя линия треугольника ABC и PTE, причем точка E лежит на AC. Докажите, что:

а) вершина B принадлежит отрезку PT;

б) AP параллельно CT.

34. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, причем $AO = OC$. Точка K — середина AD. Отрезок, соединяющий середины отрезков BK и BO, равен 5 см. Найдите сторону CD.

35. Точка M — середина стороны CD параллелограмма $ABCD$. В каком отношении, пересекаясь, делятся отрезки AC и BM?

36. В трапеции $ABCD$ отношение оснований $BC : AD = a : b$. На сторонах AB и CD соответственно выбраны точки M и N так, что $AM : MB = DN : CN = m : n$. В каком отношении диагональ BD делит отрезок MN?

37. Прямая a пересекает стороны AB, BC треугольника ABC и продолжение стороны AC за точку C в точках M, N и P соответственно. Найдите отношения $\frac{AM}{MB}$, $\frac{BN}{NC}$ и $\frac{AP}{PC}$, если расстояния от вершин треугольника до прямой a равны соответственно d_1, d_2 и d_3.

38. На сторонах AB, BC, CD и AD четырехугольника $ABCD$ выбраны точки M, N, K, L соответственно так, что $AM : MB = AL : LD = CN : NB = CK : KD = m : n$. Определите периметр четырехугольника $MNKL$, $AC = a$, $BD = b$.

39. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол B — тупой, $BC = a$, $AC = b$, диаметр окружности равен d. Определите расстояние от вершины C до прямой AB.

40. Точки M и N лежат на сторонах AD и DC параллелограмма $ABCD$ так, что $AM : MD = m : n$, $DN : NC = p : q$. В каком отношении, считая от точки B, отрезок MN делит диагональ BD?

41. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1. Известно, что $AB = c$, $\angle ABC = 60°$. Найдите длину A_1B_1.

42. Диагональ трапеции делит ее на два равнобедренных треугольника. Угол при основании одного из этих треугольников равен $40°$. Найдите углы трапеции.

43. Через точку пересечения диагоналей трапеции $ABCD$ и середину боковой стороны CD проведена прямая, пересекающая другую боковую сторону трапеции в точке F. Найдите отношение $AF : FB$, если отношение оснований трапеции равно λ, причем $0 < \lambda < 1$.

44. В окружность вписаны трапеции $ABCD$ и $MBCK$, причем $AD = MK$, $\angle BAD = 40°$, $\angle ABM = 30°$.

Найдите:

а) углы трапеций; б) гол между BD и MC; в) угол между BK и MC.

45. В трапецию $ABCD$ с основаниями $AD = 10$, $BC = 5$ вписана окружность с центром в точке O_1. Точка касания этой окружности со стороной AB делит ее на отрезки $AF = 4$ и $FB = 3$. Окружность с центром O_2 касается отрезка CD и продолжений сторон BC и AD за точки C и D. Найдите расстояние между точками касания этих окружностей со стороной CD.

46. Основания трапеции равны 1 см и 4 см, а одна из ее диагоналей 6 см. Какой может быть длина второй диагонали этой трапеции?

47. Отношение углов A и B, прилежащих к боковой стороне AB трапеции $ABCD$, равно 2 : 3. Диагональ AC делит трапецию на два равнобедренных треугольника. Найдите углы трапеции.

48. Определите радиус окружности, вписанной в ромб, если сторона ромба 17 см, а одна из его диагоналей 30 см.

49. Две окружности радиусов r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$) расположены так, что расстояние между их центрами равно d. Определите длины их внешней и внутренних касательных, рассмотрев случаи:

а) $d > r_1 + r_2$;

б) $d = r_1 + r_2$;

в) $r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$.

50. Найдите расстояние от точки M, лежащей на стороне AB равностороннего треугольника ABC, до прямых AC и BC, если $AM : MB = 1 : 2$ и $AB = a$.

51. Найдите $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ если α — угол прямоугольного треугольника и $\operatorname{ctg}\alpha = 5$.

52. Найдите $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, если α — острый угол и $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = 2{,}9$.

53. В трапеции $ABCD$ основания $BC = 5$, $AD = 15$, а боковые стороны $AB = 6$, $CD = 8$. Определите котангенсы всех углов трапеции.

54. Две окружности пересекаются в точках A и B. Прямая, проходящая через точку B, пересекает окружности в точках M и N. Через точку T, лежащую вне окружностей (точки T и A лежат в разных полуплоскостях с границей MN), проведены прямые TM и TN, которые пересекают окружности в точках P и Q. Докажите, что точки A, P, Q, T лежат на одной окружности.

