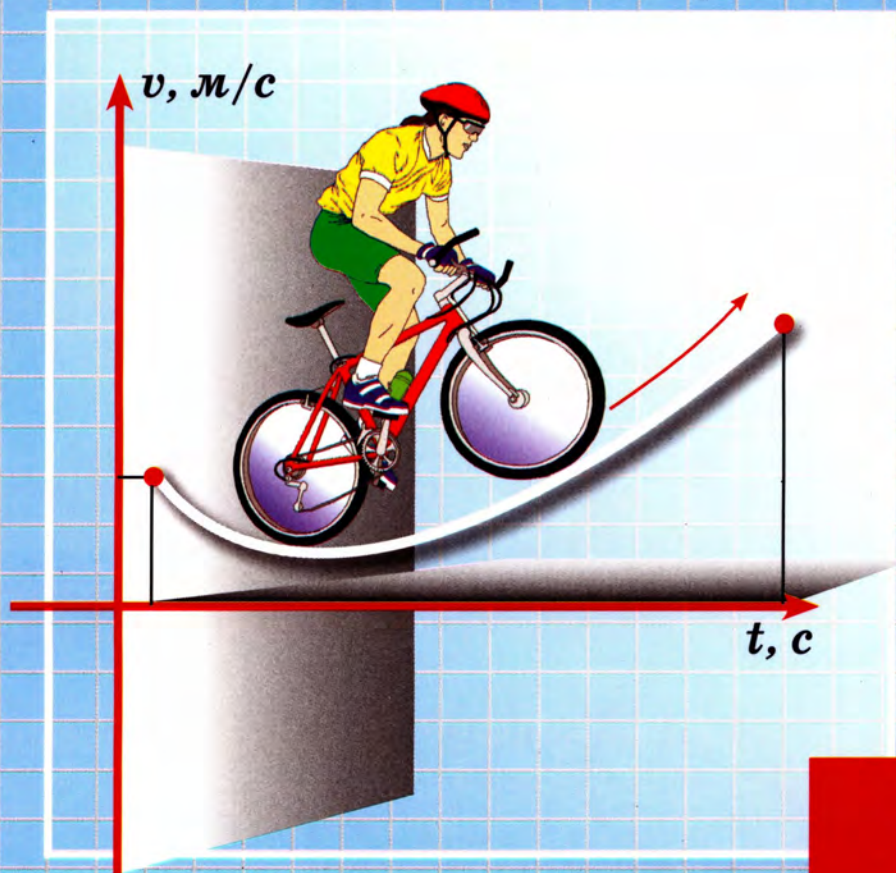


САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ

- Все разделы школьного курса
- Соответствие требованиям ФГОС
- Ответы к заданиям



8

КЛАСС

А. Н. РУРУКИН

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ

8 класс

УДК 373.5
ББК 22.14
Р87



Издание допущено к использованию в образовательном процессе
на основании приказа Министерства образования и науки РФ
от 14.12.2009 № 729 (в ред. от 13.01.2011).

Рурукин А.Н.

Р87 Самостоятельные и контрольные работы по алгебре. 8 класс. –
М.: ВАКО, 2015. – 80 с.

ISBN 978-5-408-02136-9

В пособии представлены самостоятельные, контрольные и зачетные работы двух
уровней сложности (базовый и высокий) по всем изучаемым темам курса алгебры
8 класса. К заданиям приведены ответы. Предлагаемый материал позволяет прово-
дить обучение, текущий контроль и коррекцию знаний.

Издание ориентировано на учителей, школьников и их родителей.

УДК 373.5
ББК 22.14

Учебное издание

Рурукин Александр Николаевич

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ

8 класс

Выпускающий редактор *Юлия Антонова*
Дизайн обложки *Юлии Морозовой*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.
Издательство «ВАКО»

Подписано в печать 05.03.2015. Формат 70×100/16.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная.
Усл. печ. листов 6,48. Тираж 5000 экз. Заказ №224.

Отпечатано в ООО «Чеховский печатник»
142300 Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.
тел.: +7 915 222 15 42, +7 926 063 81 80.

ISBN 978-5-408-02136-9

© ООО «ВАКО», 2015

Настоящий сборник самостоятельных, контрольных и зачетных работ по алгебре для 8 класса будет полезен при работе как по УМК Ю.Н. Макарычева и др., так и по УМК А.Г. Мордковича (при определенном изменении порядка следования работ).

Предлагаемые задания могут быть использованы на любом этапе обучения: при изучении, повторении и закреплении материала, актуализации опорных знаний и др.

В пособии представлены 28 самостоятельных, 10 контрольных и 5 зачетных работ. Самостоятельные и контрольные работы приведены в 4 вариантах (два уровня сложности), зачетные работы – в 2 вариантах. Ко всем заданиям даны ответы. На выполнение самостоятельной работы отводится 15–20 мин, контрольной работы – 40–45 мин, зачетной работы – 85–90 мин (зачетная работа может проводиться факультативно или выдаваться на дом).

Приведенные материалы избыточны и могут быть использованы при работе как в классе, так и дома. Рекомендуем задействовать различные формы контроля знаний, так как каждая из них дополняет другую.

Преподавательская практика показывает, что предлагаемый подбор задач позволяет эффективно освоить материал 8 класса и подготовить учащихся к ОГЭ и ЕГЭ по изученным темам.

Надеемся, что пособие поможет учителям при подготовке и проведении уроков, а также школьникам при изучении материала, закреплении и систематизации знаний.

Желаем успехов!

Основные темы курса алгебры в 8 классе

Тема 1. Рациональные дроби.

Тема 2. Квадратные корни.

Тема 3. Квадратные уравнения.

Тема 4. Неравенства.

Тема 5. Степень с целым показателем. Элементы статистики.

Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения курса учащиеся должны овладеть следующими навыками и умениями, представляющими обязательный минимум:

- иметь понятие о рациональных выражениях, допустимых значениях переменных;
- уметь выполнять основные операции с рациональными дробями и преобразовывать рациональные выражения;

- иметь представление о множестве действительных чисел, различать рациональные и иррациональные числа;
- знать определение арифметического квадратного корня и его основные свойства;
- уметь использовать свойства корня для преобразования иррациональных выражений;
- знать определение квадратного уравнения, уметь решать неполные квадратные уравнения;
- уметь применять формулу корней квадратного уравнения для его решения;
- знать прямую и обратную теорему Виета и применять их для решения задач;
- уметь решать дробные рациональные уравнения;
- уметь применять квадратные и дробно-рациональные уравнения для решения текстовых задач;
- иметь представление о числовых неравенствах и знать их свойства;
- уметь доказывать числовые неравенства;
- знать основные числовые промежутки;
- уметь решать неравенства и системы неравенств с одной переменной;
- иметь представление о степени с целым отрицательным показателем;
- знать свойства степени с целым показателем и использовать их при преобразовании выражений;
- уметь группировать статистические данные и находить их основные характеристики;
- иметь представление об изображении статистических данных и знать основные виды диаграмм.

Выполнение заданий и их оценивание

Контрольные и самостоятельные работы по всем разделам и темам курса имеют два уровня сложности. При этом варианты 1, 2 соответствуют базовому уровню сложности, варианты 3, 4 – усложненному уровню. Варианты одного уровня сложности содержат по пять заданий (примерно равноценной сложности). Самостоятельные работы охватывают материал отдельных разделов, контрольные работы – материал всей темы. Задания самостоятельной работы в основном проще заданий контрольной работы.

Рекомендуемые критерии оценки:

- 3 решенных задачи – отметка «3»;
- 4 решенных задачи – отметка «4»;
- 5 решенных задач – отметка «5».

Учитывая повышенную сложность вариантов 3 и 4, при подведении итогов к набранным школьниками баллам можно добавить 1–2 балла (в зависимости от сложности работы).

Зачетные работы (в двух вариантах) соответствуют одному уровню сложности. Внутри работы имеется градация по степени сложности задач (группы А, В и С). Группа А (пять задач) содержит базовые задания, каждое из которых оценивается в 1 балл, группа В (три задачи) соответствует повышенному уровню сложности. Задания оцениваются в 2 балла. Группа С (две задачи) содержит самые трудные задания, которые оцениваются в 3 балла.

Рекомендуемые критерии оценки:

- 5 баллов – отметка «3»;
- 10 баллов – отметка «4»;
- 13 баллов – отметка «5».

Разумеется, все приведенные рекомендации не являются догмой и могут быть пересмотрены в соответствии с реальной ситуацией: количеством часов, отводимых на изучение курса, степенью подготовленности класса, сложностью и значимостью рассматриваемой темы и т. д.

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

1. Преобразование выражений (повторение)

Вариант 1

1. Представьте в виде многочлена выражение $(4a - 3)(3a + 1) - 12a^2$.
Найдите значение этого выражения при $a = -\frac{4}{5}$.
2. Упростите выражение $(a + 2b)^2 - (a - b)(a + b)$. Найдите значение этого выражения при $a = -2$, $b = 1$.
3. Многочлен $P = -3x^2 + 6x - 3$ запишите в виде квадрата двучлена с некоторым коэффициентом. Покажите, что при всех значениях переменной значения многочлена P неположительны.
4. Разложите на множители многочлен $P = x^2 - y^2 - x + y$.
5. Используя разложение на множители, найдите все корни уравнения $(3x + 11)^2 = (2x - 1)^2$.

Вариант 2

1. Представьте в виде многочлена выражение $(3a - 2)(2a + 1) - 6a^2$.
Найдите значение этого выражения при $a = 4$.
2. Упростите выражение $(2a + b)^2 - 4(a + b)(a - b)$. Найдите значение этого выражения при $a = -1$, $b = 1$.
3. Многочлен $P = -2x^2 + 4x - 2$ запишите в виде квадрата двучлена с некоторым коэффициентом. Покажите, что при всех значениях переменной значения многочлена P неположительны.
4. Разложите на множители многочлен $P = x^2 - y^2 - x - y$.
5. Используя разложение на множители, найдите все корни уравнения $(3x - 2)^2 = (4x - 5)^2$.

Вариант 3

1. При всех значениях переменной определите знак выражения $(4 - 3x)^2 - (5x - 2)(5x + 2) + 24(x - 1)$.
2. Упростите выражение $(x + 1)^3 + (2 - x)(x^2 + 2x + 4) + 3(1 - x)(1 + x)$.
Найдите значение этого выражения при $x = -\frac{2}{3}$.

3. Многочлен $P = -2x^2 + 8xy - 8y^2$ запишите в виде квадрата двучлена с некоторым коэффициентом. Определите знак многочлена P при всех значениях переменных.

4. Разложите на множители выражение $4(3x - 2y)^2 - 9(4x + 3y)^2$.

5. Используя разложение на множители, найдите все корни уравнения $x^2 + x - 6 = 0$.

В а р и а н т 4

1. При всех значениях переменной определите знак выражения $(3 - 2x)^2 + (5 - x)(5 + x) + 12(x - 2)$.

2. Упростите выражение $(x - 1)^3 - (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 3(x + 1)(x - 1)$.

Найдите значение этого выражения при $x = -\frac{1}{3}$.

3. Многочлен $P = -12x^2 + 12xy - 3y^2$ запишите в виде квадрата двучлена с некоторым коэффициентом. Определите знак многочлена P при всех значениях переменных.

4. Разложите на множители выражение $9(4x - 3y)^2 - 4(3x + 2y)^2$.

5. Используя разложение на множители, найдите все корни уравнения $x^2 + x - 2 = 0$.

2. Рациональные выражения. Сокращение дробей

В а р и а н т 1

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении

$$\frac{3x - 6}{x + 1} - \frac{2x + 1}{4 - x^2}.$$

2. При каком значении переменной значение дроби $\frac{3x - 2}{x^2 - 1}$ равно нулю?

3. Сократите дробь $\frac{1 - 2x + x^2}{x^2 - 1}$ и найдите ее значение при $x = -0,9$.

4. Приведите дробь $\frac{x - 1}{2 - x}$ к знаменателю $x^2 - 4$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{2 - x}$.

В а р и а н т 2

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении

$$\frac{4x + 3}{9 - x^2} - \frac{2x}{x + 2}.$$

2. При каком значении переменной значение дроби $\frac{5x + 4}{x^2 - 4}$ равно нулю?

3. Сократите дробь $\frac{1-x^2}{1+2x+x^2}$ и найдите ее значение при $x = -0,9$.
4. Приведите дробь $\frac{x-2}{1-x}$ к знаменателю $x^2 - 1$.
5. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{1-x}$.

Вариант 3

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{x^2 - 5x + 6}{|3x - 2| - 1}$.
2. При каких значениях переменных значение дроби $\frac{(x-1)(x+2)(x-3)}{|4x-3|-1}$ равно нулю?
3. Сократите дробь $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 9}$ и найдите ее значение при $x = 3,1$.
4. Найдите значение выражения $\frac{2a^2 - 3ab + 4b^2}{a^2 - 2ab + 3b^2}$, если $\frac{a+2b}{a-b} = 4$.
5. Постройте график функции $y = \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$.

Вариант 4

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{x^2 - 2x - 3}{|4x - 1| - 3}$.
2. При каких значениях переменных значение дроби $\frac{(x+1)(x+3)(x-5)}{|-2x+3|-5}$ равно нулю?
3. Сократите дробь $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$ и найдите ее значение при $x = -2,1$.
4. Найдите значение выражения $\frac{7a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + 2ab - 3b^2}$, если $\frac{3a+2b}{b-a} = 7$.
5. Постройте график функции $y = \frac{9x^2 - 4}{3x - 2}$.

3. Сумма и разность дробей

Вариант 1

1. Выполните сложение дробей $\frac{2x-7}{x^2-9} + \frac{x-10}{9-x^2}$. Найдите значение этого выражения при $x = 3,2$.
2. Представьте дробь $\frac{x^2 + 6x + 5}{x + 6}$ в виде суммы целого выражения и дроби.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4}{x - 3} + \frac{5}{3 - x}$. Выразите переменную x через y .

4. Выражение $\frac{a+1}{a^2-ab} + \frac{1+b}{b^2-ab}$ представьте в виде дроби.

5. Упростите выражение $\frac{3}{2a+6} + \frac{a^2-a-6}{a^2-9} - 1$. Найдите значение этого выражения при $a = 2,95$.

Вариант 2

1. Выполните сложение дробей $\frac{2x+3}{x^2-16} + \frac{x+7}{16-x^2}$. Найдите значение этого выражения при $x = -4,1$.

2. Представьте дробь $\frac{x^2-4x+3}{x-4}$ в виде суммы целого выражения и дроби.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2-7}{x+2} + \frac{3}{x+2}$. Выразите переменную x через y .

4. Выражение $\frac{a+4}{ab-a^2} + \frac{4+b}{ab-b^2}$ представьте в виде дроби.

5. Упростите выражение $\frac{2}{3a+6} + \frac{a^2-a-2}{a^2-4} - 1$. Найдите значение этого выражения при $a = -1\frac{2}{3}$.

Вариант 3

1. Выполните действия с дробями $\frac{9x^2+2x}{9x^2-4} - \frac{14x+1}{(3x-2)(3x+2)} - \frac{5}{4-9x^2}$. Найдите значение этого выражения при $x = -\frac{1}{3}$.

2. Представьте дробь $\frac{x^2+4x+7}{x+2}$ в виде суммы целого выражения и дроби.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2+x-6}{x-2} + \frac{x^2-3x-4}{x+1} - x$. Выразите переменную x через y .

4. Выражение $\frac{2x^2+7x+9}{x^3-1} + \frac{4x+3}{x^2+x+1} - \frac{5}{x-1}$ представьте в виде дроби и найдите ее значение при $x = 1,2$.

5. Упростите выражение

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}}.$$

Вариант 4

1. Выполните действия с дробями

$$\frac{25x^2 - 2x}{25x^2 - 1} - \frac{8x + 3}{(5x - 1)(5x + 1)} - \frac{4}{1 - 25x^2}.$$

Найдите значение этого выражения при $x = \frac{3}{5}$.

2. Представьте дробь $\frac{x^2 - 6x + 11}{x - 3}$ в виде суммы целого выражения и дроби.

3. Постройте график функции $y = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} + \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} - x + 2$.
Выразите переменную x через y .

4. Выражение $\frac{x^2 - 16x + 12}{x^3 + 8} + \frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 4} - \frac{3}{x + 2}$ представьте в виде дроби и найдите ее значение при $x = -1,9$.

5. Упростите выражение

$$\frac{1}{1 - a^2} + \frac{1}{1 + a^2} + \frac{2}{1 + a^4} + \frac{4}{1 + a^8} + \frac{8}{1 + a^{16}} + \frac{16}{1 + a^{32}}.$$

4. Произведение и частное дробей

Вариант 1

1. Укажите допустимые значения переменной в выражении $\frac{x - 2}{x - \frac{4}{x}}$.

Представьте это выражение в виде дроби.

2. Выполните умножение дробей $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x + 9} \cdot \frac{x^3 + 27}{3x - 9}$. Найдите значение этого выражения при $x = 6$.

3. Выполните деление дробей $\frac{a + b}{3 - 2a} : \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2a^2 - 3a}$. Найдите значение этого выражения при $a = -2b$.

4. Упростите выражение $\frac{3\left(\frac{x}{yz}\right)^2}{2} \cdot \frac{6\left(\frac{y}{z}\right)^3}{7} : \frac{9xy}{14z^2}$. Найдите значение этого выражения при $x = 3$, $y = \frac{1}{7}$, $z = 2$.

5. Найдите числа a и b , если при всех допустимых значениях переменной x выполнено равенство $\frac{4x - 1}{(x + 2)(2x + 1)} = \frac{a}{x + 2} + \frac{b}{2x + 1}$.

Вариант 2

1. Укажите допустимые значения переменной в выражении $\frac{x + 3}{x - \frac{9}{x}}$.

2. Выполните умножение дробей $\frac{x^3 - 8}{2x + 4} \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 2x + 4}$. Найдите значение этого выражения при $x = 4$.

3. Выполните деление дробей $\frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^2 - 3a} : \frac{a + 2b}{a - 3}$. Найдите значение этого выражения при $a = 2b$.

4. Упростите выражение $\frac{8}{25} \left(\frac{x}{y} \right)^3 \cdot \frac{10}{3} \left(\frac{y}{z^2} \right)^2 : \frac{4x^2}{15yz^3}$. Найдите значение этого выражения при $x = 3$, $y = \frac{4}{7}$, $z = \frac{1}{2}$.

5. Найдите числа a и b , если при всех допустимых значениях переменной x выполнено равенство $\frac{x + 9}{(x - 1)(2x + 3)} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{2x + 3}$.

Вариант 3

1. Укажите допустимые значения переменной в выражении $3 + \frac{x - 2}{x + 3} \cdot \frac{x + 3}{1 + \frac{x + 1}{x + 3}}$. Представьте это выражение в виде дроби.

2. Выполните умножение дробей $\frac{2xy - 3y - 10x + 15}{2xy - 8y} \cdot \frac{x^2 - 16}{y^2 - 25}$. Найдите значение этого выражения при $x = 2$, $y = -1$.

3. Выполните деление дробей $\frac{0,2x + 1,6}{0,2x^2 + x + 5} : \frac{0,5x^2 - 32}{0,5x^3 - 62,5}$. Найдите значение этого выражения при $x = 3$.

4. Упростите выражение $\frac{32y}{45} \left(\frac{x^4 y^2}{z^5} \right)^2 \cdot \frac{55}{24} \left(\frac{xz^2}{y} \right)^3 : \frac{22x^9 y}{27z^4}$. Найдите значение этого выражения при $x^3 y^4 z = 3$ и $xy^3 z = 4$.

5. Найдите числа a , b и c , если при всех допустимых значениях переменной x выполнено равенство $\frac{3x^2 - 6x + 7}{x + 1} = ax + b + \frac{c}{x + 1}$.

Вариант 4

1. Укажите допустимые значения переменной в выражении $2 + \frac{x - 3}{x + 2} \cdot \frac{x + 2}{1 + \frac{x - 4}{x + 2}}$. Представьте это выражение в виде дроби.

2. Выполните умножение дробей $\frac{3xy + 6y - 5x - 10}{7xy - 14y} \cdot \frac{x^2 - 4}{9y^2 - 25}$. Найдите значение этого выражения при $x = 5$, $y = -2$.

3. Выполните деление дробей $\frac{\frac{1}{3}x^2 - x + 3}{x - 0,4} : \frac{x^3 + 27}{75x^2 - 12}$. Найдите значение этого выражения при $x = 2$.

4. Упростите выражение $\frac{51}{56y} \left(\frac{x^3 z^2}{y^3} \right)^3 \cdot \frac{40x}{9} \left(\frac{y^2}{z} \right)^4 : \frac{85x^{10}}{21y^3}$. Найдите значение этого выражения при $xy^3z^3 = 6$ и $xy^2z = 4$.

5. Найдите числа a , b и c , если при всех допустимых значениях переменной x выполнено равенство $\frac{2x^2 - 7x + 16}{x - 1} = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.

5. Преобразование рациональных выражений

Вариант 1

1. Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{5ab}{a - b}$. Найдите значение этого выражения при $a = 0,28$ и $b = 0,72$.

2. Докажите, что при всех допустимых значениях переменных выражение $\left(\frac{a}{b^2 - ab} + \frac{b}{a^2 - ab} \right) \cdot \frac{ab}{a + b}$ принимает одно и то же значение. Укажите его в ответе.

3. Решите уравнение $\frac{x^2 - 10}{x + 5} = \frac{15}{x + 5}$.

4. Катер прошел 12 км по течению реки и 4 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Скорость течения реки 4 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

5. Постройте график функции $y = \frac{\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}}{\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}}$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) : \frac{a+b}{4ab}$. Найдите значение этого выражения при $a = 0,76$ и $b = -0,24$.

2. Докажите, что при всех допустимых значениях переменных выражение $\left(\frac{ab}{a^2 - b^2} + \frac{b}{2b - 2a} \right) \cdot \frac{a+b}{2b}$ принимает одно и то же значение. Укажите его в ответе.

3. Решите уравнение $\frac{16 + 2x^2}{x - 4} = \frac{3x^2}{x - 4}$.

4. Катер прошел 16 км по течению реки и 12 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Скорость течения реки 2 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

5. Постройте график функции $y = \frac{\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3}}{\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-3}}$.

Вариант 3

1. Упростите выражение $\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a}\right)$.

Найдите значение этого выражения при $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$.

2. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной выражение $\left(\frac{10a^2}{3+2a} - 5a\right) : \frac{30a^2-15a}{8a^3+27} + \frac{4a^2-4a+8}{2a-1}$ принимает одно и то же значение. Укажите его в ответе.

3. Решите уравнение $\frac{3x+27}{3x-x^2} + \frac{3}{x} = \frac{4x}{3-x}$.

4. Найдите значение выражения $\frac{5a+7b}{b}$, если значение выражения $\frac{7a+5b}{a}$ равно 8.

5. Постройте график функции $y = \frac{x - \frac{4}{x}}{x+2} \cdot x$.

Вариант 4

1. Упростите выражение $\left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+b^2+2ab}\right) : \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a^2}{b^2-a^2}\right)$.

Найдите значение этого выражения при $a = 1$, $b = 2$.

2. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной выражение $\left(3a - \frac{9a^2}{3a+1}\right) \cdot \frac{27a^3+1}{6a-9a^2} + \frac{9a^2+3a-3}{3a-2}$ принимает одно и то же значение. Укажите его в ответе.

3. Решите уравнение $\frac{5x}{x-2} + \frac{2}{x} = \frac{16+2x}{x^2-2x}$.

4. Найдите значение выражения $\frac{3a+5b}{b}$, если значение выражения $\frac{5a+3b}{a}$ равно 6.

5. Постройте график функции $y = \frac{x - \frac{9}{x}}{x-3} \cdot x$.

6. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график

Вариант 1

1. Какие из точек $A(-3; -18)$, $B(2; -27)$, $C(6; 9)$, $D(-18; 3)$ принадлежат графику функции $y = \frac{54}{x}$?

2. График функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-3; -4)$. Найдите коэффициент k .

3. Постройте график функции $y = \frac{3}{x}$. По графику определите, при каком значении x значение функции равно 1,2.

4. С помощью графика определите число решений уравнения $2 - x = -\frac{4}{x}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{2-x}{x^2-2x}$.

Вариант 2

1. Какие из точек $A(-2; 18)$, $B(-3; -12)$, $C(4; 9)$, $D(12; -3)$ принадлежат графику функции $y = \frac{36}{x}$?

2. График функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-5; -3)$. Найдите коэффициент k .

3. Постройте график функции $y = -\frac{6}{x}$. По графику определите, при каком значении x значение функции равно 2,5.

4. С помощью графика определите число решений уравнения $x - 3 = \frac{5}{x}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{3+x}{x^2+3x}$.

Вариант 3

1. Найдите координаты точек, принадлежащих графику функции $y = -\frac{36}{x}$, у которых абсцисса и ордината – противоположные числа.

2. График функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(-3; 4)$. Проходит ли график этой функции через точку $B(5; -2,4)$? Ответ объясните.

3. Прямоугольник со сторонами a см и b см имеет площадь, равную 4 см^2 . Задайте формулой зависимость a от b и постройте график этой зависимости.

4. Графически решите уравнение $3 - x = -\frac{4}{x}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{16}{(x-2)^2 - (x+2)^2}$.

Вариант 4

1. Найдите координаты точек, принадлежащих графику функции $y = \frac{25}{x}$, у которых абсцисса и ордината – равные числа.

2. График функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $A(1; -7)$. Проходит ли график этой функции через точку $B(-1,4; 5)$? Ответ объясните.

3. Прямоугольник со сторонами a см и b см имеет площадь, равную 5 см^2 . Задайте формулой зависимость b от a и постройте график этой зависимости.

4. Графически решите уравнение $1 - x = -\frac{2}{x}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{36}{(x+3)^2 - (x-3)^2}$.

7. Действительные числа

Вариант 1

1. Найдите разность множеств A и B , если A – множество целых делителей числа 18, B – множество целых делителей числа 12.

2. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число $\frac{2}{3}$.

3. Расположите числа $\frac{1}{7}$; $0,14$; $\frac{2}{9}$ в порядке возрастания.

4. Число n при делении на 3 дает остаток 2. Найдите остаток при делении на 3 числа $2n + 3$.

5. Найдите приближенное значение суммы чисел $a = 3,0619...$ и $b = 4,2187...$, округлив их предварительно до сотых.

Вариант 2

1. Найдите разность множеств A и B , если A – множество целых делителей числа 30, B – множество целых делителей числа 20.

2. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число $\frac{1}{3}$.

3. Расположите числа $\frac{3}{11}$; $0,29$; $\frac{2}{7}$ в порядке убывания.

4. Число n при делении на 4 дает остаток 3. Найдите остаток при делении на 4 числа $3n + 1$.

5. Найдите приближенное значение суммы чисел $a = 4,3681...$ и $b = 2,1328...$, округлив их предварительно до сотых.

Вариант 3

1. Найдите разность множеств A и B , если A – множество целых чисел, B – множество чисел, которые или кратны 4, или при делении на 4 дают остаток 2.

2. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число $\frac{31}{111}$.

3. Число $2,(36)$ представьте в виде обыкновенной дроби.

4. Число n при делении на 3 дает остаток 2. Найдите остаток при делении на 3 числа $n^2 + 4n$.

5. Является ли сумма двух рациональных чисел числом рациональным? Ответ объясните.

Вариант 4

1. Найдите разность множеств A и B , если A – множество целых чисел, B – множество чисел, которые при делении на 4 дают остатки 1 или 3.
2. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби число $\frac{41}{111}$.
3. Число $3,(45)$ представьте в виде обыкновенной дроби.
4. Число n при делении на 4 дает остаток 3. Найдите остаток при делении на 4 числа $n^2 + 2n$.
5. Является ли разность двух рациональных чисел числом иррациональным? Ответ объясните.

8. Арифметический квадратный корень

Вариант 1

1. Найдите значение числового выражения
$$\frac{1}{2}\sqrt{196} + 5\sqrt{0,36} - 2\sqrt{81} + \sqrt{3 + \sqrt{36}}.$$
2. Расположите в порядке возрастания числа π ; $3,1$; $\sqrt{9}$; $3,(3)$.
3. Определите знак выражения $\frac{\sqrt{a} - 1}{(3 - a)(2a + 5)}$, если $a > 3$.
4. Найдите наибольшее целое число, которое является решением неравенства $\sqrt{2,8 - x} \geq -7$.
5. Решите уравнение $1 + \sqrt{3 + x} = 5$.

Вариант 2

1. Найдите значение числового выражения
$$\frac{1}{3}\sqrt{144} + 5\sqrt{0,64} - 3\sqrt{36} + \sqrt{7 + \sqrt{81}}.$$
2. Расположите в порядке возрастания числа $6,(4)$; 2π ; $\sqrt{36}$; $6,2$.
3. Определите знак выражения $\frac{\sqrt{a} - 2}{(a - 5)(3a + 2)}$, если $a > 5$.
4. Найдите наименьшее целое число, которое является решением неравенства $\sqrt{3,1 + x} \geq -5$.
5. Решите уравнение $2 + \sqrt{6 - x} = 3$.

Вариант 3

1. Найдите значение числового выражения
$$\frac{1}{7}\sqrt{196} - \sqrt{7 + \sqrt{81}} + \sqrt{19 - \sqrt{3 + \sqrt{36}}}.$$
2. Определите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено число $\sqrt{755}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{9 + 6a^2 + a^4} - 5a^2$.

4. Найдите сумму целых решений неравенства $\sqrt{3x + 5} + \sqrt{2 - x} \geq -5$.

5. Решите уравнение $\sqrt{3 + \sqrt{2 - x}} = 4$.

В а р и а н т 4

1. Найдите значение числового выражения

$$\frac{1}{3}\sqrt{144} + \sqrt{3 + \sqrt{36}} - \sqrt{20 - \sqrt{7 + \sqrt{81}}}.$$

2. Определите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено число $\sqrt{991}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{4 + 4a^2 + a^4} - 6a^2$.

4. Найдите сумму целых решений неравенства $\sqrt{3 - x} + \sqrt{2x + 3} \geq -4$.

5. Решите уравнение $\sqrt{1 + \sqrt{x + 3}} = 5$.

9. Уравнение $x^2 = a$. Нахождение приближенных значений квадратного корня

В а р и а н т 1

1. Найдите корни уравнения $x^2 - 30 = 6$.

2. Найдите значение выражения $16\sqrt{5\frac{1}{16}} - 5 + (\sqrt{8})^2$.

3. При каких значениях переменных x и y имеет смысл выражение \sqrt{xy} ? Ответ объясните.

4. Может ли значение величины $\sqrt{1234567}$ быть натуральным числом? Ответ объясните.

5. Найдите приближенное значение выражения $3\sqrt{2}$. Ответ округлите до десятых.

В а р и а н т 2

1. Найдите корни уравнения $x^2 - 17 = 8$.

2. Найдите значение выражения $6\sqrt{7\frac{1}{9}} - 3 + (\sqrt{5})^2$.

3. При каких значениях переменных x и y имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{x}{y}}$? Ответ объясните.

4. Может ли значение величины $\sqrt{12345678}$ быть натуральным числом? Ответ объясните.

5. Найдите приближенное значение выражения $2\sqrt{3}$. Ответ округлите до десятых.

Вариант 3

1. Найдите корни уравнения $(2x - 3)^2 = 25$.
2. Найдите значение выражения $(\sqrt{3} - 3)(\sqrt{3} + 3) + (2\sqrt{5} - 1)^2 + 4\sqrt{5}$.
3. При каких значениях переменных x и y имеет смысл выражение $\sqrt{-x^2y^3}$? Ответ объясните.
4. Может ли значение величины $\sqrt{10n + 7}$ (где $n \in N$) быть натуральным числом? Ответ объясните.
5. Найдите приближенное значение выражения $\sqrt{3a + 1}$ при $a = 3$. Ответ округлите до десятых.

Вариант 4

1. Найдите корни уравнения $(2x + 5)^2 = 49$.
2. Найдите значение выражения $(\sqrt{5} - 5)(\sqrt{5} + 5) + (3\sqrt{2} - 1)^2 + 6\sqrt{2}$.
3. При каких значениях переменных x и y имеет смысл выражение $\sqrt{-\frac{x^3}{y^2}}$? Ответ объясните.
4. Может ли значение величины $\sqrt{10n + 3}$ (где $n \in N$) быть натуральным числом? Ответ объясните.
5. Найдите приближенное значение выражения $\sqrt{5a + 1}$ при $a = 2$. Ответ округлите до десятых.

10. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график

Вариант 1

1. Какая из точек $A(-2; 1)$, $B(3; 2)$, $C(8; -3)$, $D(15; 4)$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{x + 1}$?
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = \sqrt{x} - 3$, если $4 \leq x \leq 16$.
3. Какие целые числа расположены между числами $\sqrt{65}$ и $\sqrt{118}$?
4. Графически решите систему уравнений $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 6 - x. \end{cases}$
5. При каких значениях x значения переменной $y = \sqrt{x}$ удовлетворяют неравенству $-2 \leq y \leq 3$?

Вариант 2

1. Какая из точек $A(5; 2)$, $B(0; -1)$, $C(2; 1)$, $D(10; -3)$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{x - 1}$?
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = \sqrt{x} + 2$, если $9 \leq x \leq 25$.

3. Какие целые числа расположены между числами $\sqrt{50}$ и $\sqrt{99}$?
4. Графически решите систему уравнений $\begin{cases} y = -\sqrt{x}, \\ y = 2 - x. \end{cases}$
5. При каких значениях x значения переменной $y = \sqrt{x}$ удовлетворяют неравенству $-3 \leq y \leq 4$?

Вариант 3

1. Какая из точек $A(1; 2)$, $B(-\frac{1}{3}; 1)$, $C(2; 3)$, $D(0; 1)$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{3x+2}$?
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = \sqrt{x-2} - 3$, если $3 \leq x \leq 18$.
3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{15}$; $4\frac{4}{5}$; $4,(4)$; $2\sqrt{3\frac{6}{25}}$.
4. Графически решите систему уравнений $\begin{cases} y = 3\sqrt{x}, \\ y = x. \end{cases}$
5. Постройте эскиз графика функции $y = -\sqrt{x}$. При каком значении аргумента значение функции равно -9 ?

Вариант 4

1. Какая из точек $A(0; 2)$, $B(1; 3)$, $C(-\frac{2}{5}; 1)$, $D(2; 4)$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{5x+3}$?
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = \sqrt{x+5} - 2$, если $-4 \leq x \leq 11$.
3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{18}$; $4\frac{1}{5}$; $4,(5)$; $2\sqrt{5\frac{1}{16}}$.
4. Графически решите систему уравнений $\begin{cases} y = 2\sqrt{x}, \\ y = x. \end{cases}$
5. Постройте эскиз графика функции $y = \sqrt{-x}$. При каком значении аргумента значение функции равно 4 ?

11. Свойства арифметического квадратного корня

Вариант 1

1. Разложите подкоренное выражение на простые множители и найдите значение величины $\sqrt{38416}$.
2. Найдите значение выражения

$$\sqrt{\frac{1}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{25}} + \sqrt{200} \cdot \sqrt{0,18} - \sqrt{3\frac{6}{25}}.$$

3. Найдите значение выражения $\sqrt{113^2 - 112^2} + \sqrt{7 - \sqrt{13}} \cdot \sqrt{\sqrt{13} + 7}$.
4. Упростите выражение $\sqrt{0,64a^8b^4c^6}$ при $c < 0$.
5. Найдите значение выражения $a + 1 + \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ при $-1 < a < 2$.

Вариант 2

1. Разложите подкоренное выражение на простые множители и найдите значение величины $\sqrt{15876}$.

2. Найдите значение выражения

$$\sqrt{\frac{1}{17}} \cdot \sqrt{\frac{19}{25}} \cdot \sqrt{\frac{17}{19}} + \sqrt{200} \cdot \sqrt{0,32} - \sqrt{2\frac{14}{25}}.$$

3. Найдите значение выражения $\sqrt{145^2 - 144^2} + \sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 9}$.
4. Упростите выражение $\sqrt{0,49a^4b^6c^8}$ при $b < 0$.
5. Найдите значение выражения $a + 4 + \sqrt{a^2 - 2a + 1}$ при $-2 < a < 1$.

Вариант 3

1. Разложите подкоренное выражение на простые множители и найдите значение величины $\sqrt{104976}$.

2. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$.

3. Сравните значения выражений

$$A = \sqrt{5680^2 - 5642^2} \text{ и } B = \sqrt{5642^2 - 5604^2}.$$

4. Упростите выражение $7a^2\sqrt{a^6} - \sqrt{9a^{10}} + 6a^4\sqrt{a^2} + 15a^5 + 4a^3\sqrt{a^4}$ при $a < 0$.