55. Окружность проходит через вершины A и D четырехугольника $ABCD$, касается стороны BC в точке B и пересекает сторону CD в точке P. Кроме того, прямая AP параллельна BC и содержит биссектрису угла BAD, причем $\angle PBC = 40°$. Определите углы четырехугольника $ABCD$.

56. В семиугольник со сторонами 9, 8, 10, 12, 15, 18 и 20 вписана окружность. Найдите длины отрезков, на которые эта окружность делит наибольшую сторону данного семиугольника.

57. Вершины квадрата $ABCD$ лежат на сторонах параллелограмма $MNPQ$. Докажите, что точки пересечения диагоналей квадрата и параллелограмма совпадают.

58. В треугольнике ABC на стороне AC выбрана точка B_1 так, что $\angle ABB_1 : \angle B_1BC = 1 : 3$. Известно, что отрезок BB_1 разбивает треугольник ABC на два равнобедренных треугольника. Определите углы треугольника ABC.

59. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны соответственно точки P и T так, что $AP : PB = 4 : 3$, $CT : TB = 1 : 5$. Отрезки AT и CP пересекаются в точке O. Найдите отношение $AO : OT$.

60. В треугольнике со сторонами 5 см, 6 см и 7 см определите:

а) длину наибольшей биссектрисы;

б) радиус описанной окружности.

61. Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 и радиусами 6 см и 2 см касаются внутренним образом. Хорда AB большей окружности, перпендикулярная прямой O_1O_2, касается меньшей окружности. Найдите радиусы всех окружностей и хорды AB.

62. В угол вписаны две касающиеся друг друга окружности с центрами P и T (точка T расположена ближе к вершине угла, чем точка P). Касательные к большей окружности, перпендикулярные прямой PT, пересекают одну из сторон угла в точках A и B (точка A расположена ближе к вершине угла, чем точка B). Докажите, что $ATPB$ — трапеция, а также найдите ее стороны и высоту, если радиусы окружностей R и r.

63. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 6$ см, $BC = 7$ см, $CA = 8$ см точки A_1 и C_1 — основания высот, опущенных из вершин A и C соответственно; H — точка пересечения этих высот. Докажите, что четырехугольник A_1HC_1B можно вписать в окружность, и найдите длины его диагоналей.

64. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 12 см. Прямая CC_1, перпендикулярная биссектрисе треугольника AA_1, пересекает AB в точке C_1, причем $\angle CC_1A_1 = 15°$. Найдите:

а) углы треугольников ABC и A_1BC_1;

б) радиус окружности, описанной около треугольника A_1BC_1;

в) радиус окружности, проходящей через точки A, C, A_1, C_1, если она существует.

65. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны соответственно точки P и T так, что $AP : PB = 2 : 3$, $CT : TB = 4 : 5$. Отрезки AT и CP пересекаются в точке O. Найдите отношение $AO : OT$.

66. В треугольнике со сторонами 6 см, 7 см и 8 см определите:

а) длину наименьшей биссектрисы;

б) радиус описанной окружности.

67. В окружности радиуса 26 см хорда, перпендикулярная диаметру, делит его в отношении 4 : 9. В меньший из образовавшихся сегментов вписана окружность радиуса 2 см. Найдите длины отрезков, на которые эта окружность разбивает точкой касания проведенную хорду.

68. В угол вписаны две касающиеся друг друга окружности радиусов R и r с центрами M и N (точка M расположена ближе к вершине угла, чем точка N). Касательные к меньшей окружности, перпендикулярные прямой MN, пересекают одну из сторон угла в точках L и K (точка L расположена ближе к вершине угла, чем точка K). Докажите, что $LMNK$ — трапеция, и найдите ее стороны и высоту.

69. В тупоугольном треугольнике MPT $MP = 5$ см, $PT = 6$ см, $TM = 9$ см. Точки M_1 и T_1 — основания высот, опущенных из вершин M и T соответственно, точка H — точка пересечения прямых, содержащих эти высоты. Найдите длины диагоналей четырехугольника PM_1HT_1.

70. Площадь кругового кольца равна S. Радиус большей окружности равен длине меньшей окружности кольца. Найдите длину меньшей окружности.

71. Из точки A, лежащей вне окружности, проведены две секущие окружности. Одна из них проходит через центр окружности, а другая удалена от него на расстояние a. Докажите, что площадь части круга, заключенной между секущими, не зависит от выбора точки A.