5. Найдите решение уравнения $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 2x = 5$.

Вариант 4

1. Разложите подкоренное выражение на простые множители и найдите значение величины $\sqrt{213444}$.

2. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{145^2 - 96^2}{385^2 - 144^2}}$.

3. Сравните значения выражений

$$A = \sqrt{5638^2 - 5600^2} \text{ и } B = \sqrt{5676^2 - 5638^2}.$$

4. Упростите выражение $18a^5 - \sqrt{4a^{10}} + 5a^2\sqrt{a^6} - 3a^4\sqrt{a^2} + 2a^3\sqrt{a^4}$ при $a < 0$.

5. Найдите решение уравнения $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - 2x = 11$.

12. Вынесение множителя за знак корня. Внесение множителя под знак корня

Вариант 1

1. Вынесите множители за знаки корней и упростите выражение

$$17\sqrt{2} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{50} + \sqrt{32}.$$

2. Сравните значения выражений $A = 3\sqrt{5}$ и $B = 2\sqrt{11}$.

3. Внесите множитель под знак квадратного корня в выражении $3a^3\sqrt{-2a}$.

4. Найдите значение выражения $(a-1)\sqrt{\frac{9}{1-2a+a^2}}$, если $a > 1$.

5. Решите уравнение $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{4x^5}}{x^2} + 2 = 3$.

Вариант 2

1. Вынесите множители за знаки корней и упростите выражение

$$3\sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 7\sqrt{2}.$$

2. Сравните значения выражений $A = 4\sqrt{6}$ и $B = 7\sqrt{2}$.

3. Внесите множитель под знак квадратного корня в выражении $2a\sqrt{-3a}$.

4. Найдите значение выражения $(a-3)\sqrt{\frac{4}{9-6a+a^2}}$, если $a > 3$.

5. Решите уравнение $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{9x^5}}{x^2} + 3 = 5$.

Вариант 3

1. Вынесите множители за знаки корней и упростите выражение

$$\sqrt{-18a^7} + 2a^2\sqrt{-50a^3} - 3a^2\sqrt{-98a^3}.$$

2. Сравните значения выражений $A = \frac{2}{3}\sqrt{11}$ и $B = \frac{3}{4}\sqrt{7}$.

3. Внесите множитель под знак квадратного корня в выражении $2x^3y\sqrt{-0,5xy}$.

4. Найдите значение выражения $(a-1)\sqrt{\frac{16}{a^2-2a+1}}$, если $a < 1$.

5. Решите уравнение $\frac{\sqrt{-x} \cdot \sqrt{-x^5}}{-x} + 1 = 5$.

Вариант 4

1. Вынесите множители за знаки корней и упростите выражение

$$5a^2\sqrt{-98a^3} - 2\sqrt{-18a^7} - 3\sqrt{-50a^7}.$$

2. Сравните значения выражений $A = \frac{4}{7}\sqrt{5}$ и $B = \frac{3}{5}\sqrt{6}$.

3. Внесите множитель под знак квадратного корня в выражении $4xy\sqrt{-0,25xy^3}$.

4. Найдите значение выражения $(a-2)\sqrt{\frac{4}{a^2-4a+4}}$, если $a < 2$.

5. Решите уравнение $\frac{\sqrt{-x} \cdot \sqrt{-x^5}}{-x} - 3 = 6$.

13. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни

Вариант 1

1. Упростите выражение $(a+2\sqrt{b})(a-\sqrt{4b})$.

2. Найдите значение выражения $(2\sqrt{75} + 3\sqrt{48} - 2\sqrt{300})\sqrt{3}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{72,5^2 - 71,5^2}$.

4. Сократите дробь $\frac{x-25}{3\sqrt{x}+15}$.

5. Упростите выражение $\frac{11\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{4\sqrt{x}}$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $(2\sqrt{a}+b)(\sqrt{4a}-b)$.

2. Найдите значение выражения $(2\sqrt{242} - 3\sqrt{50} + \sqrt{98})\sqrt{2}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{98,5^2 - 97,5^2}$.

4. Сократите дробь $\frac{x-16}{5\sqrt{x}+20}$.

5. Упростите выражение $\frac{2\sqrt{x}-\sqrt{y}}{5\sqrt{x}} - \frac{8\sqrt{x}+6\sqrt{y}}{5\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{5\sqrt{x}}$.

Вариант 3

1. Упростите выражение $\sqrt{4\frac{5}{11}} - \sqrt{7\frac{4}{11}} + \sqrt{1\frac{5}{11}} - \sqrt{3\frac{3}{11}}$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

3. Подберите целые числа a и b , если выполняется равенство $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$.

4. Сократите дробь $\frac{x+2\sqrt{2xy}+2y}{x-2y}$.

5. Упростите выражение $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \frac{2a}{a-b}$.

Вариант 4

1. Упростите выражение $\sqrt{1\frac{17}{19}} - \sqrt{2\frac{11}{19}} + \sqrt{1\frac{6}{19}} - \sqrt{3\frac{7}{19}}$.
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$.
3. Подберите целые числа a и b , если выполняется равенство $\sqrt{21 + 12\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$.
4. Сократите дробь $\frac{2x + 6\sqrt{2xy} + 9y}{2x - 9y}$.
5. Упростите выражение $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{b - a}$.

14. Неполные квадратные уравнения

Вариант 1

1. Уравнение $(3x + 1)(2x - 3) + 4(x - 2) = 5(4 - 3x)$ приведите к виду $ax^2 + bx + c = 0$. Укажите старший коэффициент a , второй коэффициент b и свободный член c .
2. При каком значении параметра a уравнение $ax^2 + 3(a - 1)x - 5 = 0$ имеет корень $x = 1$?
3. Решите уравнение $3,5x^2 - 2,1x = 0$.
4. Найдите произведение всех корней уравнения $(3x + 1)(2x - 3)(9x^2 - 4) = 0$.
5. Произведение двух последовательных натуральных чисел в 4 раза больше меньшего из них. Найдите эти числа.

Вариант 2

1. Уравнение $(2x + 10)(x - 1) + 5(x - 2) = 2(7 + x)$ приведите к виду $ax^2 + bx + c = 0$. Укажите старший коэффициент a , второй коэффициент b и свободный член c .
2. При каком значении параметра a уравнение $ax^2 - 2(a + 1)x + 7 = 0$ имеет корень $x = -1$?
3. Решите уравнение $1,5x^2 + 0,6x = 0$.
4. Найдите произведение всех корней уравнения $(2x + 1)(3x - 2)(4x^2 - 9) = 0$.
5. Произведение двух последовательных натуральных чисел в 7 раз больше меньшего из них. Найдите эти числа.

Вариант 3

1. При каком значении параметра a уравнение $(a - 2)x^3 + 2ax^2 + 3x + 3a - 6 = 0$ является квадратным? Решите получившееся уравнение.

2. Для каких значений параметра a уравнение $2x^2 - (a - 3)x - 6a = 0$ является неполным квадратным? Решите такое уравнение.

3. Найдите сумму квадратов корней уравнения $(3x^2 + 5x)(9x^2 - 4) = 0$.

4. Решите уравнение $(3x + 5)^2 = (5x + 1)^2$.

5. Разность двух чисел равна 2, а половина произведения этих чисел равна их среднему арифметическому. Найдите такие числа.

В а р и а н т 4

1. При каком значении параметра a уравнение $(a + 3)x^3 + 5ax^2 - 3x + 4a + 12 = 0$ является квадратным? Решите получившееся уравнение.

2. Для каких значений параметра a уравнение $4x^2 + (a + 2)x + 8a = 0$ является неполным квадратным? Решите такое уравнение.

3. Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$(3x^2 - 2x)(9x^2 - 16) = 0.$$

4. Решите уравнение $(7x + 3)^2 = (5x - 1)^2$.

5. Разность двух чисел равна 1, а произведение этих чисел равно их среднему арифметическому. Найдите такие числа.

15. Формула корней квадратного уравнения

В а р и а н т 1

1. Решите уравнение $x^2 + 4x - 5 = 0$.

2. Решите уравнение $3x^2 + 2x - 4 = x^2 - x - 5$.

3. Решите уравнение $6x(2x + 1) = 5x + 1$.

4. Один из корней квадратного уравнения $x^2 - ax + 6 = 0$ равен 2. Найдите значение параметра a и другой корень уравнения.

5. При каких значениях параметра a уравнение $4x^2 + ax + 9 = 0$ имеет единственный корень?

В а р и а н т 2

1. Решите уравнение $x^2 + 6x - 7 = 0$.

2. Решите уравнение $5x^2 - 3x + 1 = 2x^2 - 8x - 1$.

3. Решите уравнение $2x(x - 8) = -x - 18$.

4. Один из корней квадратного уравнения $x^2 + ax - 3 = 0$ равен 3. Найдите значение параметра a и другой корень уравнения.

5. При каких значениях параметра a уравнение $9x^2 + ax + 25 = 0$ имеет единственный корень?

Вариант 3

1. Решите уравнение $(3x - 1)(x + 3) + 1 = x(1 + 6x)$.
2. Решите уравнение $(3x + 1)^2 - 2(3x + 1) - 8 = 0$.
3. Решите уравнение $x^2 - x + a - a^2 = 0$.
4. Один из корней квадратного уравнения $ax^2 + 2(2 - a)x - 1 = 0$ равен 1. Найдите значение параметра a и другой корень уравнения.
5. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - 4x + a = 0$ имеет единственный корень?

Вариант 4

1. Решите уравнение $(x + 4)(2x - 1) = x(3x + 11)$.
2. Решите уравнение $(5x - 2)^2 - 4(5x - 2) - 5 = 0$.
3. Решите уравнение $x^2 - x - a - a^2 = 0$.
4. Один из корней квадратного уравнения $ax^2 + 3(a - 1)x + 1 = 0$ равен -1 . Найдите значение параметра a и другой корень уравнения.
5. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 + 6x + a = 0$ имеет единственный корень?

16. Решение задач с помощью квадратных уравнений

Вариант 1

1. Произведение двух последовательных натуральных чисел равно 506. Найдите эти числа.
2. Сумма цифр двузначного числа равна 14, а их произведение равно 48. Найдите это число.
3. От квадратного листа бумаги отрезали полоску шириной 3 см. Площадь получившейся части стала равна 88 см^2 . Найдите сторону квадратного листа бумаги.
4. Периметр прямоугольника равен 60 м. Найдите его стороны, если площадь прямоугольника равна 216 м^2 .
5. В прямоугольном треугольнике один из катетов на 3 см меньше гипотенузы, а другой на 6 см меньше гипотенузы. Найдите гипотенузу.

Вариант 2

1. Произведение двух последовательных натуральных чисел равно 702. Найдите эти числа.
2. Сумма цифр двузначного числа равна 12, а их произведение равно 32. Найдите это число.

3. От квадратного листа бумаги отрезали полоску шириной 4 см. Площадь получившейся части стала равна 96 см^2 . Найдите сторону квадратного листа бумаги.

4. Периметр прямоугольника равен 50 м. Найдите его стороны, если площадь прямоугольника равна 154 м^2 .

5. В прямоугольном треугольнике один из катетов на 4 см меньше гипотенузы, а другой на 8 см меньше гипотенузы. Найдите гипотенузу.

Вариант 3

1. Произведение двух последовательных натуральных чисел на 505 больше их суммы. Найдите эти числа.

2. Стороны прямоугольника с периметром 68 см увеличили на a см. При этом его площадь увеличилась на 240 см^2 . Найдите величину a .

3. Несколько одноклассников после окончания школы обменялись фотографиями (каждый с каждым). Сколько учащихся участвовало в таком обмене, если всего было роздано 210 фотографий?

4. Из одного пункта одновременно выехали два автомобиля, один на север, другой – на восток. Скорость одного автомобиля на 20 км/ч больше скорости другого. Через 3 ч расстояние между ними было равно 300 км. Найдите скорости автомобилей.

5. После двух последовательных повышений цены товара она возросла на 32% по сравнению с первоначальной. Найдите первоначальный процент повышения цены, если второе повышение по количеству процентов было в 2 раза большим, чем первое.

Вариант 4

1. Произведение двух последовательных натуральных чисел на 649 больше их суммы. Найдите эти числа.

2. Стороны прямоугольника с периметром 74 см увеличили на a см. При этом его площадь увеличилась на 164 см^2 . Найдите величину a .

3. Несколько одноклассников после окончания школы обменялись фотографиями (каждый с каждым). Сколько учащихся участвовало в таком обмене, если всего было роздано 342 фотографии?

4. Из одного пункта одновременно выехали мотоцикл и автомобиль, один на север, другой – на восток. Скорость мотоцикла на 70 км/ч больше скорости автомобиля. Через 2 ч расстояние между ними было равно 260 км. Найдите скорости мотоцикла и автомобиля.

5. После двух последовательных повышений цены товара она возросла на 68% по сравнению с первоначальной. Найдите первоначальный процент повышения цены, если второе повышение по количеству процентов было в 2 раза большим, чем первое.

17. Теорема Виета

Вариант 1

1. Не вычисляя корней уравнения $3x^2 - 8x + 1 = 0$, найдите отношение суммы корней к их произведению.
2. Напишите квадратное уравнение, корни которого равны 3 и -4 .
3. Разность корней квадратного уравнения $x^2 - 2x + a = 0$ равна 4. Найдите величину a .
4. Определите знаки корней уравнения $3x^2 + 5x + 1 = 0$.
5. При каких значениях параметра a произведение корней квадратного уравнения $x^2 - 7x + (a^2 - 7a + 12) = 0$ равно нулю?

Вариант 2

1. Не вычисляя корней уравнения $5x^2 + 6x - 1 = 0$, найдите отношение суммы корней к их произведению.
2. Напишите квадратное уравнение, корни которого равны 5 и -2 .
3. Разность корней квадратного уравнения $x^2 + 4x + a = 0$ равна 2. Найдите величину a .
4. Определите знаки корней уравнения $2x^2 - 7x + 4 = 0$.
5. При каких значениях параметра a произведение корней квадратного уравнения $x^2 + 6x + (a^2 - 6a + 8) = 0$ равно нулю?

Вариант 3

1. Не вычисляя корней уравнения $3x^2 - 8x + 1 = 0$, найдите сумму квадратов корней.
2. Напишите квадратное уравнение, корни которого равны $5 + \sqrt{3}$ и $5 - \sqrt{3}$.
3. Уравнение $7x^2 + 14x + 3 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Напишите уравнение, которое имеет корни $2x_1$ и $2x_2$.
4. Решите уравнение $x^2 - 4x + a = 0$, если его корни x_1 и x_2 связаны равенством $2x_1 + x_2 = 3$. Найдите значение параметра a .
5. Для какого значения параметра a сумма корней уравнения $x^2 + (a^2 + 4a)x - a^2 - 2 = 0$ имеет наибольшую величину? Найдите эту величину.

Вариант 4

1. Не вычисляя корней уравнения $5x^2 + 6x - 1 = 0$, найдите сумму квадратов корней.
2. Напишите квадратное уравнение, корни которого равны $4 + \sqrt{7}$ и $4 - \sqrt{7}$.

3. Уравнение $7x^2 + 16x + 5 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Напишите уравнение, которое имеет корни $3x_1$ и $3x_2$.

4. Решите уравнение $x^2 - 5x + a = 0$, если его корни x_1 и x_2 связаны равенством $2x_1 + x_2 = 7$. Найдите значение параметра a .

5. Для какого значения параметра a сумма корней уравнения $x^2 - (a^2 - 6a)x - a^2 - 1 = 0$ имеет наименьшую величину? Найдите эту величину.

18. Решение дробных рациональных уравнений

Вариант 1

1. Решите уравнение $\frac{3x - x^2}{2} + \frac{2x^2 - x}{6} = x$.

2. Найдите корни уравнения $\frac{5x - 2}{x + 2} = \frac{6x - 21}{x - 3}$.

3. Решите уравнение $\frac{3x^2 - 5x - 2}{2 - x} = 0$.

4. Решите уравнение $\frac{x - 7}{x - 2} + \frac{x + 4}{x + 2} = 1$.

5. Найдите больший корень уравнения $8 - \frac{3}{x + 1} = -\frac{19}{x - 7}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\frac{x^2 + 3x}{2} + \frac{x - 3x^2}{8} = 2x$.

2. Найдите корни уравнения $\frac{4x + 1}{x - 3} = \frac{3x - 8}{x + 1}$.

3. Решите уравнение $\frac{4x^2 - 11x - 3}{3 - x} = 0$.

4. Решите уравнение $\frac{3x - 9}{x - 1} + \frac{x + 6}{x + 1} = 3$.

5. Найдите больший корень уравнения $7 - \frac{1}{x - 2} = -\frac{22}{x - 9}$.

Вариант 3

1. Решите уравнение $\frac{5}{x - 2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}$.

2. Найдите корни уравнения $\frac{16 - x^2}{8x^3 + 1} - \frac{2x + 1}{4x^2 - 2x + 1} = \frac{2}{2x + 1}$.

3. При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 - 3x - a^2 + a + 2}{x - 4} = 0$$

4. Найдите наименьший корень уравнения $x^2 - x = 14 - \frac{24}{x^2 - x}$.

5. При каких значениях x сумма дробей $\frac{3x+4}{x+2}$ и $\frac{x+2}{3x+4}$ вдвое больше их произведения?

Вариант 4

1. Решите уравнение $\frac{2}{x-3} + 1 = \frac{15}{x^2 - 6x + 9}$.

2. Найдите корни уравнения $\frac{x+3}{9x^2 + 3x + 1} + \frac{3}{27x^3 - 1} = \frac{1}{3x - 1}$.

3. При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 + 2x - a^2 + 4a - 3}{x - 2} = 0$$

имеет единственное решение? Найдите его.

4. Найдите наименьший корень уравнения $x^2 - 5x = 30 - \frac{144}{x^2 - 5x}$.

5. При каких значениях x сумма дробей $\frac{3x+1}{x-2}$ и $\frac{x-2}{3x+1}$ вдвое больше их произведения?

19. Решение задач с помощью рациональных уравнений

Вариант 1

1. Велосипедист проехал 18 км с определенной скоростью, а оставшиеся 6 км – со скоростью на 6 км/ч меньше первоначальной. Найдите скорость велосипедиста на втором участке пути, если на весь путь он затратил 1,5 ч.

2. Сумма дроби и обратной ей дроби равна $2\frac{1}{12}$. Найдите исходную дробь.

3. Увеличив скорость на 10 км/ч, поезд сократил на 1 ч время, затрачиваемое им на прохождение пути в 720 км. Найдите первоначальную скорость поезда.

4. Цех должен был изготовить 540 деталей. Фактически он выпускал в день на 3 детали больше плана и выполнил заказ на 9 дней раньше срока. За сколько дней был выполнен заказ?

5. Расстояние 210 км катер проходит по течению реки на 4 ч быстрее, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Вариант 2

1. Велосипедист проехал 20 км с определенной скоростью, а оставшиеся 10 км – со скоростью на 5 км/ч меньше первоначальной. Найдите скорость велосипедиста на втором участке пути, если на весь путь он затратил 2 ч 20 мин.

2. Сумма дроби и обратной ей дроби равна $2\frac{1}{20}$. Найдите исходную дробь.

3. Увеличив скорость на 20 км/ч, поезд сократил на 2 ч время, затрачиваемое им на прохождение пути в 480 км. Определите первоначальную скорость поезда.

4. Цех должен был изготовить 600 деталей. Фактически он выпускал в день на 5 деталей больше плана и выполнил заказ на 4 дня раньше срока. За сколько дней был выполнен заказ?

5. Расстояние 180 км катер проходит по течению реки на 5 ч быстрее, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Вариант 3

1. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 3 мин быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

2. Знаменатель обыкновенной дроби больше ее числителя на 3. Если к числителю прибавить 7, а к знаменателю 5, то дробь увеличится на $\frac{1}{2}$. Найдите эту дробь.

3. Катер половину пути проплыл с некоторой постоянной скоростью, а затем снизил скорость на 10 км/ч. Какова была скорость катера на первой половине пути, если средняя скорость на всем пути составила 24 км/ч?

4. В сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, добавили 100 г золота. В результате содержание золота в сплаве увеличилось на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

5. Расстояние между городами равно 44 км. Из этих городов навстречу друг другу выходят одновременно два пешехода и встречаются через 4 ч. Если бы первый вышел на 44 мин раньше второго, то их встреча произошла бы в середине пути. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Вариант 4

1. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 10 мин быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

2. Знаменатель обыкновенной дроби больше ее числителя на 4. Если к числителю прибавить 13, а к знаменателю 14, то дробь увеличится на $\frac{1}{3}$. Найдите эту дробь.

3. Катер половину пути проплыл с некоторой постоянной скоростью, а затем снизил скорость на 20 км/ч. Какова была скорость катера на первой половине пути, если средняя скорость на всем пути составила 21 км/ч?

4. В сплав золота с серебром, содержащий 120 г золота, добавили 50 г золота. В результате содержание золота в сплаве увеличилось на 8%. Сколько граммов серебра в сплаве?

5. Расстояние между городами равно 30 км. Из этих городов навстречу друг другу выходят одновременно два пешехода и встречаются через 3 ч. Если бы первый вышел на 75 мин раньше второго, то их встреча произошла бы в середине пути. С какой скоростью идет каждый пешеход?

20. Уравнения с параметром. Графическое решение уравнений

Вариант 1

1. При каких значениях параметра a решением уравнения $ax - a + 2 = 2x$ является любое число x ?

2. Найдите корни уравнения $x^2 - 5ax + 4a^2 = 0$.

3. Найдите значения параметра a , для которых уравнение $\frac{a+3}{x} = a$ не имеет решений.

4. Графически решите уравнение $x^2 = 6 - x$.

5. Найдите количество точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 1$.

Вариант 2

1. При каких значениях параметра a решением уравнения $ax - 3 + 3x = a$ является любое число x ?

2. Найдите корни уравнения $x^2 - ax - 6a^2 = 0$.

3. Найдите значения параметра a , для которых уравнение $\frac{a-2}{x} = a$ не имеет решений.

4. Графически решите уравнение $x^2 = 2 - x$.

5. Найдите количество точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x + 1$.

Вариант 3

1. При каких значениях параметра a решением уравнения $a(ax - 4) = x - 4$ является любое число x ?

2. Найдите корни уравнения $x^2 + ax - 2a^2 + 3a - 1 = 0$.

3. Найдите значения параметра a , для которых уравнение $\frac{a-1}{a+x} = \frac{1}{x}$ не имеет решений.

4. Графически решите уравнение

$$x^2 = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2x.$$

5. При каких значениях параметра a прямая $y = ax - 1$ касается параболы $y = x^2$?

Вариант 4

1. При каких значениях параметра a решением уравнения $a(ax - 1) = 4x + 2$ является любое число x ?

2. Найдите корни уравнения $x^2 + x - a^2 + 3a - 2 = 0$.

3. Найдите значения параметра a , для которых уравнение $\frac{a-2}{a+x} = \frac{1}{x}$ не имеет решений.

4. Графически решите уравнение

$$x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} + 3x.$$

5. При каких значениях параметра a прямая $y = -ax - 4$ касается параболы $y = x^2$?

21. Числовые неравенства

Вариант 1

1. Фразу «сумма чисел a и b больше их утроенного произведения» запишите в виде числового неравенства.

2. Сравните числа a и b , если выполнено неравенство

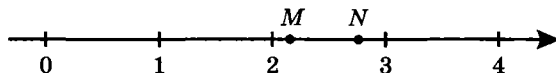
$$ab + a - 2 > ab + b + 1.$$

3. Какое из чисел больше $A = \sqrt{17} + 2\sqrt{5}$ или $B = 3\sqrt{2} + \sqrt{21}$?

4. Сравните значения выражений

$$A = (a + 2)(a + 3) \text{ и } B = (a + 4)(a + 1).$$

5. На координатной оси точка N соответствует числу $3n$, точка M — числу $2m$. Сравните числа n и m .



Вариант 2

1. Фразу «разность чисел a и b меньше их удвоенного произведения» запишите в виде числового неравенства.

2. Сравните числа a и b , если выполнено неравенство

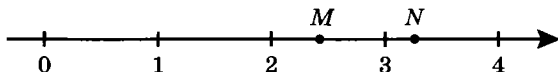
$$a + 2 - ab < b - 3 - ab.$$

3. Какое из чисел больше $A = 5 + \sqrt{28}$ или $B = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{3}$?

4. Сравните значения выражений

$$A = (a + 6)(a + 2) \text{ и } B = (a + 3)(a + 5).$$

5. На координатной оси точка N соответствует числу $3n$, точка M — числу $4m$. Сравните числа n и m .



Вариант 3

1. Фразу «сумма кубов чисел a и b не меньше куба их суммы» запишите в виде числового неравенства.

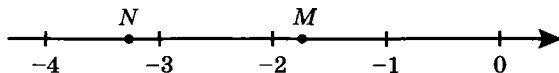
2. Сравните числа a и b , если выполнено неравенство

$$(a - 1)(b + 1) \leq (a - 2)(b + 2).$$

3. Какое из чисел больше $A = \sqrt{151 \cdot 153 \cdot 155}$ или $B = \sqrt{152 \cdot 153 \cdot 154}$?

4. Сравните значения выражений $A = (a + 5)^2 - (a + 4)(a + 3)$ и $B = (a + 3)^2 - (a + 1)(a + 2)$.

5. На координатной оси точка N соответствует числу $3n$, точка M — числу $2m$. Сравните числа n и m .



Вариант 4

1. Фразу «разность кубов чисел a и b не больше куба их разности» запишите в виде числового неравенства.

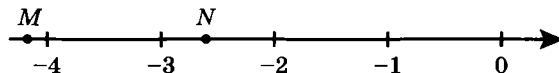
2. Сравните числа a и b , если выполнено неравенство

$$(a + 3)(b - 3) \geq (a + 2)(b - 2).$$

3. Какое из чисел больше $A = \sqrt{186 \cdot 187 \cdot 188}$ или $B = \sqrt{185 \cdot 187 \cdot 189}$?

4. Сравните значения выражений $A = (a + 4)^2 - (a + 1)(a + 3)$ и $B = (a + 6)^2 - (a + 3)(a + 4)$.

5. На координатной оси точка N соответствует числу $3n$, точка M — числу $4m$. Сравните числа n и m .



22. Свойства числовых неравенств

Вариант 1

1. Число a больше числа b . Сравните значения выражений $A = 2a + 1$ и $B = 2b + 1$.
2. Для числа a выполнено неравенство $a > 3,2$. Определите знак выражения $A = 3a - 8$.
3. Оцените периметр P квадрата со стороной a см, если $4,1 \leq a \leq 4,2$.
4. Число a удовлетворяет неравенству $2 < a < 3$. Сравните значения выражений $A = 2a + 3$ и $B = 5a - 1$.
5. Определите знак числа a , если выполнено неравенство $-3a < 5a$.

Вариант 2

1. Число a меньше числа b . Сравните значения выражений $A = 3a - 1$ и $B = 3b - 1$.
2. Для числа a выполнено неравенство $a < 2,3$. Определите знак выражения $A = 2a - 5$.
3. Оцените периметр P квадрата со стороной a см, если $5,2 \leq a \leq 5,3$.
4. Число a удовлетворяет неравенству $3 < a < 4$. Сравните значения выражений $A = 4a - 1$ и $B = 2a + 3$.
5. Определите знак числа a , если выполнено неравенство $-2a > 3a$.

Вариант 3

1. Число a больше числа b . Сравните значения выражений $A = 3a + 2$ и $B = 2a + b + 1$.
2. Для числа a выполнено неравенство $-3 < a < 1$. Оцените значение выражения $A = -\frac{10}{a+4}$.
3. Оцените периметр P треугольника со сторонами $2a$, $3a$, $4a$ см, если $2,3 \leq a \leq 2,4$.
4. Для числа a выполнено неравенство $3 \leq a \leq 5$. Сравните значения выражений $A = 2a - 3$ и $B = \sqrt{a+4}$.
5. Выполнено неравенство $3 - 2a < -2b + 2$. Сравните числа a и b .

Вариант 4

1. Число a меньше числа b . Сравните значения выражений $A = 3a + b + 4$ и $B = 4b + 5$.
2. Для числа a выполнено неравенство $-2 < a < 1$. Оцените значение выражения $A = -\frac{8}{a+3}$.

3. Оцените периметр P треугольника со сторонами $3a$, $5a$, $6a$ см, если $1,2 \leq a \leq 1,3$.

4. Для числа a выполнено неравенство $5 \leq a \leq 7$. Сравните значения выражений $A = 3a - 14$ и $B = \sqrt{9a + 4}$.

5. Выполнено неравенство $2 - 3a > -3b + 4$. Сравните числа a и b .

23. Сложение и умножение числовых неравенств.

Погрешность и точность приближения

Вариант 1

1. Известно, что $3,2 < a < 3,3$ и $4,1 < b < 4,2$. Оцените величину $a + b$.

2. Измерены длина a и ширина b прямоугольника (в см) $2,0 < a < 2,1$ и $3,9 < b < 4,0$. Оцените площадь прямоугольника.

3. Известно, что $a \geq 2b + 3$ и $b \geq 2$. Сравните числа a и 6 .

4. Числа a и b удовлетворяют неравенствам $5 < a < 6$ и $4 < b < 5$.
Найдите отношение $\frac{a}{b}$.

5. Округлите число $15,36$ до десятых и найдите абсолютную и относительную (в процентах) погрешности приближенного значения.

Вариант 2

1. Известно, что $2,4 < a < 2,5$ и $6,3 < b < 6,4$. Оцените величину $a + b$.

2. Измерены длина a и ширина b прямоугольника (в см) $3,0 < a < 3,1$ и $4,9 < b < 5,0$. Оцените площадь прямоугольника.

3. Известно, что $a \leq 3b + 2$ и $b \leq 4$. Сравните числа a и 15 .

4. Числа a и b удовлетворяют неравенствам $7 < a < 8$ и $4 < b < 5$.
Найдите отношение $\frac{a}{b}$.

5. Округлите число $18,26$ до десятых и найдите абсолютную и относительную (в процентах) погрешности приближенного значения.

Вариант 3

1. Известно, что $3,2 < a < 3,3$ и $4,1 < b < 4,2$. Оцените величину $A = 3a + 2b$.

2. Измерены два угла треугольника $51^\circ < \alpha < 52^\circ$ и $113^\circ < \beta < 114^\circ$. Оцените величину третьего угла.

3. Известно, что $2a \geq 3b + 5$ и $2b \geq 1 + a$. Сравните разность $a - b$ и число 6 .

4. Числа a и b удовлетворяют неравенствам $5 < a < 6$ и $4 < b < 5$.
Найдите отношение $A = \frac{2a + b}{a + 2b}$.

5. Известно, что $\sqrt{2} \approx 1,41$. Округлите число $\sqrt{18}$ до десятых и найдите абсолютную и относительную (в процентах) погрешности приближенного значения.

Вариант 4

1. Известно, что $2,4 < a < 2,5$ и $6,3 < b < 6,4$. Оцените величину $A = 2a + 3b$.

2. Измерены два угла треугольника $63^\circ < \alpha < 64^\circ$ и $91^\circ < \beta \leq 92^\circ$. Оцените величину третьего угла.

3. Известно, что $3a \leq 4b + 7$ и $3b \leq 2a - 1$. Сравните разность $a - b$ и число 8.

4. Числа a и b удовлетворяют неравенствам $7 < a < 8$ и $4 < b < 5$.
Найдите отношение $A = \frac{a + 2b}{2a + b}$.

5. Известно, что $\sqrt{3} \approx 1,73$. Округлите число $\sqrt{12}$ до десятых и найдите абсолютную и относительную (в процентах) погрешности приближенного значения.

24. Пересечение и объединение множеств. Числовые промежутки

Вариант 1

1. Задайте путем перечисления элементов множество двузначных чисел, кратных 17.

2. Найдите пересечение и объединение множеств букв, используемых в записи слов «нога» и «голова».

3. Укажите пересечение множеств целых чисел, кратных 3 и кратных 5.

4. Какие целые числа принадлежат промежутку $(-2; 2]$?

5. Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение промежутков $(-5; 1)$ и $[-2; 3]$.

Вариант 2

1. Задайте путем перечисления элементов множество двузначных чисел, кратных 19.

2. Найдите пересечение и объединение множеств букв, используемых в записи слов «рука» и «борода».

3. Укажите пересечение множеств целых чисел, кратных 3 и кратных 7.

4. Какие целые числа принадлежат промежутку $[-2; 2)$?

5. Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение промежутков $[-4; 2]$ и $(-1; 3)$.

Вариант 3

1. Перечислите элементы пересечения трех множеств A , B и C , если A – множество натуральных двузначных чисел, B – множество чисел, кратных 6, C – множество чисел, кратных 8.

2. Найдите пересечение и объединение множеств букв, используемых в записи слов «коза», «овца» и «волк».

3. Множеством каких фигур является пересечение множества прямоугольников и множества ромбов?

4. Укажите количество целых чисел, входящих в объединение промежутков $(-3; 2]$ и $(1; 5]$.

5. Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение промежутков $(-3; 4]$, $[-4; 3]$ и $[1; 5)$.

Вариант 4

1. Перечислите элементы пересечения трех множеств A , B и C , если A – множество натуральных двузначных чисел, B – множество чисел, кратных 6, C – множество чисел, кратных 9.

2. Найдите пересечение и объединение множеств букв, используемых в записи слов «капп», «сазан» и «щука».

3. Множеством каких фигур является пересечение множества равнобедренных треугольников и множества прямоугольных треугольников?

4. Укажите количество целых чисел, входящих в объединение промежутков $[-4; 3)$ и $(1; 6)$.

5. Используя координатную прямую, найдите пересечение и объединение промежутков $(-1; 4]$, $(0; 5]$ и $(-2; 2]$.

25. Решение неравенств с одной переменной

Вариант 1

1. Укажите решения неравенства $2x + 3 \leq 11$.

2. Решите неравенство $4(x + 1) + 5x > 7x + 2$.

3. При каких значениях переменной значения двучлена $9x - 2$ не больше значений двучлена $3x + 4$?

4. Для каких значений параметра a уравнение $4 + 3x = 5a - 2$ имеет отрицательный корень?

5. Длина стороны прямоугольника 4 см. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 6 см?

Вариант 2

1. Укажите решения неравенства $3x - 5 \geq 7$.

2. Решите неравенство $4(2 + x) + 3x < 5x + 10$.

3. При каких значениях переменной значения двучлена $11x + 3$ не меньше значений двучлена $5x - 6$?

4. Для каких значений параметра a уравнение $3 - 2x = 4a + 7$ имеет положительный корень?

5. Длина стороны прямоугольника 5 см. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был больше периметра квадрата со стороной 8 см?

Вариант 3

1. Укажите решения неравенства $\frac{2x}{3} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{2} \geq 0$.

2. Решите неравенство $(\sqrt{7} - \sqrt{10})x < \frac{6}{\sqrt{7} + \sqrt{10}}$.

3. При каких значениях переменной сумма дробей $\frac{4+10x}{9}$ и $\frac{4(3-x)}{3}$ положительна?

4. Для каких значений параметра a уравнение $x + 2 = 3a - a^2x$ имеет отрицательный корень?

5. Дачники прошли от поселка до станции расстояние 10 км. Сначала они шли со скоростью 4 км/ч, а затем увеличили скорость на 2 км/ч. Какое расстояние они могли пройти со скоростью 6 км/ч, чтобы успеть на поезд, который отправляется со станции через 2 ч после их выхода из поселка?

Вариант 4

1. Укажите решения неравенства $\frac{5x}{12} - \frac{x-2}{4} + \frac{x+1}{3} \leq 0$.

2. Решите неравенство $(\sqrt{5} - \sqrt{7})x > \frac{4}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$.

3. При каких значениях переменной сумма дробей $\frac{10+15x}{16}$ и $\frac{5(2-x)}{4}$ отрицательна?

4. Для каких значений параметра a уравнение $x + 3 = 5a - a^2x$ имеет положительный корень?

5. Дачники прошли от поселка до станции расстояние 14 км. Сначала они шли со скоростью 4 км/ч, а затем увеличили скорость на 1 км/ч. Какое расстояние они могли пройти со скоростью 5 км/ч, чтобы успеть на поезд, который отправляется со станции через 3 ч после их выхода из поселка?

26. Решение систем неравенств с одной переменной

Вариант 1

1. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4x + 9 \leq 9x + 4, \\ 1,7x < 51. \end{cases}$$

2. Найдите область определения функции $f(x) = 3\sqrt{2x+6} - \frac{2x-1}{\sqrt{9-4x}}$.