72. В равнобедренной трапеции $ABCD$ $\left(BC \parallel AD\right)$ разность длин оснований равна 5. Найдите $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{AB}$.

73. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки E и F соответственно так, что $\angle BEF = \angle BCA$; $BF = m$, $AB = n$. Длина окружности, вписанной в треугольник BEF, равна l. Найдите площадь круга, вписанного в треугольник ABC.

74. Окружность задана уравнением $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. Составьте уравнение окружности с центром в точке $(0;\ 1)$, касающейся данной окружности внутренним образом.

75. Точки N и M принадлежат сторонам AB и BC треугольника ABC соответственно, причем $AN : NB = 5 : 2$, $BM : MC = 7 : 1$. Отрезки AM и NC пересекаются в точке O. Найдите площадь четырехугольника $BNOM$, если площадь треугольника ABC равна 1.

76. В треугольнике ABC известно, что $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. Определите длину стороны AC, если площадь треугольника ABC равна S.

77. В параллелограмме $ABCD$ диагональ $BD = 2$ см, $\angle C = 45^\circ$, а сторона CD касается окружности, описанной около треугольника ABD. Определите площадь параллелограмма.

78. В пятиугольнике $ABCDE$ биссектрисы углов B, C и D, каждый из которых равен 120°, пересекаются на стороне AE в точке O. Найдите площадь пятиугольника $ABCDE$, если $BC = 2$ см.

79. Прямые, параллельные одной стороне треугольника, разбивают его на n равновеликих частей. В каком отношении эти прямые делят сторону треугольника, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 2001$?

80. Через точку O, лежащую внутри треугольника ABC, проведены прямые AO, BO, CO, пересекающие стороны BC, CA и AB в точках C_1, B_1, A_1 соответственно. Известно, что $BA_1 : A_1C = 1$, $AB_1 : B_1C = 3 : 1$ и площадь треугольника AOC_1 равна 27. Найдите площадь треугольника ABC.

81. Найдите геометрическое место точек M плоскости, для каждой из которых сумма расстояний до прямых, содержащих стороны данного квадрата, постоянна и равна удвоенному периметру этого квадрата.

82. Квадрат со стороной, равной a, в результате поворота на 30° вокруг своего центра перешел в другой квадрат. Найдите площадь многоугольника, являющегося общей частью обоих квадратов.

83. Треугольник и вписанный в него ромб имеют общий угол. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся как $m : n$. Найдите отношение площади ромба к площади треугольника.

84. В равнобочную трапецию вписана окружность радиуса 1. Вторая окружность, расположенная внутри трапеции, касается большего основания, боковой стороны и первой окружности. Расстояние от вершины острого угла трапеции до точки касания окружностей вдвое больше диаметра второй окружности. Найдите площадь трапеции.

85. В параллелограмме $ABCD$ $AB = 24$, $BC = 21$, $\cos A = -\frac{1}{5}$. На сторонах AD и DC соответственно выбраны точки L и K так, что $AL : LD = 2 : 5$, $DK : KC = 3 : 1$. Прямая LK пересекает прямые AB и BC в точках M и N соответственно. Определите радиусы окружностей, вписанных в треугольники ALM, DKL, CKN.

86. В четырехугольнике $ABCD$ известно, что $AB = 17$, $BC = 10$, $AC = 21$ и диагональ AC является биссектрисой углов A и C. Найдите площадь четырехугольника с вершинами в центрах кругов, вписанных в треугольники ABO, BCO, CDO и DAO, где O — точка пересечения диагоналей четырехугольника.

87. Докажите, что если R_1 и R_2 — радиусы окружностей, проходящих через точку A и касающихся стороны BC в точках B и C соответственно, то радиус R окружности, описанной около треугольника ABC, удовлетворяет равенству $R = \sqrt{R_1 R_2}$.

88. Докажите, что в любом треугольнике со сторонами a, b, c верно равенство $a = b\cos C + c\cos B$, где B и C — углы, противолежащие сторонам b и c.

89. Хорды окружности AB, CD и PQ пересекаются в точке M, причем $PM = MQ$. Хорды AD и BC пересекают отрезок PQ в точках K и L. Докажите, что $KL = ML$.

90. Точка пересечения двух прямых — точка M — является точкой касания двух окружностей. Первую окружность прямые пересекают в точках A и B, а вторую — в точках C и D. Докажите, что треугольники ABM и CDM подобны и коэффициент подобия равен отношению радиусов данных окружностей.