3. Найдите число целых решений системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x+5}{5} > \frac{5x+2}{2}, \\ \frac{x+2}{5} < \frac{x+5}{2}. \end{cases}$$

4. Катер движется по реке, скорость течения которой 3 км/ч. Расстояние между пристанями составляет 100 км. При движении по течению катер проходит это расстояние менее чем за 4 ч, а при движении против течения – более чем за 5 ч. Какова собственная скорость катера?

5. При каком значении параметра a решением системы неравенств
$$\begin{cases} 2x \geq -4a + 6, \\ 5x \leq 2a - 3. \end{cases}$$
 является отрезок длиной 6?

Вариант 2

1. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 5x + 8 \leq 8x + 5, \\ 2,3x < 46. \end{cases}$$

2. Найдите область определения функции $f(x) = 4\sqrt{3x+8} - \frac{5x+2}{\sqrt{6-3x}}$.

3. Найдите число целых решений системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{3x+2}{2} < \frac{2x+3}{3}, \\ \frac{x+2}{3} < \frac{x+3}{2}. \end{cases}$$

4. Катер движется по реке, скорость течения которой 3 км/ч. Расстояние между пристанями составляет 60 км. При движении по течению катер проходит это расстояние менее чем за 3 ч, а при движении против течения – более чем за 4 ч. Какова собственная скорость катера?

5. При каком значении параметра a решением системы неравенств $\begin{cases} 3x \geq -9a + 6, \\ 4x \leq 3a - 2 \end{cases}$ является отрезок длиной 5?

Вариант 3

1. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3} \leq \frac{5x^2 + 2x + 3}{5}, \\ 4x^3 - 7x^2 + 3x - 1 < 0. \end{cases}$

2. Найдите область определения функции

$$f(x) = 4\sqrt{3x+9} - \frac{2x+3}{x-2} + \frac{5x-3}{\sqrt{8-2x}}.$$

3. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 12a - 1, \\ 2x - 5y = -11a - 7 \end{cases}$ имеет решение $x \leq 0, y \leq 0$?

4. Для каких значений параметра a уравнение $x^2 - 4x + a = 0$ имеет корень, расположенный на промежутке $[3; 5]$?

5. Две стороны треугольника равны 9 см и 16 см. В каких пределах может изменяться третья сторона этого треугольника?

Вариант 4

1. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{4x^2 + 7x + 3}{4} \leq \frac{7x^2 + 3x + 4}{7}, \\ 5x^3 - 2x^2 + 4x - 1 < 0. \end{cases}$

2. Найдите область определения функции

$$f(x) = 2\sqrt{9-3x} + \frac{3x-1}{x-1} - \frac{3x+7}{\sqrt{2x+4}}.$$

3. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 12a - 1, \\ 2x + 5y = 19a + 3 \end{cases}$ имеет решение $x \geq 0, y \geq 0$?

4. Для каких значений параметра a уравнение $x^2 + 6x - a = 0$ имеет корень, расположенный на промежутке $[-4; 2]$?

5. Две стороны треугольника равны 8 см и 17 см. В каких пределах может изменяться третья сторона этого треугольника?

27. Степень с целым показателем

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-1}}{5^{-6}} - (27 \cdot 2^{-3})^0$.

2. Приведите выражение к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней $\frac{3}{8}a^{-2}b^3 : \left(\frac{3}{4}a^{-4}b^2\right)$.

3. Упростите выражение $(a^{-2} - b^{-2}) : (a^{-1} - b^{-1})$. Найдите значение этого выражения при $a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}$.

4. Вес груженного вагона составляет 28 т. Выразите этот вес в килограммах и запишите его в стандартном виде.

5. Выполните действия $1,3 \cdot 10^3 - 2,7 \cdot 10^2 + (1,2 \cdot 10) \cdot (1,5 \cdot 10^2)$. Ответ запишите в стандартном виде.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $\frac{2^{-4} \cdot 4^{-2}}{2^{-9}} + (125 \cdot 3^{-5})^0$.

2. Приведите выражение к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней $\frac{7}{11}a^3b^{-4} : \left(1\frac{3}{11}a^2b^{-5}\right)$.

3. Упростите выражение $(a^{-2} - b^{-2}) \cdot (a - b)^{-1}$. Найдите значение этого выражения при $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$.

4. Вес груженного вагона составляет 37 т. Выразите этот вес в килограммах и запишите его в стандартном виде.

5. Выполните действия $3,7 \cdot 10^4 - 5,3 \cdot 10^3 + (2,8 \cdot 10) \cdot (1,5 \cdot 10^3)$. Ответ запишите в стандартном виде.

Вариант 3

1. Найдите значение выражения $\frac{2^{-2} + 5^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$.

2. Приведите выражение к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней $(4a^mb^{-3n}) : (2a^{-m}b^{-2n})$ ($m, n \in N$).

3. Найдите значение выражения $\frac{2x^{-1} - y^{-1}}{2x^{-1} + y^{-1}}$, если $\frac{y}{x} = 3^{-1}$.

4. Пирамида фараона Хеопса имеет массу $7,23 \cdot 10^6$ т. Сколько вагонов грузоподъемностью 64 т каждый потребовалось бы для перевозки такой массы?

5. Известно, что порядок числа m равен -5 , а порядок числа n равен 3. Какой порядок может иметь произведение mn ?

Вариант 4

1. Найдите значение выражения $\frac{7^0 - (0,1)^{-1}}{\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$.

2. Приведите выражение к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней $(9a^mb^{-3n}) : (3a^{3m}b^{-4n})$ ($m, n \in N$).

3. Найдите значение выражения $\frac{x^{-1} - 3y^{-1}}{x^{-1} + 3y^{-1}}$, если $\frac{x}{y} = 4^{-1}$.

4. Пирамида фараона Хефрена имеет массу $3,46 \cdot 10^5$ т. Сколько вагонов грузоподъемностью 64 т каждый потребовалось бы для перевозки такой массы?

5. Известно, что порядок числа m равен -5 , а порядок числа n равен 1. Какой порядок может иметь произведение mn ?

28. Элементы статистики

Вариант 1

1. При проверке 10 работ было отмечено следующее число ошибок: 0, 3, 1, 7, 2, 3, 2, 5, 6, 2. Для этого ряда чисел найдите размах, моду, медиану, среднее арифметическое.

2. Среднее арифметическое пяти чисел равно 3,7. К этим числам приписали еще число 5,5. Найдите среднее арифметическое нового ряда, состоящего из шести чисел.

3. Приведена таблица относительных частот заболеваемости учеников школы в полугодии. Из этой таблицы следует, что 8% учеников не болели ни разу. Сколько учащихся болели хотя бы один раз, если в школе 700 учеников?

4. В таблице показан расход электроэнергии семьей в течение полугодия (по месяцам). На основании таблицы построена столбчатая диаграмма. При этом потребление энергии за IV месяц отражено столбиком высотой 25,5 мм. Столбик какой высоты соответствует потреблению электроэнергии за I месяц?

Месяц	I	II	III	IV	V	VI
Расход энергии, кВт·ч	120	110	100	85	70	60

5. Приведена таблица частот отметок за контрольную работу. На основании таблицы строят круговую диаграмму. Чему равен угол сектора, соответствующего отметке «3»?

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
Относительная частота, %	9	35	44	12

Вариант 2

1. При проверке 10 работ было отмечено следующее число ошибок: 7, 3, 5, 0, 1, 3, 6, 4, 2, 3. Для этого ряда чисел найдите размах, моду, медиану, среднее арифметическое.

2. Среднее арифметическое пяти чисел равно 4,6. К этим числам приписали еще число 7,0. Найдите среднее арифметическое нового ряда, состоящего из шести чисел.

3. Приведена таблица относительных частот заболеваемости учеников школы в полугодии. Из этой таблицы следует, что 88% учеников болели хотя бы один раз. Сколько учащихся не болели, если в школе 600 учеников?

4. В таблице показан расход электроэнергии семьей в течение полугодия (по месяцам). На основании таблицы построена столбчатая диаграмма. При этом потребление энергии за I месяц отражено столбиком высотой 42,0 мм. Столбик какой высоты соответствует потреблению электроэнергии за V месяц?

Месяц	I	II	III	IV	V	VI
Расход энергии, кВт·ч	140	130	110	95	80	70

5. Приведена таблица частот отметок за контрольную работу. На основании таблицы строят круговую диаграмму. Чему равен угол сектора, соответствующего отметке «4»?

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
Относительная частота, %	12	47	25	16

В а р и а н т 3

1. При проверке работ ЕГЭ была составлена таблица частот числа ошибок. Найдите размах, моду, медиану, среднее арифметическое числа ошибок.

Число ошибок	1	2	3	4	5
Относительная частота, %	18	11	27	9	35

2. Каждое число исходного числового ряда увеличили на 10. Как изменятся его мода, медиана и среднее арифметическое.

3. Среднее арифметическое восьми чисел равно 4,3. К этим числам приписали еще числа 5,6 и 6,0. Найдите среднее арифметическое нового ряда, состоящего из десяти чисел.

4. Приведен числовой ряд: 100, 120, 80, 120, 145, 100, 120, 80, 120, 150. Найдите моду и медиану этого ряда. К этому ряду добавили еще одно число x . Найдите моду и медиану нового ряда.

5. Из географии известны площади поверхностей четырех океанов: Тихого – 179 млн км², Атлантического – 91 млн км², Индийского – 76 млн км², Северного Ледовитого – 14 млн км². Эти данные надо отразить на круговой диаграмме. Чему равен угол (с точностью до градуса) сектора, соответствующего площади поверхности Индийского океана?

Вариант 4

1. При проверке работ ЕГЭ была составлена таблица частот числа ошибок. Найдите размах, моду, медиану, среднее арифметическое числа ошибок.

Число ошибок	2	3	4	5	6
Относительная частота, %	16	22	28	30	4

2. Каждое число исходного числового ряда уменьшили на 8. Как изменятся его мода, медиана и среднее арифметическое.

3. Среднее арифметическое восьми чисел равно 3,7. К этим числам приписали еще числа 3,3 и 5,1. Найдите среднее арифметическое нового ряда, состоящего из десяти чисел.

4. Приведен числовой ряд: 115, 70, 100, 80, 100, 130, 100, 70, 80, 100. Найдите моду и медиану этого ряда. К этому ряду добавили еще одно число x . Найдите моду и медиану нового ряда.

5. Из географии известны площади поверхностей четырех океанов: Тихого – 179 млн км², Атлантического – 91 млн км², Индийского – 76 млн км², Северного Ледовитого – 14 млн км². Эти данные надо отразить на круговой диаграмме. Чему равен угол (с точностью до градуса) сектора, соответствующего площади поверхности Атлантического океана?

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

1. Сумма и разность дробей

Вариант 1

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{3}{x-2} + \frac{6}{x+1}$.
2. Сократите дробь $\frac{16a^3b^7}{8a^5b^3}$.
3. Выполните вычитание дробей $\frac{c}{c+2} - \frac{c^2-2c-4}{c^2+2c}$.
4. Найдите значение выражения $\frac{a^2-2b}{a} - a$ при $a = 0,2$; $b = 4$.
5. Постройте график функции $y = \frac{x^2-4x+4}{2-x}$.

Вариант 2

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{5}{x+3} - \frac{4}{x-1}$.
2. Сократите дробь $\frac{18a^4b^8}{6a^7b^4}$.
3. Выполните вычитание дробей $\frac{a}{a-3} - \frac{a^2-2a+6}{a^2-3a}$.
4. Найдите значение выражения $\frac{a^2+3b}{a} - a$ при $a = 0,6$; $b = 2$.
5. Постройте график функции $y = \frac{x^2-6x+9}{3-x}$.

Вариант 3

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{3x-6}{x-2} + \frac{2x-6}{x+1}$.
2. Сократите дробь $\frac{x^2-4x+4}{4-x^2}$.
3. Упростите выражение $\frac{a+3}{a^2+a} - \frac{1}{a+1} + \frac{2}{a}$.
4. Выделите целую и дробную часть в выражении $\frac{2x^2-4x+7}{x-2}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{3 - x} + \frac{4x^2 - 6x}{x}$.

Вариант 4

1. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{5x + 15}{x + 3} + \frac{3x - 1}{x - 2}$.

2. Сократите дробь $\frac{9 - x^2}{x^2 + 6x + 9}$.

3. Упростите выражение $\frac{a - 3}{a^2 - a} - \frac{1}{a - 1} - \frac{4}{a}$.

4. Выделите целую и дробную часть в выражении $\frac{3x^2 - 12x + 5}{x - 4}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{2 - x} + \frac{3x^2 - 4x}{x}$.

2. Рациональные дроби

Вариант 1

1. Найдите допустимые значения переменной выражения $\frac{a - 3}{a^2 + 6a}$ и определите, при каком значении переменной данная рациональная дробь равна нулю.

2. Сократите дробь $\frac{6y - 3x}{x^2 - 4y^2}$ и найдите ее значение при $x = 0,2$ и $y = 0,4$.

3. Выполните действия $\left(2 + \frac{a}{a + 1}\right) : \frac{12a + 8}{3a^2 + 3a}$.

4. Известно, что $\frac{a}{b} = 3$. Найдите значение дроби $\frac{2a + 3b}{3a + 2b}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x - 3}{x^2 - 3x}$. При каких значениях аргумента значения функции отрицательны?

Вариант 2

1. Найдите допустимые значения переменной выражения $\frac{4 + a}{a^2 - 3a}$ и определите, при каком значении переменной данная рациональная дробь равна нулю.

2. Сократите дробь $\frac{8y + 4x}{x^2 - 4y^2}$ и найдите ее значение при $x = 0,3$ и $y = -0,35$.

3. Выполните действия $\left(\frac{2a}{2a - 1} + 1\right) : \frac{4a^2 - a}{6a - 3}$.

4. Известно, что $\frac{a}{b} = 2$. Найдите значение дроби $\frac{4a + 3b}{3a + 4b}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{x + 2}{x^2 + 2x}$. При каких значениях аргумента значения функции положительны?

Вариант 3

1. Найдите допустимые значения переменной выражения $\frac{a^2 - 2a}{a^2 - a - 2}$ и определите, при каких значениях переменных данная рациональная дробь равна нулю.

2. Сократите дробь $\frac{ax - ay - bx + by}{ax - bx + 2ay - 2by}$ и найдите ее значение при $x = 1,2$ и $y = -0,1$.

3. Упростите выражение $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \frac{ab}{a^2 - b^2}$.

4. Известно, что $\frac{2a-b}{a+b} = 1$. Найдите значение дроби $\frac{3a-4b}{a+2b}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{2x^2}$. При каких значениях аргумента значения функции неположительны?

Вариант 4

1. Найдите допустимые значения переменной выражения $\frac{a^2 + 3a}{a^2 + 2a - 3}$ и определите, при каких значениях переменных данная рациональная дробь равна нулю.

2. Сократите дробь $\frac{ax - 2ay + bx - 2by}{ax + bx + ay + by}$ и найдите ее значение при $x = 1,3$ и $y = -0,3$.

3. Упростите выражение $\left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}\right) : \frac{b^2}{a^2 - b^2}$.

4. Известно, что $\frac{3a-5b}{a-b} = 1$. Найдите значение дроби $\frac{2a-3b}{2a+b}$.

5. Постройте график функции $y = \frac{(x-3)^2 - (x+3)^2}{6x^2}$. При каких значениях аргумента значения функции неположительны?

3. Свойства арифметического корня

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\frac{2}{3}\sqrt{169} + 5\sqrt{\frac{16}{225}} - (0,2\sqrt{6})^0$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} + \sqrt{150} \cdot \sqrt{6} - \sqrt{7^4 \cdot 3^2}$.
3. Решите уравнение $2\sqrt{x-1} = 4$.
4. Упростите выражение $\frac{1}{2}a^4\sqrt{36a^6}$ при $a < 0$.
5. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{3x-4}{\sqrt{x}-3}$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $\frac{1}{7}\sqrt{225} + 5\sqrt{\frac{324}{49}} - (0,3\sqrt{8})^0$.
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}} - \sqrt{75 \cdot 12} + \sqrt{5^4 \cdot 3^2}$.
3. Решите уравнение $3\sqrt{x+1} = 9$.
4. Упростите выражение $\frac{1}{3}a^2\sqrt{81a^6}$ при $a < 0$.
5. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{2x-3}{\sqrt{x}-4}$.

Вариант 3

1. Найдите значение выражения $\sqrt{11}\left(2\sqrt{4\frac{5}{11}} - 3\sqrt{7\frac{4}{11}} + \sqrt{3\frac{3}{11}}\right) + (0,4\sqrt{7})^0$.
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{392}}{\sqrt{8}} + \sqrt{192} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{7^4 \cdot 5^2}$.
3. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$.
4. Упростите выражение $\frac{1}{2}a^4\sqrt{36a^2} + 2a^3\sqrt{9a^4}$ при $a < 0$.
5. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{2x-4}{\sqrt{x-1}-2}$.

Вариант 4

1. Найдите значение выражения $\sqrt{19}\left(\sqrt{1\frac{17}{19}} - 2\sqrt{2\frac{11}{19}} + 5\sqrt{1\frac{6}{19}}\right) + (0,3\sqrt{11})^0$.
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{567}}{\sqrt{7}} + \sqrt{338} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{7^4 \cdot 3^2}$.
3. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4$.
4. Упростите выражение $\frac{1}{3}a^2\sqrt{81a^6} + 2a\sqrt{16a^8}$ при $a < 0$.
5. Найдите допустимые значения переменной в выражении $\frac{3x-6}{\sqrt{x-2}-3}$.

4. Применение свойств квадратного корня

Вариант 1

1. Упростите выражение $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$.
2. Сравните числовые выражения $A = \frac{2}{7}\sqrt{7}$ и $B = \frac{1}{4}\sqrt{20}$.
3. Сократите дробь $\frac{9-a}{\sqrt{a}-3}$.
4. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе выражения $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$.
5. Найдите значение выражения $\frac{1}{2\sqrt{3}+1} - \frac{1}{2\sqrt{3}-1}$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$.
2. Сравните числовые выражения $A = \frac{3}{5}\sqrt{20}$ и $B = \frac{2}{3}\sqrt{12}$.
3. Сократите дробь $\frac{16-c}{\sqrt{c}-4}$.
4. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе выражения $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.
5. Найдите значение выражения $\frac{1}{1+3\sqrt{5}} + \frac{1}{1-3\sqrt{5}}$.

Вариант 3

1. Упростите выражение $2\sqrt{18} + 5\sqrt{50} - \frac{1}{4}\sqrt{32} - 7\sqrt{2}$.
2. Найдите значение выражения $(2\sqrt{3} - 1)(3\sqrt{3} + 5) - 7\sqrt{3}$.
3. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе выражения $\frac{6\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$.
4. Сократите дробь $\frac{a^2 + 2a\sqrt{b} + b}{a + \sqrt{b}}$.
5. Сравните числовые выражения $A = \sqrt{20} - \sqrt{18}$ и $B = \sqrt{14} - \sqrt{12}$.

Вариант 4

1. Упростите выражение $2\sqrt{27} + 4\sqrt{48} - \frac{1}{5}\sqrt{75} - 9\sqrt{3}$.
2. Найдите значение выражения $(3\sqrt{2} - 2)(4\sqrt{2} + 7) - 13\sqrt{2}$.

3. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе выражения $\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$.

4. Сократите дробь $\frac{4x^2 - 4x\sqrt{y} + y}{2x - \sqrt{y}}$.

5. Сравните числовые выражения $A = \sqrt{32} - \sqrt{31}$ и $B = \sqrt{43} - \sqrt{42}$.

5. Квадратные уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение $5x^2 + 10x = 0$.

2. Решите уравнение $9x^2 - 4 = 0$.

3. Решите уравнение $x^2 - 7x + 6 = 0$.

4. Решите уравнение $2x^2 + 3x + 4 = 0$.

5. Один из корней уравнения $x^2 + ax + 72 = 0$ равен 9. Найдите другой корень и коэффициент a .

Вариант 2

1. Решите уравнение $6x^2 + 18x = 0$.

2. Решите уравнение $4x^2 - 9 = 0$.

3. Решите уравнение $x^2 - 8x + 7 = 0$.

4. Решите уравнение $3x^2 + 5x + 6 = 0$.

5. Один из корней уравнения $x^2 + 11x + a = 0$ равен 3. Найдите другой корень и коэффициент a .

Вариант 3

1. Решите уравнение $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

2. Решите уравнение $(2x - 1)^2 - 9 = 0$.

3. Решите уравнение $x^2 + 2ax - 3a^2 = 0$.

4. Напишите квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого -3 и $\frac{1}{2}$.

5. Катер прошел по течению реки 30 км и 24 км против течения за 9 ч. Чему равна собственная скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч?

Вариант 4

1. Решите уравнение $3x^2 - 7x + 4 = 0$.

2. Решите уравнение $(3x + 1)^2 - 4 = 0$.

3. Решите уравнение $x^2 - 3ax - 4a^2 = 0$.

4. Напишите квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корни которого -2 и $\frac{1}{3}$.

5. Моторная лодка прошла 45 км по течению реки и 22 км против течения, затратив на весь путь 5 ч. Найди скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки 2 км/ч?

6. Квадратные уравнения. Дробные рациональные уравнения

В а р и а н т 1

1. Решите уравнение $\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 4} = 0$.

2. Решите уравнение $\frac{10}{2x - 3} = x - 1$.

3. Решите уравнение $\frac{x - 6}{x^2 - 36} = 0$.

4. Найдите сумму и произведение корней уравнения
 $3x^2 + 5x - 1 = 0$.

5. Найдите координаты точек пересечения графиков функций
 $y = \frac{1}{x}$ и $y = 2 - x$.

В а р и а н т 2

1. Решите уравнение $\frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2} = 0$.

2. Решите уравнение $\frac{15}{6x - 1} = x + 2$.

3. Решите уравнение $\frac{x + 7}{x^2 - 49} = 0$.

4. Найдите сумму и произведение корней уравнения
 $2x^2 + 3x - 1 = 0$.

5. Найдите координаты точек пересечения графиков функций
 $y = \frac{2}{x}$ и $y = x - 1$.

В а р и а н т 3

1. Решите уравнение $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2} = 0$.

2. Решите уравнение $\frac{9}{x - 1} = 2x - 5$.

3. Решите уравнение $\frac{|x| - 3}{x^2 - 9} = 0$.

4. Уравнение $3x^2 + 5x - 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найдите величину $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.

5. Числитель обыкновенной несократимой дроби на 2 меньше знаменателя. Если к числителю и знаменателю прибавить 2, то дробь увеличится на $\frac{8}{15}$. Найдите эту дробь.

Вариант 4

1. Решите уравнение $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + x - 2} = 0$.

2. Решите уравнение $\frac{10}{x - 1} = 2x - 1$.

3. Решите уравнение $\frac{|x| - 4}{x^2 - 16} = 0$.

4. Уравнение $2x^2 + 3x - 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найдите величину $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.

5. Числитель обыкновенной несократимой дроби на 3 меньше знаменателя. Если к числителю и знаменателю прибавить 1, то дробь увеличится на $\frac{3}{20}$. Найдите эту дробь.

7. Числовые неравенства и их свойства

Вариант 1

1. Сравните значения числовых выражений $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3}$ и $B = \frac{3}{4} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$.

2. Известно, что $a > b$. Расположите в порядке возрастания числа $a + 11$, $b - 5$, $a + 2$, $b - 8$, $b - 3$.

3. Докажите неравенство $(x + 2)^2 \geq 8x$.

4. Для числа a выполнено неравенство $4 < a < 5$. Оцените значение выражения $A = 2a - 7$.

5. Известны границы длин основания a и боковой стороны b равнобедренного треугольника (в миллиметрах): $24 \leq a \leq 26$ и $32 \leq b \leq 34$. Оцените периметр треугольника.

Вариант 2

1. Сравните значения числовых выражений $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ и $B = \frac{2}{7} \cdot (-3,5)$.

2. Известно, что $a < b$. Расположите в порядке убывания числа $a - 3$, $a - 8$, $b + 17$, $b + 3$, $b + 9$.

3. Докажите неравенство $(x - 3)^2 \geq -12x$.

4. Для числа a выполнено неравенство $3 < a < 4$. Оцените значение выражения $A = 4a - 9$.

5. Известны границы длин основания a и боковой стороны b равнобедренного треугольника (в миллиметрах): $37 \leq a \leq 38$ и $42 \leq b \leq 44$. Оцените периметр треугольника.

Вариант 3

1. Сравните значения числовых выражений $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99}$ и $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{100}$.

2. Известно, что для чисел a, b, c, d выполнены неравенства: $d > b$, $c < a$, $b > a$. Расположите числа a, b, c, d в порядке возрастания.

3. Докажите неравенство

$$(a + 5)(a - 2) > (a - 5)(a + 8).$$

4. Для чисел a и b выполнены неравенства $7 \leq a \leq 8$ и $6 \leq b \leq 20$. Оцените значение выражения $A = 3a - 2b$.

5. Найдите наименьшее значение выражения $A = x + \frac{9}{x} + 5$ (для $x > 0$).

Вариант 4

1. Сравните значения числовых выражений $A = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100}$ и $B = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99}$.

2. Известно, что для чисел a, b, c, d выполнены неравенства: $a > c$, $d < a$, $b > d$. Расположите числа a, b, c, d в порядке убывания.

3. Докажите неравенство

$$(a + 4)(a - 1) > (a - 7)(a + 10).$$

4. Для чисел a и b выполнены неравенства $8 \leq a \leq 10$ и $7 \leq b \leq 13$. Оцените значение выражения $A = 2a - 3b$.

5. Найдите наименьшее значение выражения $A = x + \frac{16}{x} + 7$ (для $x > 0$).

8. Неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенство $3(x - 1) > 2(3 - x)$.

2. Решите неравенство $-2 \leq 3x + 1 \leq 4$.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 3x + 1 > 0. \end{cases}$$

4. Известно, что $1,2 < x < 1,3$ и $2,7 < y < 2,8$. Оцените величину $x + 2y$.

5. При каких значениях x функция $y = 2 - 4x$ принимает отрицательные значения?

Вариант 2

1. Решите неравенство $2(x - 1) < 3(2 - x)$.

2. Решите неравенство $-3 \leq 2x - 1 \leq 5$.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4 - 3x \geq 0, \\ 2x + 1 > 0. \end{cases}$$

4. Известно, что $1,8 < x < 1,9$ и $2,4 < y < 2,5$. Оцените величину $2x + y$.

5. При каких значениях x функция $y = 3 - 5x$ принимает положительные значения?

Вариант 3

1. Докажите неравенство $x^2 + 4x + 16 \geq 12x$.

2. Решите неравенство $\frac{x-1}{4} - 1 > \frac{x+1}{3} + 7$.

3. Решите неравенство $|x - 3| \leq 2$.

4. Найдите область определения функции $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}} - 3\sqrt{9-2x}$.

5. Известно, что $1,4 < x < 1,5$ и $2,7 < y < 2,8$. Оцените величину $7x - 3y$.

Вариант 4

1. Докажите неравенство $x^2 + 5x + 25 \geq 15x$.

2. Решите неравенство $\frac{1-2x}{3} - 2 < \frac{1-3x}{5} + 4$.

3. Решите неравенство $|x - 2| \leq 3$.

4. Найдите область определения функции $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x-1}} + 4\sqrt{5-2x}$.

5. Известно, что $2,2 < x < 2,3$ и $3,5 < y < 3,6$. Оцените величину $5x - 2y$.

9. Степень с целым показателем

Вариант 1

1. Найдите приближенное значение суммы чисел $a = 1,13 \cdot 10^3$ и $b = 42 \cdot 10^2$. Ответ запишите в стандартном виде.

2. Упростите выражение $\left(\frac{9}{7} \cdot \frac{a^{-2}}{b^{-1}}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{49} a^{-2} b$.

3. Сократите дробь $\frac{3x^{-1} + x^{-2}}{x^{-4} + 3x^{-3}}$ и найдите ее значение при $x = 3$.

4. Упростите выражение $(x^{-1} + y^{-1})^{-1} \cdot \left(\frac{2}{y^{-2}} - \frac{2}{x^{-2}}\right)$.

5. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{x^2 - 1}\right)^{-1}$.

Вариант 2

1. Найдите приближенное значение суммы чисел $a = 17 \cdot 10^3$ и $b = 2,18 \cdot 10^4$. Ответ запишите в стандартном виде.

2. Упростите выражение $\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-2} \cdot \frac{9}{5} a^{-4} b^2$.

3. Сократите дробь $\frac{4x^{-1} + x^{-2}}{x^{-5} + 4x^{-4}}$ и найдите ее значение при $x = 2$.

4. Упростите выражение $(x^{-2} - y^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}}\right)^{-1}$.

5. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{4 - x^2}\right)^{-1}$.

Вариант 3

1. Найдите приближенное значение числа $2x + 3y$, если $x = 12 \cdot 10^3$ и $y = 216 \cdot 10^2$. Ответ запишите в стандартном виде.

2. Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{3})^{-2} + (2 - \sqrt{3})^{-2}$.

3. Сократите дробь $\frac{x^3 + 3x^5 + x^6}{3 + x + x^{-2}}$.

4. Упростите выражение $\left((a + x) \left(\frac{x}{a - x}\right)^{-1} - a^2 x^{-1}\right)^{-3}$.

5. Постройте график функции $y = (|x| + x)^{-1}$.

Вариант 4

1. Найдите приближенное значение числа $4x - 3y$, если $x = 183 \cdot 10^4$ и $y = 13 \cdot 10^5$. Ответ запишите в стандартном виде.

2. Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{5})^{-2} + (2 - \sqrt{5})^{-2}$.

3. Сократите дробь $\frac{x^4 + 2x^6 + x^7}{2 + x + x^{-2}}$.

4. Упростите выражение $\left(\frac{a}{x} \left(\frac{x}{a - 2x}\right)^{-1} - \left(\frac{x}{a - x}\right)^{-2}\right)^{-5}$.

5. Постройте график функции $y = (|x| - x)^{-1}$.

10. Итоговая контрольная работа

Вариант 1

1. Упростите выражение $\left(\frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{3-a}\right) \cdot \frac{a^2+6a+9}{5}$. Найдите значение этого выражения при $a = -2,5$.

2. Найдите значение выражения $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + \sqrt{24}(6 - 5\sqrt{6})$.

3. При каких значениях x функция $y = \frac{3x-2}{4} - \frac{5x+1}{2}$ принимает положительные значения?

4. Сократите дробь $\frac{x^2-4x+4}{2-x}$ и найдите ее значение при $x = -4$.

5. Поезд должен был проехать 420 км за определенное время. Однако по техническим причинам выехал на 30 мин позже. Чтобы прибыть вовремя, он увеличил скорость на 2 км/ч. Какова была скорость поезда?

Вариант 2

1. Упростите выражение $\left(\frac{4}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}\right) \cdot \frac{a^2+4a+4}{3}$. Найдите значение этого выражения при $a = -2,3$.

2. Найдите значение выражения $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + \sqrt{54}(8 - 7\sqrt{6})$.

3. При каких значениях x функция $y = \frac{2x+3}{4} - \frac{6x-5}{3}$ принимает отрицательные значения?

4. Сократите дробь $\frac{x^2-6x+9}{3-x}$ и найдите ее значение при $x = -2$.

5. Из одного пункта в другой, расстояние между которыми 120 км, выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 10 км/ч больше скорости велосипедиста, поэтому он затратил на путь на 6 ч меньше. Какова скорость мотоциклиста?

Вариант 3

1. Упростите выражение $(25a^2b - 40ab^2 + 16b^3) \cdot \frac{2}{25a^2b - 16b^3}$.

2. Найдите значение выражения $\sqrt{83-18\sqrt{2}} + |1-\sqrt{2}|$.

3. При каких значениях x значения функции $y = 3|2x-1|$ меньше 15?

4. Найдите значение дроби $\frac{3a^3-18a-10}{4a^3-24a-3}$, если a — корень уравне-

ния $x^3 - 6x - 2 = 0$.

5. Из пункта A в пункт B , отстоящий от пункта A на 27 км, отправился пешеход со скоростью 5 км/ч. Через 36 мин после этого навстречу ему из пункта B вышел другой пешеход со скоростью 3 км/ч. Найдите расстояние от пункта B до места их встречи.

Вариант 4

1. Упростите выражение $(4a^2b - 28ab^2 + 49b^3) \cdot \frac{3}{4a^2b - 49b^3}$.

2. Найдите значение выражения $\sqrt{54 - 14\sqrt{5}} + |2 - \sqrt{5}|$.

3. При каких значениях x значения функции $y = 5|2x + 1|$ меньше 25?

4. Найдите значение дроби $\frac{3a^3 - 12a - 8}{4a^3 - 16a - 11}$, если a – корень уравнения $x^3 - 4x - 2 = 0$.

5. Из пункта A в пункт B , отстоящий от пункта A на 11 км, отправился пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 15 мин после этого навстречу ему из пункта B вышел другой пешеход со скоростью 6 км/ч. Найдите расстояние от пункта B до места их встречи.

ЗАЧЕТНЫЕ РАБОТЫ

1. Рациональные дроби

Вариант 1

А

1. Найдите область допустимых значений переменной в выражении $A = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} - \frac{9 - 6x + x^2}{x - 3}$ и вычислите значение A .

2. Упростите выражение $\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{2a}{b} + 1\right) \cdot \frac{b}{(a+b)^2}$.

3. Докажите, что значение выражения $\frac{\frac{3}{x} + \frac{x+3}{x^2 - x}}{\frac{2}{x} - \frac{x-2}{x^2 - x}}$ не зависит от переменной x , и найдите это значение.

4. Известно, что $a = 2b$. Найдите значение дроби $\frac{2a^2 - 3ab + b^2}{a^2 + b^2}$.

5. При каких целых n значение дроби $\frac{3n^2 + 2n - 2}{n}$ является целым числом?

В

6. Упростите выражение $\left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}\right) : \frac{a^2+5a}{1-5a} + \frac{a^2+5}{a+1}$.

7. Найдите область допустимых значений переменной в выражении $A = \frac{1 + \frac{x-1}{x+3}}{2 - \frac{x+1}{x-2}}$ и определите, при каком значении переменной $A = 0$.

8. При каких целых n значение дроби $\frac{2n^2 - n + 3}{2n - 1}$ будет целым числом?

С

9. При каких значениях a и b равенство

$$\frac{a}{x+5} + \frac{b}{(x-2)^2} = \frac{x+24}{x^3 + x^2 - 16x + 20}$$

является тождеством?

10. Найдите целочисленные решения уравнения

$$x^2 + 2xy = 3x + 6y + 2.$$

Вариант 2

А

1. Найдите область допустимых значений переменной в выражении $A = \frac{4-4x+x^2}{x-2} - \frac{x^2+6x+9}{x+3}$ и вычислите значение A .

2. Упростите выражение $\left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right) \cdot \frac{b}{(a-b)^2}$.

3. Докажите, что значение выражения $\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{x^2-x}}$ не зависит от переменной x , и найдите это значение.

4. Известно, что $b = 3a$. Найдите значение дроби $\frac{3a^2 - ab + 2b^2}{a^2 + b^2}$.

5. При каких целых n значение дроби $\frac{5n^2 - n + 3}{n}$ является целым числом?

В

6. Упростите выражение $\left(\frac{a-3}{7a-4} + \frac{a-3}{a-4}\right) \cdot \frac{7a-4}{9a-3a^2} - \frac{a^2-14}{4-a}$.

7. Найдите область допустимых значений переменной в выражении $A = \frac{2 + \frac{x-3}{x+1}}{1 - \frac{2x+1}{x-2}}$ и определите, при каком значении переменной $A = 0$.

8. При каких целых n значение дроби $\frac{3n^2 - 2n + 5}{3n - 2}$ будет целым числом?

С

9. При каких значениях a и b равенство $\frac{a}{x^2+x-1} + \frac{b}{x-1} = \frac{x^2+3x-3}{x^3-2x+1}$ является тождеством?

10. Найдите целочисленные решения уравнения

$$2xy + y^2 = 4x + 2y + 3.$$

2. Квадратные корни

Вариант 1

А

1. Найдите значение выражения $\sqrt{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{98} - 2\sqrt{32})$.

2. Сравните значения выражений $A = 3\sqrt{7}$ и $B = \sqrt{9 - \sqrt{19}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{19}}$.

3. Сократите дробь $\frac{3 - \sqrt{3a}}{a - 3}$.

4. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$.