91. Стороны треугольника относятся как $2 : 2 : 1$. В каком отношении ортоцентр делит каждую из высот треугольника?

92. Диагональ трапеции делит ее площадь в отношении $11 : 7$. В каком отношении средняя линия трапеции делит ее площадь?

ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ

Номер задания	Тест 1		Тест 2	
	1 вариант	2 вариант	1 вариант	2 вариант
1	5	2	$(-2; 1)$	3
2	1	4	1	2
3	1	1	3	4
4	2	1	5	1
5	5	4	$(-4; -2)$	$(5; -4)$
6	-2	3		
7	$\vec{p} = 2a - b$	$\vec{p} = -3a + 2b$		
8	$\{1,5; -1\}$ $\overrightarrow{DF} = -1,5\bar{i} - \bar{j}$	$\{-9; 9\}$ $\overrightarrow{DF} = -9\bar{i} + 9\bar{j}$		

Тест 3

Номер задания	1 вариант	2 вариант
1	1	2
3	2	3
4	$(-1; 1)$, 2	$(-1; 1)$, 3
5	$(x-1)^2+(y-1)^2=25$	$x^2+(y-2)^2=25$
6	$x-2y+7=0$	$x+y+5=0$
7	$(x-1)^2+(y-2)^2=5$	$(x-3)^2+(y-1)^2=10$

Ответ к заданию 2
Вариант 1

$x^2+y^2=x^2$	$x^2+y^2=y^2$	$x^2+y^2=x$	$x^2+y^2=0$	$x^2+y^2=$ $=(x-1)^2+(y-1)^2$
3	5	1	2	4

Вариант 2

$x^2+y^2=x^2$	$x^2+y^2=y^2$	$x^2+y^2=2x$	$x^2+y^2=0$	$x^2+y^2=$ $=(x+2)^2+(y-1)^2$
5	3	2	1	4

Номер задания	Тест 4		Тест 5	
	1 вариант	2 вариант	1 вариант	2 вариант
1	1	1	1	2
2	4	4	2	3
3	2	3	3	1
4	1	2	0,4	–1
5	30° или 150°	45° или 135°	$\{3;4\},\{-3;-4\}$	$\{2;-7\},\{-2;7\}$
6			$\left\{\frac{3}{\sqrt{10}};\frac{1}{\sqrt{10}}\right\}$ $\left\{\frac{1}{\sqrt{10}};\frac{-3}{\sqrt{10}}\right\}$	$\frac{-3}{\sqrt{10}};\frac{1}{\sqrt{10}}$ $-\frac{1}{\sqrt{10}};\frac{-3}{\sqrt{10}}$

Номер задания	Тест 6		Тест 7	
	1 вариант	2 вариант	1 вариант	2 вариант
1	1	4	2	2
2	2	1	3	3
3	4	3	1	4
4	3	4	3	3
5	4	3	4	4
6	30° или 150°	60° или 120°	2	3
7			остроугольный	тупоугольный
8			$\frac{5}{\sqrt{7}}$	$\sqrt{\frac{55}{7}}$

Тест 8

Номер задания	1 вариант	2 вариант
1	2	1
2	1	1
3	3	3
4	4	4
5	$\frac{a^2-b^2}{4}\text{tg}\alpha,\ 21\sqrt{3}$	$\frac{a^2-b^2}{4}\text{tg}\alpha, 5\sqrt{3}$
6	$\frac{a}{2\sin\alpha}\sqrt{5\pm 4\cos\alpha}$; $\frac{a}{4\sin\alpha}\sqrt{25-16\cos^2\alpha}$; $1; \frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{\sqrt{21}}{3}$	$\frac{a}{2\sin\alpha}\sqrt{5\pm 4\cos\alpha}$; $\frac{a}{4\sin\alpha}\sqrt{25-16\cos^2\alpha}$; $0,5\sqrt{2,5\pm\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{34}}{4}$

Номер задания	Тест 9		Тест 10	
	1 вариант	2 вариант	1 вариант	2 вариант
1	3	2	1	2
2	2	1	5π	5π
3	1	3	2π	π
4	4	4	4	4
5	$4+2\sqrt{3}$	$\sqrt{2-\sqrt{2}}$	площадь квадрата a	периметр квадрата a
6	8 : 1	8 : 1	$\pi\left(17-12\sqrt{2}\right)$	$\frac{\pi}{9}$
7			π	$\frac{9\pi}{4}$