5. Упростите выражение $\frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{x + 4\sqrt{xy} + 4y}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}}$. Найдите значение этого выражения при $x = 3\frac{1}{81}$ и $y = \frac{1}{81}$.

В

6. Известно, что $x = 3 - \sqrt{11}$ и $y = 3 + \sqrt{11}$. Найдите значение выражения $y\sqrt{x^2}$.

7. Упростите выражение $\left(\frac{a}{a - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{a + \sqrt{2}}\right) : \frac{a^2 + 2}{a^2 + a\sqrt{2}}$.

8. Сравните значения выражений $A = \frac{3}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{3}{4 + 2\sqrt{2}}$ и $B = \sqrt{7}$.

С

9. Сократите дробь $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$.

10. Упростите выражение

$$(\sqrt{2} + 1)^2 - (\sqrt{2} - 3)^2 - \sqrt{32} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}.$$

Вариант 2

А

1. Найдите значение выражения $\sqrt{3}(2\sqrt{3} + 3\sqrt{75} - \sqrt{108})$.

2. Сравните значения выражений $A = 2\sqrt{8}$ и $B = \sqrt{10 - \sqrt{67}} \cdot \sqrt{10 + \sqrt{67}}$.

3. Сократите дробь $\frac{5 - \sqrt{5a}}{a - 5}$.

4. Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 3$.

5. Упростите выражение $\frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{x - 4\sqrt{xy} + 4y}{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}$. Найдите значение этого выражения при $x = 2\frac{1}{18}$ и $y = \frac{1}{9}$.

В

6. Известно, что $x = 2 - \sqrt{7}$ и $y = 2 + \sqrt{7}$. Найдите значение выражения $y\sqrt{x^2}$.

7. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) : \frac{a^2 + ab}{a - b}$.

8. Сравните значения выражений $A = \frac{2}{5 + 3\sqrt{3}} - \frac{2}{5 - 3\sqrt{3}}$ и $B = \sqrt{110}$.

С

9. Сократите дробь $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$.

10. Упростите выражение

$$(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 2)^2 - \sqrt{48} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}.$$

3. Квадратные уравнения

Вариант 1

А

1. Решите уравнение $3x^2 + 5x = 0$.

2. Найдите корни уравнения $3x^2 - x - 2 = 0$.

3. Графически решите уравнение $x^2 = x + 1$.

4. Уравнение $2x^2 + 5x + 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найдите значение выражения $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$.

5. Турист проехал на моторной лодке 25 км вверх по реке, а обратно спустился на плоту. В лодке он плыл на 10 ч меньше, чем на плоту. Найдите скорость течения, если скорость лодки в стоячей воде 12 км/ч.

В

6. Решите уравнение $4x^2 - 7ax + 3a^2 = 0$.

7. Уравнение $3x^2 + 5x + 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найдите значение выражения $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.

8. Известно, что x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 8x + a = 0$ и $3x_1 + 4x_2 = 29$. Найдите величину a и корни уравнения.

С

9. Аналитически и графически решите уравнение $|x - 1| = x^2$.

10. При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 + (a + 1)x - 2a^2 + 5a - 2}{x - 3} = 0$$

имеет единственный корень?

Вариант 2

А

1. Решите уравнение $4x^2 + 7x = 0$.

2. Найдите корни уравнения $4x^2 - 3x - 1 = 0$.

3. Графически решите уравнение $x^2 = 1 - x$.

4. Уравнение $3x^2 + 5x + 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найдите значение выражения $x_1 - x_1x_2 + x_2$.

5. Моторная лодка прошла 35 км вверх по реке и на 18 км поднялась по ее притоку, затратив на весь путь 8 ч. Скорость течения в реке на 1 км/ч меньше скорости течения в ее притоке. Найдите скорость течения в реке, если скорость лодки в стоячей воде 10 км/ч.

В

6. Решите уравнение $3x^2 - 5ax + 2a^2 = 0$.

7. Уравнение $2x^2 + 5x + 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Найдите значение выражения $x_1^3x_2 + x_1x_2^3$.

8. Известно, что x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + 2x + a = 0$ и $2x_1 + 3x_2 = 0$. Найдите величину a и корни уравнения.

С

9. Аналитически и графически решите уравнение

$$|x + 1| = x^2.$$

10. При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{x^2 - (3a + 2)x + 2a^2 + a - 3}{x + 1} = 0$$

имеет единственный корень?

4. Неравенства

Вариант 1

А

1. Решите неравенство

$$3x^2 - (x - 2)(3x + 1) > 0.$$

2. Найдите значения переменной, при которых сумма дробей $\frac{10 + 17x}{16}$ и $\frac{5(2 - x)}{4}$ отрицательна.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{4x + 5}{3} > 0, \\ 3x - 8 < 0. \end{cases}$$

4. Найдите целые решения неравенства

$$-2 \leq 3x + 1 < 7.$$

5. Длины сторон прямоугольника (в сантиметрах) удовлетворяют условию $1,2 < a < 1,3$ и $2,7 < b < 2,8$. Оцените периметр P прямоугольника.

В

6. Решите неравенство $(3x - 1)(4x + 3) \geq (3x - 1)(4x - 3)$.

7. Сравните значения выражений

$$A = 753 \cdot 755 \cdot 757 \text{ и } B = 751 \cdot 755 \cdot 759.$$

8. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} (x + 6)^2 < (x + 4)^2, \\ 6x + 13 > 5x - 7. \end{cases}$$

С

9. Сравните значения выражений $A = \sqrt{7} - \sqrt{5}$ и $B = \sqrt{13} - \sqrt{11}$.

10. В раствор объемом 8 л, содержащий 60% кислоты, вливают раствор, содержащий 20% кислоты. Сколько литров второго раствора нужно влить в первый, чтобы смесь содержала не меньше 30% и не больше 40% кислоты?

Вариант 2

А

1. Решите неравенство $4x^2 - (2x - 1)(2x + 3) < 0$.

2. Найдите значения переменной, при которых сумма дробей $\frac{4 + 10x}{9}$ и $\frac{4(3 - x)}{3}$ положительна.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{3x + 7}{2} > 0, \\ 2x - 5 < 0. \end{cases}$$

4. Найдите целые решения неравенства $-1 < 2x + 3 < 5$.

5. Длины сторон прямоугольника (в сантиметрах) удовлетворяют условию $2,3 < a < 2,4$ и $3,1 < b < 3,2$. Оцените периметр P прямоугольника.

В

6. Решите неравенство $(2x - 3)(5x + 2) \geq (2x - 3)(5x - 2)$.

7. Сравните значения выражений

$$A = 571 \cdot 574 \cdot 577 \text{ и } B = 572 \cdot 574 \cdot 576.$$

8. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} (x + 5)^2 < (x + 3)^2, \\ 5x + 12 > 4x - 9. \end{cases}$$

С

9. Сравните значения выражений $A = \sqrt{14} - \sqrt{11}$ и $B = \sqrt{10} - \sqrt{7}$.

10. В раствор объемом 10 л, содержащий 70% кислоты, вливают раствор, содержащий 40% кислоты. Сколько литров второго раствора нужно влить в первый, чтобы смесь содержала не меньше 50% и не больше 60% кислоты?

5. Степень с целым показателем.

Элементы статистики

Вариант 1

А

1. Упростите выражение $3\frac{1}{2}a^{-8}b^{-7} : \left(-\frac{7}{8}a^{-5}b^{-9}\right)$.
2. Сократите дробь $\frac{3x^{-2} + x^{-3}}{x^{-5} + 3x^{-4}}$.
3. Решите неравенство $\left(\frac{4}{2x-3}\right)^{-1} \geq -2$.
4. Выразите массу 218 г в тоннах. Ответ запишите в стандартном виде.
5. Для ряда из десяти чисел 7, 5, 9, 8, 5, 3, 1, 5, 4, 2 найдите размах, моду, медиану и среднее арифметическое.

В

6. Найдите значение выражения $(3 + 2\sqrt{2})^{-2} + (3 - 2\sqrt{2})^{-2}$.
7. Упростите выражение $\frac{2-a-5(a+2)^{-1}}{5(4-a^2)^{-1}-1}$.
8. Докажите, что значение выражения $\frac{21^n}{3^{n-1} \cdot 7^{n+1}}$ (n – целое число) не зависит от n , и найдите это значение.

С

9. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{|x|-1}\right)^{-1}$.
10. Докажите, что выражение $A = \frac{2^m \cdot 3^{n-1} - 2^{m-1} \cdot 3^n}{2^m \cdot 3^n}$ принимает одно и то же значение при любых целых значениях переменных m и n . Найдите величину A .

Вариант 2

А

1. Упростите выражение $4\frac{1}{2}a^{-7}b^{-9} : \left(\frac{9}{4}a^{-3}b^{-11}\right)$.
2. Сократите дробь $\frac{2x^{-3} + x^{-4}}{x^{-7} + 2x^{-6}}$.
3. Решите неравенство $\left(\frac{2}{3x-1}\right)^{-1} \geq -4$.

4. Выразите массу 63,2 г в тоннах. Ответ запишите в стандартном виде.

5. Для ряда из десяти чисел 8, 7, 5, 4, 6, 3, 4, 9, 1, 4 найдите размах, моду, медиану и среднее арифметическое.

В

6. Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{5})^{-2} + (2 - \sqrt{5})^{-2}$.

7. Упростите выражение $\frac{(a^2 - 1)^{-1} - 3}{3(a - 1) - (a + 1)^{-1}}$.

8. Докажите, что значение выражения $\frac{6^n \cdot 10^{n+1}}{2^{2n} \cdot 15^{n-1}}$ (n – целое число) не зависит от n , и найдите это значение.

С

9. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{1 - |x|} \right)^{-1}$.

10. Докажите, что выражение $A = \frac{5^{m-2} \cdot 2^{2n} + 5^m \cdot 2^{2n-1}}{5^m \cdot 4^n}$ принимает одно и то же значение при любых целых значениях переменных m и n . Найдите величину A .

ОТВЕТЫ

Ответы к самостоятельным работам

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	1	$-5a - 3; 1$	$5b^2 + 4ab; -3$	$-3(x - 1)^2$	$(x - y)(x + y - 1)$	$-12; 2$
	2	$-a - 2; -6$	$5b^2 + 4ab; 1$	$-2(x - 1)^2$	$(x + y)(x - y - 1)$	$1; 3$
	3	Минус	$3x + 12; 10$	$-2(x - 2y)^2$	$(18x + 5y)(-6x - 13y)$	$-3; 2$
	4	Плюс	$3x + 4; 3$	$-3(2x - y)^2$	$(18x - 5y)(6x - 13y)$	$-2; 1$
2	1	$x \neq -1; \pm 2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{x-1}{x+1}; 19$	$\frac{-x^2 - x + 2}{x^2 - 4}$	$y = 2 - x, x \neq 2$
	2	$x \neq -2; \pm 3$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{1-x}{x+1}; 19$	$\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 - 1}$	$y = 1 - x, x \neq 1$
	3	$x \neq \frac{1}{3}; 1$	$-2; 3$	$\frac{x-1}{x-3}; 21$	2	$y = 2x + 1, x \neq \frac{1}{2}$
	4	$x \neq -\frac{1}{2}; 1$	$-3; 5$	$\frac{x+1}{x+2}; 11$	-1	$y = 3x + 2, x \neq \frac{2}{3}$
3	1	$\frac{1}{x-3}; 5$	$x + \frac{5}{x+6}$	$y = x + 3, x \neq 3,$ $x = y - 3$	$-\frac{1}{ab}$	$\frac{1}{2(a+3)}; 10$
	2	$\frac{1}{x+4}; -10$	$x + \frac{3}{x-4}$	$y = x - 2, x \neq -2,$ $x = y + 2$	$\frac{4}{ab}$	$-\frac{1}{3(a+2)}; -1$
	3	$\frac{3x-2}{3x+2}; -3$	$x + 2 + \frac{3}{x+2}$	$y = x - 1, x \neq -1; 2,$ $x = y + 1$	$\frac{1}{x-1}; 5$	$\frac{32}{1-a^{32}}$
	4	$\frac{5x-1}{5x+1}; \frac{1}{2}$	$x - 3 + \frac{2}{x-3}$	$y = x + 1, x \neq -3; 4,$ $x = y - 1$	$\frac{1}{x+2}; 10$	$\frac{32}{1-a^{64}}$

4	1	$x \neq 0; \pm 2, \frac{x}{x+2}$	$\frac{x^2-9}{3}; 9$	$-\frac{a}{a+b}; -2$	$\frac{2x}{z^3}; \frac{3}{4}$	$a = 3, b = -2$
	2	$x \neq 0; \pm 3, \frac{x}{x-3}$	$\frac{x^2-4}{2}; 6$	$\frac{a+2b}{a}; 2$	$\frac{4x}{z}; 24$	$a = 2, b = -3$
	3	$x \neq -3; -2, \frac{4x+7}{2x+4}$	$\frac{(2x-3)(x+4)}{2y(y+5)}; -\frac{3}{4}$	$\frac{x-5}{x-8}; \frac{2}{5}$	$2x^2y; \frac{3}{2}$	$a = 3, b = -9, c = 16$
	4	$x \neq -2; 1, \frac{3x+1}{2x-2}$	$\frac{(x+2)^2}{7y(3y+5)}; \frac{7}{2}$	$\frac{5(5x+2)}{x+3}; 12$	$yz^2; \frac{3}{2}$	$a = 2, b = -5, c = 11$
5	1	$5(a+b); 5$	-1	5	8 км/ч	$y = \frac{x}{2}, x \neq \pm 2$
	2	$4(a-b); 4$	$\frac{1}{4}$	-4	14 км/ч	$y = -\frac{x}{3}, x \neq \pm 3$
	3	$\frac{2a(b-2a)}{2a+b}; \frac{1}{3}$	1	-3	32	$y = x - 2, x \neq -2; 0$
	4	$\frac{a(b-a)}{a+b}; \frac{1}{3}$	2	-2	14	$y = x + 3, x \neq 0; 3$
6	1	A, C	12	$2,5$	2	$y = -\frac{1}{x}, x \neq 2$
	2	B, C	15	$-2,4$	2	$y = \frac{1}{x}, x \neq -3$
	3	$(6; -6), (-6; 6)$	Да	$a = \frac{4}{b}$	$-1; 4$	$y = -\frac{2}{x}$
	4	$(-5; -5), (5; 5)$	Да	$b = \frac{5}{a}$	$-1; 2$	$y = \frac{3}{x}$
7	1	$\{-18; -9; 9; 18\}$	$0, (6)$	$0, 14; \frac{1}{7}; \frac{2}{9}$	1	$7, 28$

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
7	2	$\{\pm 3; \pm 6; \pm 15; \pm 30\}$	0,(3)	$0,29; \frac{2}{7}; \frac{3}{11}$	2	6,50
	3	Числа, дающие остаток 1 или 3	0,(279)	$2\frac{4}{11}$	0	Да
	4	Числа, дающие остаток 0 или 2	0,(369)	$3\frac{5}{11}$	3	Нет
8	1	-5	$\sqrt{9}; 3,1; \pi; 3(3)$	Минус	2	13
	2	-6	$\sqrt{36}; 6,2; 2\pi; 6(4)$	Плюс	-3	5
	3	2	27 и 28	$3 - 4a^2$	2	-167
	4	3	31 и 32	$2 - 5a^2$	5	573
9	1	± 6	39	$x, y \geq 0$ или $x, y < 0$	Нет	4,2
	2	± 5	18	$x \geq 0, y > 0$ или $x, y < 0$	Нет	3,5
	3	-1; 4	15	$y \leq 0$	Нет	3,2
	4	-6; 1	-1	$x \leq 0, y \neq 0$	Нет	3,3
10	1	B, D	-1; 1	9; 10	(4; 2)	$0 \leq x \leq 9$
	2	A, C	5; 7	8; 9	(4; -2)	$0 \leq x \leq 16$
	3	B	-2; 1	$2\sqrt{3\frac{6}{25}}; \sqrt{15}; 4(4); 4\frac{4}{15}$	(0; 0), (9; 9)	81
	4	C	-1; 2	$4\frac{1}{5}; \sqrt{18}; 2\sqrt{5\frac{1}{16}}; 4(5)$	(0; 0), (4; 4)	-16
11	1	196	4,4	21	$-0,8a^4b^2c^3$	3
	2	126	6,6	25	$-0,7a^2b^3c^4$	5
	3	324	$\frac{15}{29}$	$A > B$	$9a^5$	-1

	4	462	$\frac{7}{23}$	$A < B$	$20a^5$	-2
12	1	$3\sqrt{2}$	$A > B$	$-\sqrt{-18a^7}$	3	$\frac{1}{2}$
	2	$5\sqrt{2}$	$A < B$	$-\sqrt{-12a^3}$	2	$\frac{2}{3}$
	3	$-8a^3\sqrt{-2a}$	$A > B$	$-\sqrt{-2x^7y^3}$	-4	-2
	4	$-14a^3\sqrt{-2a}$	$A < B$	$-\sqrt{-4x^3y^5}$	-2	-3
13	1	$a^2 - 4b$	6	12	$\frac{1}{3}(\sqrt{x} - 5)$	$3 - \sqrt{\frac{y}{x}}$
	2	$4a - b^2$	28	14	$\frac{1}{5}(\sqrt{x} - 4)$	$-1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}}$
	3	$-\frac{4}{\sqrt{11}}$	8	$a = 3, b = -2$	$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{2y}}{\sqrt{x} - \sqrt{2y}}$	$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$
	4	$-\frac{4}{\sqrt{19}}$	12	$a = 3, b = 2$	$\frac{\sqrt{2x} + 3\sqrt{y}}{\sqrt{2x} - 3\sqrt{y}}$	$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$
14	1	$a = 6, b = 12, c = -31$	2	$0; \frac{3}{5}$	$\frac{2}{9}$	3 и 4
	2	$a = 2, b = 11, c = -34$	-3	$0; -\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	6 и 7
	3	$a = 2, x_1 = 0, x_2 = -\frac{3}{4}$	$a = 3, x = \pm 3; a = 0,$ $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 0$	$\frac{11}{3}$	$-\frac{3}{4}; 2$	$2 \pm \sqrt{2}$ и $\pm\sqrt{2}$
	4	$a = -3, x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{2}$	$a = -2, x = \pm 2; a = 0,$ $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 0$	4	$-\frac{1}{6}; -2$	$1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
15	1	-5; 1	$-1; -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}; \frac{1}{4}$	$a = 5, x = 3$	± 12
	2	-7; 1	$-1; -\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}; 6$	$a = -2, x = -1$	± 30
	3	$\frac{1}{3}; 2$	± 1	$a; 1 - a$	$a = 3, x = -\frac{1}{3}$	$\pm 2; 0$
	4	-2	$\frac{1}{5}; \frac{7}{5}$	$-a; 1 + a$	$a = 2, x = -\frac{1}{2}$	$\pm 3; 0$
16	1	22 и 23	68 и 86	11 см	12 м и 18 м	15 см
	2	26 и 27	48 и 84	12 см	11 м и 14 м	20 см
	3	23 и 24	6 см	15	60 км/ч и 80 км/ч	10%
	4	26 и 27	4 см	19	120 км/ч и 50 км/ч	20%
17	1	8	$x^2 + x - 12 = 0$	-3	Отрицательные	3; 4
	2	6	$x^2 - 3x - 10 = 0$	3	Положительные	2; 4
	3	$\frac{58}{9}$	$x^2 - 10x + 22 = 0$	$7x^2 + 28x + 12 = 0$	-5	$a = -2, x_1 + x_2 = 4$
	4	$\frac{46}{25}$	$x^2 - 8x + 9 = 0$	$7x^2 + 48x + 45 = 0$	6	$a = 3, x_1 + x_2 = -9$
18	1	0; 2	-12; 4	$-\frac{1}{3}$	-3; 6	$2 + \sqrt{6}$
	2	0; 3	-23; 1	$-\frac{1}{4}$	-3; 4	$4 + \sqrt{3}$
	3	-5; 4	± 1	$a = 3, x = -1; a = -2, x = -1; a = \frac{1}{2}, x = \frac{3}{2}$	-3	-1
	4	-2; 6	$\frac{1}{2}$	$a = 5, x = -4; a = -1, x = -4; a = 2, x = -1$	-3	$-\frac{3}{2}$