Номер задания	Тест 11		Тест 12	
	1 вариант	2 вариант	1 вариант	2 вариант
1	2	3	1	5
2	–	–	3	2
3	$2\pi a$	6	–	–
4	$\frac{(\pi-2)a^2}{4}$	$\frac{4\pi a}{3}$	3	1
5	$\frac{2\pi}{3}$	10π	(2; –6); (–4; –2)	(6; 3); (0; –5)
6	$\frac{a^2}{3}\left(3-3\sqrt{3}+\pi\right)$	$\frac{6-\pi}{4}$	Указание. Воспользуйтесь определением движения и координатным методом вычисления расстояния между точками	

Тест 13

Номер задания	1 вариант	2 вариант
1	3; 5	1, 2, 4
2	2; 4	2, 4, 5
3	–	–
4	1	2
5	2	3
6	150	75
7	$\vec{p}=\overrightarrow{AC}$, f – симметрия, ось которой – прямая, проходящая через точку C перпендикулярно прямой DB', где B' – образ точки B при параллельном переносе $\vec{p}$	$\vec{p}=\overrightarrow{AD}$, f – симметрия, ось которой – прямая, проходящая через точку D перпендикулярно прямой CD

Тест 14

Номер задания	1 вариант	2 вариант
1	2; 3; 5	2; 3; 5
2	1; 4; 5	1; 4; 5
3	–	–
4	1	3
5	1	3
6	4	1
7	50	128
8	Центральная симметрия Z_O, где O – середина AC, поворот R_C на угол $B`CD$, где $B`$ – образ точки B при симметрии Z_O	Центральная симметрия Z_O, где O – середина AC, поворот R_C на угол $B`CD\left(180^\circ\right)$, где $B`$ – образ точки B при симметрии Z_O

Тест 15

Номер задания	1 вариант	2 вариант	Номер задания	1 вариант	2 вариант
1	3	1	8	1	5
2	1	5	9	–	–
3	2	2	10	10	6
4	4	5	11	250 см^2	32 см^2
5	4	2	12	–	–
6	5	3	13	$P_1 + P_3 - P_2$	$2P - P_1$
7	2	1	14	2	$8\pi - 8$

ОТВЕТЫ К ДИАГНОСТИЧЕСКИМ КОНТРОЛЬНЫМ ЗАДАЧАМ

2. ГМТ есть прямая, перпендикулярная прямой AB, находящаяся на расстоянии $1/AB$ от точки A.

7. $1{,}6\sqrt{6}$.

10. 5.

11. $\frac{2}{13}\sqrt{143+78\sqrt{3}}$.

12. $\sqrt{46}$.

14. $2\sqrt{5}$.

15. 45°.

17. $\frac{12\sqrt{2}}{7}$.

18. $2\sqrt{5}$.

19. $(-3;\ 13)$, $\frac{2}{\sqrt{85}}$.

20. $\arccos\frac{\sqrt{5}}{5}$.

21. $\frac{35\sqrt{6}}{48}$.

22. 8 см.

23. $R^2\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

24. $2\sqrt{3};\ 2\sqrt{2}$.

25. $C(-9;\ -12)$.

26. $\frac{135\sqrt{14}}{224}$.

27. $6-2\sqrt{5}$ см.

28. $R^2\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$.

29. $8\sqrt{3};\ 12\sqrt{2}$.

30. $B(2{,}5;\ -9)$.

34. 20 см.

35. 2 : 1.

36. $\frac{bn}{am}$.

37. $\frac{d_1}{d_2}=\frac{AM}{MB};\ \frac{d_2}{d_3}=\frac{BN}{NC};\ \frac{d_1}{d_3}=\frac{AP}{PC}$.

38. $\frac{2(na+mb)}{m+n}$.

39. $\frac{ab}{d}$.

40. $1+\frac{mp+nq}{np}$.

41. $\frac{c}{2}$. *Указание*. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны.

42. 40°, 80°, 100°, 140°, или 70°, 80°, 110°, 100° или 70°, 140°, 40°, 110°.

43. $\frac{1}{\lambda^2}$.

44. а) Трапеция $ABCD$: 40°, 40°, 140°, 140°; трапеция $MBCK$: 70°, 70°, 110°, 110°;

б) $\left(\widehat{BD, MC}\right) = 70°$;

в) $\left(\widehat{BK, MC}\right) = 80°$.

45. 4.

46. (1; 11).

47. 72°, 72°, 108°, 108° или 36°, 72°, 108°, 144°.

48. $7\frac{1}{17}$.