19	1	12 км/ч	$\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$	80 км/ч	36 дней	18 км/ч
	2	15 км/ч	$\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{4}$	60 км/ч	20 дней	15 км/ч
	3	12 мин и 15 мин	$\frac{2}{5}$	30 км/ч	120 г	5 км/ч и 6 км/ч
	4	20 мин и 30 мин	$\frac{3}{7}$	35 км/ч	80 г	4 км/ч и 6 км/ч
20	1	2	$a; 4a$	-3; 0	-3; 2	1
	2	-3	$-2a; 3a$	0; 2	-2; 1	0
	3	1	$a - 1; 1 - 2a$	0; 1; 2	1	± 2
	4	-2	$1 - a; a - 2$	0; 2; 3	1	± 4
21	1	$a + b > 3ab$	$a > b$	$B > A$	$A > B$	$m > n$
	2	$a - b < 2ab$	$a < b$	$A > B$	$A < B$	$m < n$
	3	$a^3 + b^3 \geq (a + b)^3$	$a > b$	$B > A$	$A > B$	$m > n$
	4	$a^3 - b^3 \leq (a - b)^3$	$a < b$	$A > B$	$A < B$	$m < n$
22	1	$A > B$	$A > 0$	$16,4 \leq P \leq 16,8$	$A < B$	$a > 0$
	2	$A < B$	$A < 0$	$20,8 \leq P \leq 21,2$	$A > B$	$a < 0$
	3	$A > B$	$-10 < A < -2$	$20,7 \leq P \leq 21,6$	$A \geq B$	$a > b$
	4	$A < B$	$-8 < A < -2$	$16,8 \leq P \leq 18,2$	$A \leq B$	$a < b$
23	1	$7,3 < a + b < 7,5$	$7,8 < S < 8,4$	$a > 6$	$1 < \frac{a}{b} < \frac{3}{2}$	0,04; 0,26%
	2	$8,7 < a + b < 8,9$	$14,7 < S < 15,5$	$a < 15$	$1,4 < \frac{a}{b} < 2$	0,04; 0,22%
	3	$17,8 < A < 18,3$	$14^\circ < \gamma < 16^\circ$	$a - b > 6$	$\frac{7}{8} < A < \frac{17}{13}$	0,04; 0,95%
	4	$23,7 < A < 24,2$	$24^\circ < \gamma < 26^\circ$	$a - b < 8$	$\frac{6}{7} < A < 1$	0,04; 1,15%

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
24	1	{17; 34; 51; 68; 85}	{о, а, г}, {о, а, г, н, л, в}	Кратны 15	-1; 0; 1; 2	[-2; 1), (-5; 3]
	2	{19; 38; 57; 76; 95}	{а, р}, {а, р, у, к, б, д, о}	Кратны 21	-2; -1; 0; 1	(-1; 2], [-4; 3)
	3	{24; 48; 72; 96}	{о}, {а, в, о, з, к, у, л}	Квадраты	8	[1; 3), [-4; 5)
	4	{18; 36; 54; 72; 90}	{а}, {к, а, р, п, с, з, н, щ, у}	Равнобедренные прямоугольные треугольники	10	(0; 2], (-2; 5]
25	1	$(-\infty; 4]$	$(-1; \infty)$	$(-\infty; 1]$	$(-\infty; 1,2)$	(0; 8)
	2	$[4; \infty)$	$(-\infty; 1)$	$(-1,5; \infty)$	$(-\infty; -1)$	(11; ∞)
	3	$\left[-\frac{7}{6}; \infty\right)$	$(-2; \infty)$	$(-\infty; 20)$	$\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$	(6; 10)
	4	$\left[-\frac{5}{3}; \infty\right)$	$(-\infty; -2)$	$(10; \infty)$	$\left(\frac{3}{5}; \infty\right)$	(10; 14)
26	1	[1; 30)	$\left[-3; \frac{9}{4}\right)$	$(-7; 0)$	(22; 23)	4
	2	[1; 20)	$\left[-\frac{8}{3}; 2\right)$	$(-5; 0)$	(17; 18)	2
	3	$\left(-\infty; -\frac{1}{19}\right]$	$[-3; 2) \cup (2; 4)$	$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right]$	[-5; 4]	(7; 25)
	4	$\left(-\infty - \frac{5}{37}\right]$	$(-2; 1) \cup (1; 3]$	$\left[\frac{1}{2}; \infty\right)$	[-9; 16]	(9; 25)
27	1	24	$\frac{1}{2}a^2b$	$\frac{a+b}{ab}; 4,5$	$2,8 \cdot 10^4$ кг	$2,83 \cdot 10^3$
	2	3	$\frac{1}{2}ab$	$-\frac{a+b}{a^2b^2}; -20,25$	$3,7 \cdot 10^4$ кг	$7,37 \cdot 10^4$
	3	$\frac{1}{4}$	$\frac{2a^{2m}}{b^n}$	$-\frac{1}{5}$	112 968	-2 или -1

	4	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3b^n}{a^{2m}}$	$\frac{1}{7}$	5406	-4 или -3
28	1	7; 2; 2,5; 3,1	4,0	644	36 мм	126°
	2	7; 3; 3; 3,4	5,0	72	24 мм	90°
	3	4; 5; 3; 3,32	Увеличатся на 10	4,6	120	76°
	4	4; 5; 4; 3,84	Уменьшатся на 8	3,8	100	91°

Ответы к контрольным работам

КР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	1	$x \neq -1; 2$	$\frac{2b^4}{a^2}$	$\frac{2}{c}$	-40	$y = 2 - x, x \neq 2$
	2	$x \neq -3; 1$	$\frac{3b^4}{a^3}$	$\frac{2}{a}$	10	$y = 3 - x, x \neq 3$
	3	$x \neq -1; 2$	$\frac{2-x}{2+x}$	$\frac{2a+5}{a(a+1)}$	$2x + \frac{7}{x-2}$	$y = 3x - 3, x \neq 0; 3$
	4	$x \neq -3; 2$	$\frac{3-x}{3+x}$	$\frac{1-4a}{a(a-1)}$	$3x + \frac{5}{x-4}$	$y = 2x - 2, x \neq 0; 2$
2	1	$a \neq -6; 0, a = 3$	$-\frac{3}{x+2y}; -3$	$\frac{3}{4}a$	$\frac{9}{11}$	$y = \frac{1}{x}, x \neq 3, x < 0$
	2	$a \neq 0; 3, a = -4$	$\frac{4}{x-2y}; 4$	$\frac{3}{a}$	$\frac{11}{10}$	$y = \frac{1}{x}, x \neq -2, x > 0$
	3	$a \neq -1; 2, a = 0$	$\frac{x-y}{x+2y}; 1,3$	2	$\frac{1}{2}$	$y = \frac{4}{x}, x < 0$
	4	$a \neq -3; 1, a = 0$	$\frac{x-2y}{x+y}; 1,9$	$-4\frac{a}{b}$	$\frac{1}{5}$	$y = -\frac{2}{x}, x > 0$

КР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
3	1	9	-110	5	$-3a^7$	$x \geq 0, x \neq 9$
	2	14	53	8	$-3a^5$	$x \geq 0, x \neq 16$
	3	-6	-214	-1; 5	$3a^5$	$x \geq 1, x \neq 5$
	4	23	-112	-1; 7	$5a^5$	$x \geq 2, x \neq 11$
4	1	$14 - 4\sqrt{6}$	$A < B$	$-\sqrt{a} - 3$	$2 + \sqrt{10}$	$-\frac{2}{11}$
	2	$21 - 6\sqrt{6}$	$A > B$	$-\sqrt{c} - 4$	$5 + \sqrt{15}$	$-\frac{1}{22}$
	3	$23\sqrt{2}$	13	$6 + 3\sqrt{6}$	$a + \sqrt{b}$	$A < B$
	4	$12\sqrt{3}$	10	$10 + 3\sqrt{10}$	$2x - \sqrt{y}$	$A > B$
5	1	-2; 0	$\pm \frac{2}{3}$	1; 6	Нет корней	$a = -17, x = 8$
	2	-3; 0	$\pm \frac{3}{2}$	1; 7	Нет корней	$a = -42, x = -14$
	3	$1; \frac{5}{2}$	-1; 2	$-3a; a$	$2x^2 + 5x - 3 = 0$	7 км/ч
	4	$1; \frac{4}{3}$	$-1; \frac{1}{3}$	$-a; 4a$	$3x^2 + 5x - 2 = 0$	13 км/ч
6	1	1; 2	-1; 3,5	Нет корней	$-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}$	(1; 1)
	2	1; 3	$-\frac{17}{6}; 1$	Нет корней	$-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}$	(-1; -2), (2; 1)
	3	-3	-0,5; 4	Нет корней	31	$\frac{1}{3}$
	4	-4	-1,5; 3	Нет корней	13	$\frac{1}{4}$

7	1	$A > B$	$b - 8, b - 5, b - 3, a + 2, a + 11$	Доказано	$1 < A < 3$	$88 \leq P \leq 94$
	2	$A > B$	$b + 17, b + 9, b + 3, a - 3, a - 8$	Доказано	$3 < A < 7$	$121 \leq P \leq 126$
	3	$A > B$	c, a, b, d	Доказано	$-19 \leq A \leq 12$	11
	4	$A < B$	c, a, b, d	Доказано	$-23 \leq A \leq -1$	15
8	1	$(1, 8; \infty)$	$[-1; 1]$	$\left(-\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$	$(6, 6; 6, 9)$	$(0, 5; \infty)$
	2	$(-\infty; 1, 6)$	$[-1; 3]$	$\left(-\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$	$(6, 0; 6, 3)$	$(-\infty; 0, 6)$
	3	Доказано	$(-\infty; -91)$	$[1; 5]$	$(2; 4, 5]$	$(1, 4; 2, 4)$
	4	Доказано	$(-88; \infty)$	$[-1; 5]$	$(1; 2, 5]$	$(3, 8; 4, 5)$
9	1	$5, 3 \cdot 10^3$	$\frac{a^2}{27b}$	$x^2; 9$	$2xy(y - x)$	$y = x^2 - 1, x \neq \pm 1$
	2	$3, 9 \cdot 10^4$	$5 \frac{a^2}{b^2}$	$x^3; 8$	$-\frac{x+y}{x^2 y^2}$	$y = 4 - x^2, x \neq \pm 2$
	3	$8, 9 \cdot 10^4$	14	x^5	$-\frac{1}{x^3}$	$y = \frac{1}{2x}, x > 0$
	4	$3, 4 \cdot 10^6$	18	x^6	-1	$y = -\frac{1}{2x}, x < 0$
10	1	$-\frac{a+3}{5}; -0,1$	-30	$\left(-\infty; -\frac{4}{7}\right)$	$2 - x; 6$	42 км/ч
	2	$-\frac{a+2}{3}; 0,1$	-60	$\left(\frac{29}{15}; \infty\right)$	$3 - x; 5$	20 км/ч
	3	$\frac{2(5a-4b)}{5a+4b}$	8	$(-2; 3)$	$-\frac{4}{5}$	9 км
	4	$\frac{3(2a-7b)}{2a+7b}$	5	$(-3; 2)$	$\frac{2}{3}$	6 км

Ответы к зачетным работам

Зада- ние	ЗР1		ЗР2		ЗР3	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
1	$x \neq 1; 3, A = 2$	$x - 3; 2, A = -5$	4	33	$-\frac{5}{3}; 0$	$-\frac{7}{4}; 0$
2	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{b}$	$A > B$	$A < B$	$-\frac{2}{3}; 1$	$-\frac{1}{4}; 1$
3	4	2	$-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a} + \sqrt{3}}$	$-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a} + \sqrt{5}}$	-0,6; 1,6	-1,6; 0,6
4	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{5}$	1; 5	-5; 1	$-\frac{5}{4}$	-2
5	$\pm 1; \pm 2$	$\pm 1; \pm 3$	$-3\sqrt{y}; -\frac{1}{3}$	$3\sqrt{y}; 1$	2 км/ч	3 км/ч
6	$a - 1$	$-a - 4$	2	3	$\frac{3}{4}a; a$	$\frac{2}{3}a; a$
7	$x \neq -3; 2; 5, x = -1$	$x \neq -3; -1; 2, x = \frac{1}{3}$	$\frac{a}{a - \sqrt{2}}$	$\frac{1}{a}$	19	$\frac{21}{8}$
8	$2; \pm 1; 0$	± 1	$A > B$	$A < B$	$a = 15,$ $x_1 = 3, x_2 = 5$	$a = -8,$ $x_1 = -2, x_2 = \frac{4}{3}$
9	$a = 1, b = 4$	$a = 2, b = 1$	$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	$\frac{a + b}{a - b}$	$\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
10	(4; -1), (5; -2), (2; -2), (1; -1)	(0; 3), (-2; 5), (-2; 1), (0; -1)	$-4 + 4\sqrt{2}$	$8 - 2\sqrt{3}$	$\pm 1; 5$	-4; -2; 0

Зада- ние	ЗР4		ЗР5	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
1	$\left(-\frac{2}{5}; \infty\right)$	$\left(\frac{3}{4}; \infty\right)$	$-4\frac{b^2}{a^3}$	$2\frac{b^2}{a^4}$
2	$(20; \infty)$	$(-\infty; 20)$	x^2	x^3
3	$\left(-\frac{5}{4}; \frac{8}{3}\right)$	$\left(-\frac{7}{3}; \frac{5}{2}\right)$	$\left[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \infty\right]$	$\left[-\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$
4	$0; \pm 1$	$0; \pm 1$	$2,18 \cdot 10^{-4} \text{ Т}$	$6,32 \cdot 10^{-5} \text{ Т}$
5	$(7,8; 8,2)$	$(10,8; 11,2)$	$8; 5; 5; 4,9$	$8; 4; 4,5; 5,1$
6	$\left[\frac{1}{3}; \infty\right)$	$\left[\frac{3}{2}; \infty\right)$	34	18
7	$A > B$	$A < B$	$a - 2$	$\frac{1}{1-a}$
8	$(-20; -5)$	$(-21; -4)$	9	150
9	$A > B$	$A < B$	$y = x - 1, x \neq \pm 1$	$y = 1 - x , x \neq \pm 1$
10	$[8; 24]$	$[5; 20]$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{27}{50}$

Содержание

От автора	3
-----------------	---

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

1. Преобразование выражений (повторение)	6
2. Рациональные выражения. Сокращение дробей	7
3. Сумма и разность дробей	8
4. Произведение и частное дробей	10
5. Преобразование рациональных выражений	12
6. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график	13
7. Действительные числа	15
8. Арифметический квадратный корень	16
9. Уравнение $x^2 = a$. Нахождение приближенных значений квадратного корня	17
10. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график	18
11. Свойства арифметического квадратного корня	19
12. Вынесение множителя за знак корня. Внесение множителя под знак корня	21
13. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни	22
14. Неполные квадратные уравнения	23
15. Формула корней квадратного уравнения	24
16. Решение задач с помощью квадратных уравнений	25
17. Теорема Виета	27
18. Решение дробных рациональных уравнений	28
19. Решение задач с помощью рациональных уравнений	29
20. Уравнения с параметром. Графическое решение уравнений	31
21. Числовые неравенства	32
22. Свойства числовых неравенств	34
23. Сложение и умножение числовых неравенств. Погрешность и точность приближения	35
24. Пересечение и объединение множеств. Числовые промежутки	36
25. Решение неравенств с одной переменной	37
26. Решение систем неравенств с одной переменной	39
27. Степень с целым показателем	40
28. Элементы статистики	42

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

1. Сумма и разность дробей	45
2. Рациональные дроби	46

3. Свойства арифметического корня	47
4. Применение свойств квадратного корня	49
5. Квадратные уравнения	50
6. Квадратные уравнения. Дробные рациональные уравнения	51
7. Числовые неравенства и их свойства	52
8. Неравенства	53
9. Степень с целым показателем	54
10. Итоговая контрольная работа	56

ЗАЧЕТНЫЕ РАБОТЫ

1. Рациональные дроби	58
2. Квадратные корни	59
3. Квадратные уравнения	61
4. Неравенства	62
5. Степень с целым показателем. Элементы статистики	64

ОТВЕТЫ

Ответы к самостоятельным работам	66
Ответы к контрольным работам	73
Ответы к зачетным работам	76

В пособии представлены самостоятельные, контрольные и зачетные работы двух уровней сложности (базовый и высокий) по всем изучаемым темам курса алгебры 8 класса. К заданиям приведены ответы. Предлагаемый материал позволяет проводить обучение, текущий контроль и коррекцию знаний.

Издание ориентировано на учителей, школьников и их родителей.

Издательство



выпустило пособия