49. а) $\sqrt{d^2-(r_1 \pm r_2)^2}$; б) $\sqrt{r_1r_2}$; 0; в) $\sqrt{d^2-(r_2-r_1)^2}$.

50. $\frac{a}{2\sqrt{3}}$; $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

51. $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}$; $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$; $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{5}$.

52. $\frac{2}{\sqrt{29}}$; $\frac{5}{\sqrt{29}}$.

53. $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{3}$; $-\frac{3}{4}$; $-\frac{4}{3}$.

55. 60°, 80°, 80°, 140°.

56. 8; 12.

58. 22,5°; 90°; 67,5° или $\left(25\frac{5}{7}\right)^\circ$; $\left(102\frac{6}{7}\right)^\circ$; $\left(51\frac{3}{7}\right)^\circ$.

59. 8 : 1.

60. а) $\frac{12}{13}\sqrt{42}$; б) $\frac{35}{24}\sqrt{6}$.

61. 4 см; $\frac{4}{3}$ см.

62. $TP = r + R$; $PB = R\sqrt{1+\frac{R}{r}}$; $BA = (R+r)\sqrt{\frac{R}{r}}$;

$AT = \sqrt{r^2 + rR}$; высота $AP = \sqrt{rR + R^2}$.

63. 2 см; $\frac{8}{15}\sqrt{15}$ см.

64. а) 30°; 60°; 90°; б) $\left(2-\sqrt{3}\right)$ см; в) $6\sqrt{6-3\sqrt{3}} = 3\left(3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)$ см.

65. 3 : 2.

66. а) $\frac{21}{13}\sqrt{10}$ см; б) $\frac{16\sqrt{15}}{15}$ см.

67. $24 \pm 12\sqrt{3}$ см.

68. $LM = r\sqrt{1+\frac{r}{R}}$; $MN = r + R$; $NK = R\sqrt{1+\frac{r}{R}}$; $KL = (r+R)\sqrt{\frac{r}{R}}$;

высота $MK = \sqrt{r^2 + rR}$.

69. 3 см; $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ см.

70. $2\sqrt{\frac{\pi S}{4\pi^2 - 1}}$.

72. –25.

73. $\pi \cdot \left(\frac{nl}{2\pi m}\right)^2$.

74. $x^2 + y^2 - 2y = 0$.

75. $\frac{47}{168}$.

76. $\sqrt{\frac{2S\sin\beta}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}}$.

77. 4 см^2.

77. 4 см^2.

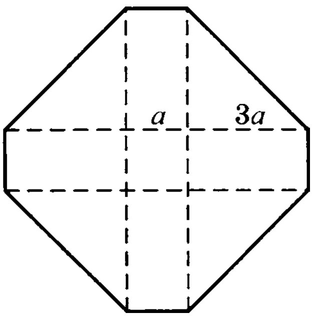
78. $3\sqrt{3}$.

79. а) $1:\left(\sqrt{2}-1\right)$; б) $1:\left(\sqrt{2}-1\right):\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$;

в) $1:\left(\sqrt{2}-1\right):\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right):\ldots:\left(\sqrt{2001}-\sqrt{2000}\right)$.

80. 84.

81. Геометрическим местом точек является восьмиугольник



82. $\dfrac{a^2\left(6-2\sqrt{3}\right)}{3}$.

83. $\dfrac{2mn}{\left(m+n\right)^2}$.

84. $4{,}5\sqrt{2}$.

85. $\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$; $2\sqrt{6}$; $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

86. $10\sqrt{6}$.

91. 14 : 1; 8 : 7; 8 : 7.

92. 5 : 4.

КОНТРОЛЬНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Предлагаемое пособие позволит быстро и эффективно определить уровень усвоения учащимися изучаемого материала. Издание содержит по два варианта тестовых заданий по всем темам курса.

Ученики смогут:

• оперативно проверять свои знания;
• отрабатывать умения и навыки решения геометрических задач;
• готовиться к ОГЭ и ЕГЭ.

Родители найдут:

• ориентир для определения достижений ребёнка и его пробелов в обучении;
• возможность оказать помощь в случае неуспеваемости.

Преподаватели получат уникальную возможность:

• существенно экономить учебное время;
• быстро проверить уровень усвоения учащимися изучаемого материала;
• выявить творческий потенциал каждого ученика.

Пособие прошло апробацию во многих регионах России, имеет положительные заключения от специалистов институтов развития образования. Пособие практично, современно по содержанию и оформлению. По нему легко учить и интересно учиться.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства ***«ЭКЗАМЕН»*** допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

ЭКЗАМЕН®